

CHỦ ĐỀ 1: PHÉP NHÂN ĐƠN THỨC - ĐA THỨC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT:

1. Quy tắc nhân đơn thức với đa thức:

Muốn nhân 1 đơn thức với 1 đa thức ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

$$A(B + C) = AB + AC$$

2. Quy tắc nhân đa thức với đa thức:

Muốn nhân một đa thức với 1 đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

$$(A + B)(C + D) = AC + AD + BC + BD$$

B. CÁC VÍ DỤ.

Ví dụ 1: Thực hiện phép nhân:

a) $(-2x)(x^3 - 3x^2 - x + 1)$

b) $(-10x^3 + \frac{2}{5}y - \frac{1}{3}z)(-\frac{1}{2}xy)$

c) $(x^3 + 5x^2 - 2x + 1)(x - 7)$

Giải

a) $(-2x)(x^3 - 3x^2 - x + 1) = -2x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 2x$

b) $(-10x^3 + \frac{2}{5}y - \frac{1}{3}z)(-\frac{1}{2}xy) = 5x^4y - 2xy^2 + \frac{1}{5}xy$

c) $(x^3 + 5x^2 - 2x + 1)(x - 7) = x^4 - 2x^3 - 37x^2 + 15x - 7$

Ví dụ 2: Tính giá trị của biểu thức: $x(x - y) + y(x + y)$ tại $x = -\frac{1}{2}$ và $y = 3$

Giải

Ta có: $x(x - y) + y(x + y) = x^2 - xy + xy + y^2 = x^2 + y^2$

Khi $x = -\frac{1}{2}$ và $y = 3$, giá trị của biểu thức là: $(-\frac{1}{2})^2 + 3^2 = \frac{9}{4}$

Chú ý: Trong các dạng bài tập « TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC », việc thực hiện phép nhân và rút gọn rồi mới thay giá trị của biến vào sẽ làm cho việc tính toán giá trị biểu thức được dễ dàng và thường là nhanh hơn.

Ví dụ 3: Tính $C = (5x^2y^2)^4 = 5^4 (x^2)^4 (y^2)^4 = 625x^8y^8$

Chú ý: Lũy thừa bậc n của một đơn thức là nhân đơn thức đó cho chính nó n lần. Để tính lũy thừa bậc n một đơn thức, ta chỉ cần:

- Tính lũy thừa bậc n của hệ số
- Nhân số mũ của mỗi chữ cho n .

Ví dụ 4: Chứng tỏ rằng các đa thức sau không phụ thuộc vào biến:

a) $F = x(2x + 1) - x^2(x + 2) + (x^3 - x + 3)$

b) $G = 4(x - 6) - x^2(2 + 3x) + x(5x - 4) + 3x^2(x - 1)$

Giải

a) Ta có: $F = x(2x + 1) - x^2(x + 2) + (x^3 - x + 3)$

$$= 2x^2 + x - x^3 - 2x^2 + x^3 - x + 3 = 3$$

Kết quả là một hằng số, vậy đa thức trên không phụ thuộc vào giá trị của x .

b) Ta có: $G = 4(x - 6) - x^2(2 + 3x) + x(5x - 4) + 3x^2(x - 1)$

$$= 4x - 24 - 2x^2 - 3x^3 + 5x^2 - 4x + 3x^3 - 3x^2 = -24$$

Kết quả là một hằng số, vậy đa thức trên không phụ thuộc vào giá trị của x .

Ví dụ 5: Tìm x , biết:

a) $5x(12x + 7) - 3x(20x - 5) = -100$

b) $0,6x(x - 0,5) - 0,3x(2x + 1,3) = 0,138$

Giải

a) $5x(12x + 7) - 3x(20x - 5) = -100$

$$\Leftrightarrow 60x^2 + 35x - 60x^2 + 15x = -100$$

$$\Leftrightarrow 50x = -100 \Rightarrow x = -2$$

b) $0,6x(x - 0,5) - 0,3x(2x + 1,3) = 0,138$

$$\Leftrightarrow 0,6x^2 - 0,3x - 0,6x^2 - 0,39x = 0,138$$

$$\Leftrightarrow -0,69x = 0,138 \Rightarrow x = 0,2$$

DẠNG BÀI TẬP CHUYÊN ĐỀ

DẠNG 1/ THỰC HIỆN PHÉP TÍNH:

*** Phương pháp:**

Thực hiện nhân ĐƠN THỨC với ĐA THỨC ; nhân ĐA THỨC với ĐA THỨC để thực hiện phép tính.

*** Bài tập vận dụng:**

1) $3x^2(2x^3 - x + 5)$

2) $(4xy + 3y - 5x)x^2y$

3) $(3x^2y - 6xy + 9x)(-\frac{4}{3}xy)$

$$4) -\frac{1}{3}xz(-9xy + 15yz) + 3x^2(2yz^2 - yz)$$

$$5) (x^3 + 5x^2 - 2x + 1)(x - 7)$$

$$6) (2x^2 - 3xy + y^2)(x + y)$$

$$7) (x - 2)(x^2 - 5x + 1) - x(x^2 + 11)$$

$$8) [(x^2 - 2xy + 2y^2)(x + 2y) - (x^2 + 4y^2)(x - y)] 2xy$$

$$9) -3ab.(a^2 - 3b)$$

$$10) (x^2 - 2xy + y^2)(x - 2y)$$

$$11) (x + y + z)(x - y + z)$$

$$12) 12a^2b(a - b)(a + b)$$

$$13) (2x^2 - 3x + 5)(x^2 - 8x + 2)$$

DẠNG 2: TOÁN TÌM x

* Phương pháp:

- Thực hiện nhân ĐƠN THỨC với ĐA THỨC ; nhân ĐA THỨC với ĐA THỨC

- Chuyển các hạng tử chứa ẩn sang về trái, các hạng tử không chứa ẩn (hằng số) sang về phải.

- Từ đó tìm ra x.

* Bài tập vận dụng.

Bài 1: Tìm x biết

$$a) \frac{1}{4}x^2 - (\frac{1}{2}x - 4) \cdot \frac{1}{2}x = -14.$$

$$b) 3(1 - 4x)(x - 1) + 4(3x - 2)(x + 3) = -27$$

$$c) (x + 3)(x^2 - 3x + 9) - x(x - 1)(x + 1) = 27.$$

$$d) 6x(5x + 3) + 3x(1 - 10x) = 7$$

$$e) (3x - 3)(5 - 21x) + (7x + 4)(9x - 5) = 44$$

$$f) (x + 1)(x + 2)(x + 5) - x^2(x + 8) = 27$$

Bài 2: Tìm x biết: $(-2 + x^2)(-2 + x^2)(-2 + x^2)(-2 + x^2)(-2 + x^2) = 1$

Hướng dẫn

Một biểu thức mà có lũy thừa bậc lẻ bằng 1 thì số đó phải bằng 1

$$(-2 + x^2)^5 = 1$$

$$\Rightarrow (-2 + x^2) = 1 \text{ hay } x^2 = 3$$

$$\text{Vậy } x = \sqrt{3} \text{ hoặc } x = -\sqrt{3}$$

Bài 3: Cho các đa thức: $f(x) = 3x^2 - x + 1$ và $g(x) = x - 1$

a) Tính $f(x) \cdot g(x)$

b) Tìm x để $f(x).g(x) + x^2[1 - 3.g(x)] = \frac{5}{2}$

Hướng dẫn

a) Ta có:

$$f(x).g(x) = (3x^2 - x + 1)(x - 1) = 3x^3 - 3x^2 - x^2 + x + x - 1 = 3x^3 - 4x^2 + 2x - 1$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} f(x).g(x) + x^2[1 - 3.g(x)] &= (3x^3 - 4x^2 + 2x - 1) + x^2[1 - 3(x - 1)] \\ &= 3x^3 - 4x^2 + 2x - 1 + x^2(1 - 3x + 3) \\ &= 3x^3 - 4x^2 + 2x - 1 + x^2 - 3x^3 + 3x^2 \\ &= 2x - 1. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } f(x).g(x) + x^2[1 - 3.g(x)] = \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x = 1 + \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x = \frac{7}{2} \Leftrightarrow x = \frac{7}{4}$$

DẠNG 3: RÚT GỌN RỒI TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC:

* **Phương pháp:**

- Thực hiện nhân ĐƠN THỨC với ĐA THỨC ; nhân ĐA THỨC với ĐA THỨC
- Cộng (trừ) các đơn thức đồng dạng với nhau để có được dạng rút gọn của biểu thức.
- Thay giá trị của biến vào biểu thức rút gọn để tính giá trị của biểu thức.

* **Bài tập vận dụng.**

Bài 1: Tính giá trị của biểu thức: $E = x(x - y) + y(x + y)$ tại $x = -\frac{1}{2}$ và $y = 3$

Giải

$$\text{Ta có: } E = x(x - y) + y(x + y) = x^2 - xy + xy + y^2 = x^2 + y^2$$

$$\text{Khi } x = -\frac{1}{2} \text{ và } y = 3, \text{ giá trị của biểu thức } E = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3^2 = \frac{9}{4}$$

Bài 2: Tính giá trị của các biểu thức sau :

$$A = 5x(4x^2 - 2x + 1) - 2x(10x^2 - 5x - 2) \text{ với } x = 15.$$

$$B = 5x(x - 4y) - 4y(y - 5x) \text{ với } x = \frac{-1}{5}; y = -\frac{1}{2}$$

$$C = 6xy(xy - y^2) - 8x^2(x - y^2) - 5y^2(x^2 - xy) \text{ với } x = \frac{1}{2}; y = 2.$$

$$D = (y^2 + 2)(y - 4) - (2y^2 + 1)\left(\frac{1}{2}y - 2\right) \text{ với } y = -\frac{2}{3}$$

DẠNG 4: CM BIỂU THỨC CÓ GIÁ TRỊ KHÔNG PHỤ THUỘC VÀO GIÁ TRỊ CỦA BIẾN SỐ.

* Phương pháp:

- Thực hiện nhân ĐƠN THỨC với ĐA THỨC ; nhân ĐA THỨC với ĐA THỨC
- Cộng (trừ) các đơn thức đồng dạng với nhau để rút gọn biểu thức.
- Nếu biểu thức sau khi rút gọn là một hằng số thì kết luận biểu thức không phụ thuộc vào biến số.

* Bài tập vận dụng.

Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến số:

$$A = (3x - 5)(2x + 11) - (2x + 3)(3x + 7)$$

$$B = (x - 5)(2x + 3) - 2x(x - 3) + x + 7$$

$$D = x(2x + 1) - x^2(x + 2) + (x^3 - x + 3)$$

$$E = 4(x - 6) - x^2(2 + 3x) + x(5x - 4) + 3x^2(x - 1)$$

DẠNG 5: CHỨNG MINH CÁC ĐẲNG THỨC:

* Phương pháp:

- Thực hiện nhân ĐƠN THỨC với ĐA THỨC ; nhân ĐA THỨC với ĐA THỨC để biến đổi về phức tạp của đẳng thức sao cho kết quả bằng về còn lại, khi đó đẳng thức được chứng minh.

- Nếu cả hai vế đẳng thức cùng phức tạp, ta có thể biến đổi đồng thời cả 2 vế của đẳng thức sao cho chúng cùng bằng 1 biểu thức thứ ba, hoặc cũng có thể lấy biểu thức về trái trừ biểu thức về phải và biến đổi có kết quả bằng 0 thì chứng tỏ đẳng thức đã cho được chứng minh.

* Bài tập vận dụng.

Bài 1: Chứng minh đẳng thức sau:

a) $a(b - c) - b(a + c) + c(a - b) = - 2bc$

b) $a(1 - b) + a(a^2 - 1) = a(a^2 - b)$

c) $a(b - x) + x(a + b) = b(a + x)$

Hướng dẫn

a) $a(b - c) - b(a + c) + c(a - b) = - 2bc$

$$VT = a(b - c) - b(a + c) + c(a - b) = ab - ac - ab - bc + ac - bc = - 2bc = VP$$

Vậy đẳng thức được chứng minh.

b) $a(1 - b) + a(a^2 - 1) = a(a^2 - b)$

VT = $a - ab + a^3 - a = a^3 - ab = a(a^2 - b) = VP.$

Vậy đẳng thức được chứng minh.

c) $a(b - x) + x(a + b) = b(a + x)$

VT = $ab - ax + ax + bx = ab + bx = b(a + x) = VP$

Vậy đẳng thức được CM

Bài 2: Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

b) $(3a + 2b - 1)(a + 5) - 2b(a - 2) = (3a + 5)(a + 3) + 2(7b - 10)$

Bài 3: Cho $a + b + c = 2p$. CMR $2bc + b^2 + c^2 - a^2 = 4p(p - a)$

Hướng dẫn

Xét VP = $4p(p - a) = 2p(2p - 2a) = (a + b + c)(a + b + c - 2a) = (a + b + c)(b + c - a)$
 = $(ab + ac - a^2 + b^2 + bc - ab + bc + c^2 - ac)$
 = $b^2 + c^2 + 2bc - a^2 = VT$

Vậy đẳng thức được c/m

DẠNG 6: TOÁN LIÊN QUAN VỚI NỘI DUNG SỐ HỌC.

* Phương pháp:

Bài toán thường gặp: Tìm số tự nhiên; tìm các số tự nhiên liên tiếp; ... thỏa mãn yêu cầu nào đó

Chú ý:

- Có thể gọi các số tự nhiên liên tiếp là: $n ; n + 1 ; n + 2 ; n + 3 ; \dots$

- Có thể gọi các số tự nhiên **chẵn** liên tiếp là: $2n ; 2n + 2 ; 2n + 4 ; 2n + 6 ; \dots$

- Có thể gọi các số tự nhiên **lẻ** liên tiếp là: $2n + 1 ; 2n + 3 ; 2n + 5 ; \dots$

* Bài tập vận dụng

Bài 1. Tìm 3 số chẵn liên tiếp, biết rằng tích của hai số đầu ít hơn tích của hai số cuối 192 đơn vị.

Bài 2. Tìm 4 số tự nhiên liên tiếp, biết rằng tích của hai số đầu ít hơn tích của hai số cuối 146 đơn vị.

DẠNG 7: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC CÓ QUY LUẬT (TOÁN NÂNG CAO).

Bài1/ Tính giá trị của: $M = \frac{3}{229} \cdot (2 + \frac{1}{433}) - \frac{1}{229} \cdot \frac{432}{433} - \frac{4}{229 \cdot 433}$

Bài 2/ Tính giá trị của biểu thức : $N = 3 \cdot \frac{1}{117} \cdot \frac{1}{119} - \frac{4}{117} \cdot 5 \frac{118}{119} - \frac{5}{117 \cdot 119} + \frac{8}{39}$

Bài 3/ Tính giá trị của các biểu thức :

a) $A = 5x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 5x - 1$ tại $x = 4$.

b) $B = x^{2006} - 8 \cdot x^{2005} + 8 \cdot x^{2004} - \dots + 8x^2 - 8x - 5$ tại $x = 7$.

Bài 4: Tính giá trị của biểu thức:

$$M = x^{10} - 25x^9 + 25x^8 - 25x^7 + \dots - 25x^3 + 25x^2 - 25x + 25 \text{ với } x = 24$$

Hướng dẫn

Thay $25 = x + 1$ ta được:

$$M = x^{10} - (x + 1)x^9 + (x + 1)x^8 - (x + 1)x^7 + \dots - (x + 1)x^3 + (x + 1)x^2 - (x + 1)x + 25$$

$$M = x^{10} - x^{10} - x^9 + x^9 + x^8 - x^8 - x^7 + \dots - x^4 - x^3 + x^3 + x^2 - x^2 - x + 25$$

$$M = 25 - x$$

Thay $x = 24$ ta được:

$$M = 25 - 24 = 1$$

Bài 7: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = x^3 - 30x^2 - 31x + 1$, tại $x = 31$

b) $B = x^5 - 15x^4 + 16x^3 - 29x^2 + 13x$, tại $x = 14$

Hướng dẫn

a) Vì $x = 31$, nên thay $30 = x - 1$, ta có

$$A = x^3 - (x - 1)x^2 - x \cdot x + 1 = x^3 - x^3 + x^2 - x^2 + 1 = 1$$

Vậy với $x = 31$ thì $A = 1$

b) Vì $x = 14$, nên thay $15 = x + 1$; $16 = x + 2$; $29 = 2x + 1$; $13 = x - 1$, ta có

$$B = x^5 - (x + 1)x^4 + (x + 2)x^3 - (2x + 1)x^2 + x(x - 1)$$

$$= x^5 - x^5 - x^4 + x^4 + 2x^3 - 2x^3 - x^2 + x^2 - x = -x$$

Vậy với $x = 14$ thì $B = -14$

DẠNG 8: BÀI TOÁN CHỨNG MINH CHIA HẾT

*** Phương pháp:**

Muốn chứng minh một biểu thức A chia hết cho một số a nào đó ta làm như sau:

- Dùng tính chất chia hết:

+ Cần chứng minh chia hết cho 2 => chứng minh A có dạng $2k$

+ Cần chứng minh chia hết cho 3 => chứng minh A có dạng $3k$

+ Cần chứng minh chia hết cho 5 => chứng minh A có dạng $5k$

.....

+ Cần chứng minh chia hết cho $a \Rightarrow$ chứng minh A có dạng $a.k$

- Kết hợp tính chất chia hết của một tổng (một hiệu) cho một số.

* Bài tập vận dụng:

Bài 1/

a) CMR với mọi số nguyên n thì : $(n^2 - 3n + 1)(n + 2) - n^3 + 2$ chia hết cho 5.

b) CMR với mọi số nguyên n thì : $(6n + 1)(n+5) - (3n + 5)(2n - 10)$ chia hết cho 2.

Đáp án: a) Rút gọn BT ta được $5n^2 + 5n$ chia hết cho 5

b) Rút gọn BT ta được $24n + 10$ chia hết cho 2.

Bài 2: CMR

a) $81^7 - 27^9 - 9^{13}$ chia hết cho 405

b) $12^{2n+1} + 11^{n+2}$ chia hết cho 133

Hướng dẫn

a) $81^7 - 27^9 - 9^{13}$ chia hết cho 405

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 81^7 - 27^9 - 9^{13} &= (3^4)^7 - (3^3)^9 - (3^2)^{13} = 3^{28} - 3^{27} - 3^{26} = 3^{26}(9 - 3 - 1) \\ &= 3^{26} \cdot 5 = 3^4 \cdot 5 \cdot 3^{22} = 405 \cdot 3^{22} \end{aligned}$$

\Rightarrow chia hết cho 405

Hay $81^7 - 27^9 - 9^{13}$ chia hết cho 405

b) $12^{2n+1} + 11^{n+2}$ chia hết cho 133

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 12^{2n+1} + 11^{n+2} &= 12^{2n} \cdot 12 + 11^n \cdot 11^2 = 12 \cdot 144^n + 121 \cdot 11^n \\ &= 12 \cdot 144^n - 12 \cdot 11^n + 12 \cdot 11^n + 121 \cdot 11^n \\ &= 12(144^n - 11^n) + 11^n(12 + 121) \\ &= 12 \cdot (144 - 11) \cdot M + 133 \cdot 11^n \text{ trong đó } M \text{ là 1 biểu thức.} \end{aligned}$$

Mỗi số hạng đều chia hết cho 133, nên $12^{2n+1} + 11^{n+2}$ chia hết cho 133.

Bài 3: Cho x là số gồm 22 chữ số 1, y là số gồm 35 chữ số 1. CMR: $xy - 2$ chia hết cho 3

Hướng dẫn

Vì x gồm 22 chữ số 1 nên x chia cho 3 dư 1, hay x có dạng: $x = 3n + 1$ ($n \in \mathbb{Z}$)

Vì y gồm 35 chữ số 1 nên y chia cho 3 dư 2, hay y có dạng: $y = 3m + 2$ ($m \in \mathbb{Z}$)

Khi đó $xy - 2 = (3n + 1)(3m + 2) - 2 = 9n.m + 6n + 3m + 2 - 2$

$$= 3(3n.m + 2n + m) = 3k; \text{ với } k = 3n.m + 2n + m \in \mathbb{Z}$$

Vậy $xy - 2$ chia hết cho 3.

Bài 4: Cho các biểu thức: $A = 5x + 2y$; $B = 9x + 7y$

a) Rút gọn biểu thức $7A - 2B$

b) CMR: Nếu các số nguyên x, y thỏa mãn $5x + 2y$ chia hết cho 17 thì $9x + 7y$ cũng chia hết cho 17.

Hướng dẫn

a) Ta có: $7A - 2B = 7(5x + 2y) - 2(9x + 7y) = 35x + 14y - 18x - 14y = 17x$

b) Nếu có x, y thỏa mãn $A = 5x + 2y$ chia hết cho 17, ta c/m $B = 9x + 7y$ cũng chia hết cho 17.

Ta có $7A - 2B = 17x : 17$

Mà $A : 17$ nên $7A : 17$

Suy ra $2B : 17$

Mà $(2, 17) = 1$. Suy ra $B : 17$

PHẦN LUYỆN TẬP

Bài 1. Làm tính nhân:

a) $3x(5x^2 - 2x - 1)$;

b) $(x^2 - 2xy + 3)(-xy)$;

c) $\frac{1}{2}x^2y(2x^3 - \frac{2}{5}xy^2 - 1)$;

d) $\frac{2}{7}x(1,4x - 3,5y)$;

e) $\frac{1}{2}xy(\frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}xy + \frac{4}{5}y^2)$;

f) $(1 + 2x - x^2)5x$;

Bài 2. Đơn giản biểu thức rồi tính giá trị của chúng.

a) $3(2a - 1) + 5(3 - a)$

với $a = \frac{-3}{2}$.

b) $25x - 4(3x - 1) + 7(5 - 2x)$

với $x = 2,1$.

c) $4a - 2(10a - 1) + 8a - 2$

với $a = -0,2$.

d) $12(2 - 3b) + 35b - 9(b + 1)$

với $b = \frac{1}{2}$

Bài 3. Thực hiện phép tính sau:

a) $3y^2(2y - 1) + y - y(1 - y + y^2) - y^2 + y$;

b) $2x^2.a - a(1 + 2x^2) - a - x(x + a)$;

c) $2p.p^2 - (p^3 - 1) + (p + 3).2p^2 - 3p^5$;

d) $-a^2(3a - 5) + 4a(a^2 - a)$.

Bài 4. Chứng minh rằng giá trị các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x .

a) $x(2x + 1) - x^2(x + 2) + (x^3 - x + 3)$;

b) $x(3x^2 - x + 5) - (2x^3 + 3x - 16) - x(x^2 - x + 2)$;

Bài 5. Chứng minh rằng các biểu thức sau đây bằng 0;

a) $x(y - z) + y((z - x) + z(x - y))$;

b) $x(y + z - yz) - y(z + x - zx) + z(y - x)$.

Bài 6. Thực hiện phép tính:

a) $(5x - 2y)(x^2 - xy + 1)$;

b) $(x - 1)(x + 1)(x + 2)$;

c) $\frac{1}{2}x^2y^2(2x + y)(2x - y)$;

d) $(\frac{1}{2}x - 1)(2x - 3)$;

e) $(x - 7)(x - 5)$;

f) $(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2})(4x - 1)$;

Bài 7. Chứng minh:

a) $(x - 1)(x^2 - x + 1) = x^3 - 1$;

b) $(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)(x - y) = x^3 - y^3$;

Bài 8. Thực hiện phép nhân:

a) $(x + 1)(1 + x - x^2 + x^3 - x^4) - (x - 1)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4)$;

b) $(2b^2 - 2 - 5b + 6b^3)(3 + 3b^2 - b)$;

Bài 9. Viết các biểu thức sau dưới dạng đa thức:

a) $(2a - b)(b + 4a) + 2a(b - 3a)$;

b) $(3a - 2b)(2a - 3b) - 6a(a - b)$;

c) $5b(2x - b) - (8b - x)(2x - b)$;

d) $2x(a + 15x) + (x - 6a)(5a + 2x)$;

Bài 10. Chứng minh rằng giá trị các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến y:

a) $(y - 5)(y + 8) - (y + 4)(y - 1)$;

b) $y^4 - (y^2 - 1)(y^2 + 1)$;

Bài 11. Tìm x, biết:

a) $(2x + 3)(x - 4) + (x - 5)(x - 2) = (3x - 5)(x - 4)$;

b) $(8x - 3)(3x + 2) - (4x + 7)(x + 4) = (2x + 1)(5x - 1)$;

c) $2x^2 + 3(x - 1)(x + 1) = 5x(x + 1)$;

d) $(8 - 5x)((x + 2) + 4(x - 2)(x + 1) + (x - 2)(x + 2))$;

e) $4(x - 1)(x + 5) - (x + 2)(x + 5) = 3(x - 1)(x + 2)$.

PHIẾU BÀI TẬP SỐ 1
PHÉP NHÂN ĐƠN THỨC – ĐA THỨC

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $(x^2 - 1)(x^2 + 2x)$ b) $(2x - 1)(3x + 2)(3 - x)$ c) $(x + 3)(x^2 + 3x - 5)$
d) $(x + 1)(x^2 - x + 1)$ e) $(2x^3 - 3x - 1).(5x + 2)$ f) $(x^2 - 2x + 3).(x - 4)$

Bài 2. Thực hiện các phép tính sau:

a) $-2x^3y(2x^2 - 3y + 5yz)$ b) $(x - 2y)(x^2y^2 - xy + 2y)$ c) $\frac{2}{5}xy(x^2y - 5x + 10y)$
d) $\frac{2}{3}x^2y.(3xy - x^2 + y)$ e) $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$ f) $\left(\frac{1}{2}xy - 1\right).(x^3 - 2x - 6)$

Bài 3. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $(x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) = x^5 - y^5$
b) $(x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4) = x^5 + y^5$
c) $(a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3) = a^4 - b^4$
d) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

Bài 4. Thực hiện các phép tính, sau đó tính giá trị biểu thức:

a) $A = (x - 2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)$ với $x = 3$. *ĐS:* $A = 211$
b) $B = (x + 1)(x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$ với $x = 2$. *ĐS:* $B = 255$
c) $C = (x + 1)(x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$ với $x = 2$. *ĐS:* $C = 129$
d) $D = 2x(10x^2 - 5x - 2) - 5x(4x^2 - 2x - 1)$ với $x = -5$. *ĐS:* $D = -5$

Bài 5. Thực hiện các phép tính, sau đó tính giá trị biểu thức:

a) $A = (x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)(x + y)$ với $x = 2, y = -\frac{1}{2}$. *ĐS:* $A = \frac{255}{16}$
b) $B = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$ với $a = 3, b = -2$. *ĐS:* $B = 275$
c) $C = (x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + y^2) + 2x^3y - 3x^2y^2 + 2xy^3$ với $x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}$. *ĐS:* $C = \frac{3}{16}$

Bài 6. Chứng minh rằng các biểu thức sau không phụ thuộc vào x :

a) $A = (3x + 7)(2x + 3) - (3x - 5)(2x + 11)$

b) $B = (x^2 - 2)(x^2 + x - 1) - x(x^3 + x^2 - 3x - 2)$

c) $C = x(x^3 + x^2 - 3x - 2) - (x^2 - 2)(x^2 + x - 1)$

d) $D = x(2x + 1) - x^2(x + 2) + x^3 - x + 3$

e) $E = (x + 1)(x^2 - x + 1) - (x - 1)(x^2 + x + 1)$

Bài 7. * Tính giá trị của đa thức:

a) $P(x) = x^7 - 80x^6 + 80x^5 - 80x^4 + \dots + 80x + 15$ với $x = 79$ ĐS: $P(79) = 94$

b) $Q(x) = x^{14} - 10x^{13} + 10x^{12} - 10x^{11} + \dots + 10x^2 - 10x + 10$ với $x = 9$ ĐS: $Q(9) = 1$

c) $R(x) = x^4 - 17x^3 + 17x^2 - 17x + 20$ với $x = 16$ ĐS: $R(16) = 4$

d) $S(x) = x^{10} - 13x^9 + 13x^8 - 13x^7 + \dots + 13x^2 - 13x + 10$ với $x = 12$ ĐS: $S(12) = -2$

CHỦ ĐỀ 2: NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

Cho A và B là các biểu thức. Ta có một số hằng đẳng thức đáng nhớ sau:

HẰNG ĐẲNG THỨC VIẾT DẠNG TỔNG	HẰNG ĐẲNG THỨC VIẾT DẠNG TÍCH
<p>* Bình phương của tổng $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$</p> <p>* Bình phương của hiệu $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$</p> <p>* Lập phương của tổng $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$</p> <p>* Lập phương của hiệu $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$</p>	<p>* Hiệu hai bình phương $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$</p> <p>* Tổng hai lập phương $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$</p> <p>* Hiệu hai lập phương $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$</p>

***Chú ý:** Các hằng đẳng thức mở rộng

$$(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2BC + 2AC$$

$$(A - B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 - 2AB - 2BC + 2AC$$

$$(A - B - C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 - 2AB + 2BC - 2AC$$

$$(A + B - C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2(AB - AC - BC)$$

$$(A + B + C)^3 = A^3 + B^3 + C^3 + 3(A + B)(A + C)(B + C)$$

$$A^4 + B^4 = (A + B)(A^3 - A^2B + AB^2 - B^3)$$

$$A^4 - B^4 = (A - B)(A^3 + A^2B + AB^2 + B^3)$$

$$A^n + B^n = (A + B)(A^{n-1} - A^{n-2}B + A^{n-3}B^2 - A^{n-4}B^3 + \dots + (-1)^{n-1}B^{n-1})$$

$$A^n - B^n = (A - B)(A^{n-1} + A^{n-2}B + A^{n-3}B^2 + A^{n-4}B^3 + \dots + B^{n-1})$$

BÀI TẬP CHUYÊN ĐỀ 2 HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

DẠNG 1: Khai triển biểu thức. Đưa biểu thức về dạng hằng đẳng thức.

I/ Phương pháp.

- Nhận diện số A và số B trong hằng đẳng thức.

- Viết khai triển theo đúng công thức của hằng đẳng thức đã học.

II/ Bài tập vận dụng.

Bài 1: Viết các biểu thức sau dưới dạng tổng.

- 1) $(5x + 3yz)^2$ 2) $(y^2x - 3ab)^2$ 3) $(x^2 - 6z)(x^2 + 6z)$ 4) $(2x - 3)^3$
- 5) $(a + 2b)^3$ 6) $(5x + 2y)^2$ 7) $(-3x + 2)^2$ 8) $\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y\right)^2$
- 9) $\left(2x - \frac{5}{2}y\right)^2$ 10) $\left(x + \frac{4}{3}y^2\right)^2$ 11) $\left(2x^2 + \frac{5}{3}y\right)^2$ 12) $\left(\frac{1}{2} - x\right)^3$
- 13) $(2x - 1)^3$ 14) $(2x - 3y)^3$ 15) $(0,01 - xy)^3$ 16) $\left(\frac{1}{2} + x\right)^3$
- 17) $(2x + 1)^3$ 18) $(2x + 3y)^3$ 19) $(0,01 + xy)^3$

Bài 2: Viết các biểu thức sau dưới dạng tổng.

- 1) $(x + y + z)^2$ 2) $(x - y + z)^2$ 3) $(x - 2y + z)^2$ 4) $(2x - y + 3)^2$

Bài 3: Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương của một tổng hay một hiệu:

- 1) $x^2 + 2x + 1$ 2) $x^2 + 5x + \frac{25}{4}$ 3) $16x^2 - 8x + 1$ 4) $4x^2 + 12xy + 9y^2$
- 5) $x^2 + x + \frac{1}{4}$ 6) $x^2 - 3x + \frac{9}{4}$ 7) $\frac{x^2}{4} + x + 1$ 8) $\frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

Bài 4: Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương của một tổng hay một hiệu:

- a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ b) $27y^3 - 9y^2 + y - \frac{1}{27}$
- c) $8x^6 + 12x^4y + 6x^2y^2 + y^3$ d) $(x + y)^3(x - y)^3$

Bài 5: Viết các biểu thức sau dưới dạng tích

- a) $1,24^2 - 0,24^2$ b) $\frac{1}{8} - 8x^3$ c) $x^2 - x + \frac{1}{4}$ d) $x^2 + x + \frac{1}{4}$

Bài 7: Viết các biểu thức sau dưới dạng tích

- a) $x^4 + 4x^2 + 4; 9a^4 + 24a^2b^2 + 16b^4$ b) $4a^2b^2 - c^2d^2; a^3 + 27; x^{16} - y^{16}$
- c) $x^3 - 125; -64 + \frac{1}{8}x^3$ d) $8x^3 + 60x^2y + 150xy^2 + 125y^3$

Bài 8: Viết các biểu thức sau dưới dạng tích

a) $9x^2 + 30x + 25; \frac{4}{9}x^4 - 16x^2$

b) $\frac{12}{5}x^2y^2 - 9x^4 - \frac{4}{25}y^4$

c) $a^2y^2 + b^2x^2 - 2axy$

d) $64x^2 - (8a + b)^2$

e) $100 - (3x - y)^2$

g) $27x^3 - a^3b^3$

Bài 9 : Viết biểu thức sau dưới dạng tích

a) $27x^3 - 27x^2 + 3x + 1$

b) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

c) $\frac{1}{27} + x^3$

d) $0,001 - 1000x^3$

DẠNG 2: Rút gọn biểu thức

I/ Phương pháp.

- Khai triển các hằng đẳng thức có trong biểu thức.

- Rút gọn các đơn thức đồng dạng.

II/ Bài tập vận dụng.

Bài 1: Rút gọn biểu thức:

a) $A = (x + y)^2 - (x - y)^2$

b) $B = (x + y)^2 - 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$

c) $C = (x + y)^3 - (x - y)^3 - 2y^3$

Bài 2: Rút gọn biểu thức

a) $E = (2x + 3)^2 - 2(2x + 3)(2x + 5) + (2x + 5)^2$

b) $F = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 - 1)$

c) $G = (a + b - c)^2 + (a - b + c)^2 - 2(b - c)^2$

d) $H = (a + b + c)^2 + (a - b - c)^2 + (b - c - a)^2 + (c - a - b)^2$

Bài 3: Rút gọn biểu thức.

a) $A = (x + y)^2 - (x - y)^2$

b) $B = (a + b)^3 + (a - b)^3 - 2a^3$

c) $C = 9^8 \cdot 2^8 - (18^4 - 1)(18^4 + 1)$

DẠNG 3: Điền đơn thức thích hợp vào các dấu * trong đẳng thức.

I/ Phương pháp.

- Quan sát 2 vế của đẳng thức, xem đẳng thức thuộc hằng đẳng thức nào đã học.

- Từ vị trí số hạng đã biết trong hằng đẳng thức, xác định số hạng cần điền vào dấu *

II/ Bài tập vận dụng.

- 1) $8x^3 + * + * + 27y^3 = (* + *)^3$
- 2) $8x^3 + 12x^2y + * + * = (* + *)^3$
- 3) $x^3 - * + * - * = (* - 2y)^3$
- 4) $(* - 2)(3x + *) = 9x^2 - 4$
- 5) $27x^3 - 1 = (3x - *)(* + 3x + 1)$
- 6) $* + 1 = (3x + 1)(9x^2 - * + 1)$
- 7) $(2x + 1)^2 = * + 4x + *$
- 8) $(* - 1)^2 = 4x^2 - * + 1$
- 9) $9 - * = (3 - 4x)(3 + 4x)$
- 10) $(4x^2 - 3) = (2x - *)(* + \sqrt{3})$

DẠNG 4: Tính nhanh:

I/ Phương pháp.

- Đưa tổng, hiệu, tích các số về dạng hằng đẳng thức
- Thực hiện phép tính trong hằng đẳng thức.

II/ Bài tập vận dụng.

Bài 1: Tính nhanh

- 1) $153^2 + 94 \cdot 153 + 47^2$
- 2) $126^2 - 152 \cdot 126 + 5776$
- 3) $3^8 \cdot 5^8 - (15^4 - 1)(15^4 + 1)$
- 4) $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \dots (2^{20} + 1) + 1$

Bài 2: Dựa vào các hằng đẳng thức để tính nhanh

- a. $25^2 - 15^2$ b. $205^5 - 95^2$ c. $36^2 - 14^2$
 d. $950^2 - 850^2$ e. $1,24^2 - 2,48 \cdot 0,24 + 0,24^2$

Bài 3. Tính:

- a/ $A = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - 2004^2 + 2005^2$
 b/ $B = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) - 2^{64}$

DẠNG 5: Chứng minh biểu thức dương hoặc âm với mọi giá trị của biến x.

I/ Phương pháp.

- Đưa biểu thức về dạng hằng đẳng thức, khi đó nếu :
 - + Biểu thức A có dạng $(a \pm b)^2$ thì $A \geq 0$
 - + Biểu thức A có dạng $(a \pm b)^2 + c$ (c là hằng số dương) thì $A > 0$
 - + Biểu thức A có dạng $-(a \pm b)^2$ thì $A \leq 0$
 - + Biểu thức A có dạng $-(a \pm b)^2 - c$ (c là hằng số dương) thì $A < 0$

II/ Bài tập vận dụng

Bài 1: Chứng minh rằng

a) $-x^2 + 4x - 5 < 0$ với mọi x

b) $x^4 + 3x^2 + 3 > 0$ với mọi x

c) $(x^2 + 2x + 3)(x^2 + 2x + 4) + 3 > 0$ với mọi x

Bài 2: Chứng minh các biểu thức sau nhận giá trị dương với mọi giá trị của biến:

a) $A = x^2 - x + 1$

b) $B = (x - 2)(x - 4) + 3$

c) $C = 2x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x + 5$

DẠNG 6: Chứng minh đẳng thức.

I/ Phương pháp.

- Dùng hằng đẳng thức biến đổi một vế của đẳng thức sao cho bằng vế còn lại

II/ Bài tập vận dụng

Bài 1: Chứng minh: $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

Bài 2: Chứng minh:

a) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

b) $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

Bài 3: Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 = (a + b)^2(a - b)^2$

b) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax - by)^2 + (bx + ay)^2$

c) $a^3 - b^3 + ab(a - b) = (a - b)(a + b)^2$

d) $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3 = 3(a - b)(b - c)(c - a)$

DẠNG 7: Tìm x trong phương trình $f(x) = 0$.

I/ Phương pháp

Cách 1:

- Đưa $f(x)$ về một trong các dạng hằng đẳng thức sau: $A^2 - B^2$; $A^3 + B^3$; $A^3 - B^3$; $A^4 - B^4$

- Khai triển các hằng đẳng thức trên ta được: $f(x) = 0 \Leftrightarrow H(x).K(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} H(x) = 0 \\ K(x) = 0 \end{cases}$

$H(x)$ và $K(x)$ là các đa thức đơn giản chứa x .

Cách 2:

- Nếu $f(x)$ không đưa được về dạng các hằng đẳng thức như **Cách 1** thì ta khai triển $f(x)$ thành tổng các đơn thức

- Rút gọn các đơn thức đồng dạng sao cho chỉ còn lại $a.x = c$

$$\Rightarrow x = \frac{c}{a}$$

Chú ý: Nếu $f(x) = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + \dots \Rightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 = 0 \\ A_2 = 0 \\ \dots = 0 \end{cases}$

II/ Bài tập vận dụng.

Bài 1 : Tìm x.

a) $9x^2 - 6x - 3 = 0$

b) $x^3 + 9x^2 + 27x + 19 = 0$

c) $x(x + 5)(x - 5) - (x + 2)(x^2 - 2x + 4) = 3$

Hướng dẫn

a) $9x^2 - 6x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 9x^2 - 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow (3x - 1)^2 - 4 = 0$ (Hiệu của hai bình phương)

$\Leftrightarrow (3x - 1 + 2)(3x - 1 - 2) = 0$

$\Leftrightarrow (3x + 1)(3x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 1 = 0 \\ 3x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -1 \\ 3x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$

b) $x^3 + 9x^2 + 27x + 19 = 0$

$\Leftrightarrow x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 + 3^3 - 8 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 3)^3 - 8 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 3)^3 - 2^3 = 0$ (Hiệu của hai lập phương)

$\Leftrightarrow (x + 3 - 2)[(x + 3)^2 + 2(x + 3) + 4] = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 + 6x + 9 + 2x + 6 + 4) = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 + 8x + 19) = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)[x^2 + 2 \cdot 4x + 16 + 3] = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)[(x + 4)^2 + 3] = 0$

$\Leftrightarrow x + 1 = 0$ Vì $(x + 4)^2 + 3 > 0$, với mọi giá trị của biến x.

$\Leftrightarrow x = -1$

c) $x(x + 5)(x - 5) - (x + 2)(x^2 - 2x + 4) = 3$

$\Leftrightarrow x(x^2 - 25) - (x^3 + 8) - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x^3 - 25x - x^3 - 8 - 3 = 0$ (Thu gọn đồng dạng)

$\Leftrightarrow -25x = 11$

$\Leftrightarrow x = -\frac{11}{25}$

Bài 2: Tìm x, y, z biết rằng: $x^2 + 2x + y^2 - 6y + 4z^2 - 4z + 11 = 0$

Hướng dẫn

$$x^2 + 2x + y^2 - 6y + 4z^2 - 4z + 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) + (4z^2 - 4z + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (2z - 1)^2 = 0 \quad (\text{Tổng các bình phương})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ y - 3 = 0 \\ 2z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \\ z = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 4x + 4 = 25$

b) $(5 - 2x)^2 - 16 = 0$

c) $(x - 3)^3 - (x - 3)(x^2 + 3x + 9) + 9(x + 1)^2 = 15$

Bài 4. Tìm x, biết:

a) $(2x + 1)^2 - 4(x + 2)^2 = 9$

b) $(x + 3)^2 - (x - 4)(x + 8) = 1$

c) $3(x + 2)^2 + (2x - 1)^2 - 7(x + 3)(x - 3) = 36$

d) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) + x(x + 2)(2 - x) = 1$

e) $(x + 1)^3 - (x - 1)^3 - 6(x - 1)^2 = -19.$

DẠNG 8: Dùng hằng đẳng thức so sánh hai số.

I/ Phương pháp.

- Vận dụng hằng đẳng thức $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$

- Biến đổi số phức tạp về dạng: $k^N - 1 \Rightarrow$ Khi đó số $k^N - 1 < k^N$

II/ Bài tập vận dụng.

Bài 1: So sánh hai số sau:

a) 2003.2005 và 2004^2

b) $7^{16} - 1$ và $8(7^8 + 1)(7^4 + 1)(7^2 + 1)$

Hướng dẫn

a) 2003.2005 và 2004^2

Ta có: $2003.2005 = (2004 - 1)(2004 + 1) = 2004^2 - 1 < 2004^2$

b) $7^{16} - 1$ và $8(7^8 + 1)(7^4 + 1)(7^2 + 1)$

Ta có: $7^{16} - 1 = (7^8)^2 - 1 = (7^8 + 1)(7^8 - 1)$

$$= (7^8 + 1)(7^4 + 1)(7^4 - 1) = (7^8 + 1)(7^4 + 1)(7^2 + 1)(7^2 - 1)$$

$$= (7^8 + 1)(7^4 + 1)(7^2 + 1)(7 + 1)(7 - 1)$$

$$= (7^8 + 1)(7^4 + 1)(7^2 + 1)8.6 > (7^8 + 1)(7^4 + 1)(7^2 + 1).8$$

Bài 2: So sánh hai số A và B biết : $A = 2016^2$ và $B = 2015 \cdot 2017$

Bài 3: So sánh hai số M và N biết :

$$M = 2^{16} \text{ và } N = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)$$

Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } N &= (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \\ &= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \\ &= (2^8 - 1)(2^8 + 1) \\ &= 2^{16} - 1 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra : } N = 2^{16} - 1 < 2^{16}$$

$$\text{Vậy : } N < M$$

Bài 4: So sánh hai số M và N biết :

$$M = 2^{2016} \text{ và } N = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \dots (2^{1008} + 1)$$

Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } N &= (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \dots (2^{1008} + 1) \\ &= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \dots (2^{1008} + 1) \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1) \dots (2^{1008} + 1) \\ &= (2^8 - 1) \dots (2^{1008} + 1) \\ &= 2^{2016} - 1 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra : } N = 2^{2016} - 1 < 2^{2016} . \text{ Mà: } M = 2^{2016} . \text{ Vậy : } N < M$$

Bài 5: So sánh hai số P và Q biết :

$$P = 4(3^2 + 1)(3^4 + 1) \dots (3^{64} + 1) \text{ và } Q = 3^{218} - 1$$

Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } P &= 4.(3^2 + 1).(3^4 + 1) \dots (3^{64} + 1) = \frac{1}{2} . (3^2 - 1) . (3^2 + 1) . (3^4 + 1) \dots (3^{64} + 1) \\ &= \frac{1}{2} . (3^4 - 1) . (3^4 + 1) \dots (3^{64} + 1) = \frac{1}{2} . (3^{64} - 1) . (3^{64} + 1) \\ &= \frac{1}{2} . (3^{128} - 1) \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow \frac{1}{2} . (3^{128} - 1) < 3^{128} - 1$$

$$\text{Vậy } P < Q.$$

DẠNG 9: Tìm giá trị nhỏ nhất hay giá trị lớn nhất.

I/ Phương pháp:

* Nếu biểu thức $A \leq m$ với $\forall x \in$ thuộc điều kiện và có giá trị $x = x_0$ thỏa mãn điều kiện (Nếu có) để $A = m$

$\Rightarrow A$ đạt GTLN = m khi $x = x_0$

* Nếu biểu thức $A \geq m$ với $\forall x \in$ thuộc điều kiện và có giá trị $x = x_0$ thỏa mãn điều kiện (Nếu có) để $A = m$

$\Rightarrow A$ đạt GTNN = m khi $x = x_0$

* Dùng hằng đẳng thức biến đổi A về dạng:

- Nếu $A = (kx + c)^2 + d \geq d \Rightarrow A_{\min} = d \Leftrightarrow kx + c = 0$

- Nếu $A = -(kx + c)^2 + d \leq d \Rightarrow A_{\max} = d \Leftrightarrow kx + c = 0$

II/ Bài tập vận dụng.

Bài 1: Tìm GTNN hoặc GTLN của các biểu thức sau:

a/ $A = x^2 - 4x + 7$

b/ $B = x^2 + 8x$

c/ $C = -2x^2 + 8x - 15$

Hướng dẫn

a/ $A = x^2 - 4x + 7 = x^2 - 4x + 4 + 3 = (x - 2)^2 + 3 > 3$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức A là 3 khi $x = 2$.

b/ $B = x^2 + 8x = (x^2 + 8x + 16) - 16 = (x + 4)^2 - 16 > -16$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức A là -16 khi $x = -4$.

c/ $C = -2x^2 + 8x - 15 = -2(x^2 - 4x + 4) - 7 = -2(x - 2)^2 - 7 < -7$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức A là -7 khi $x = 2$.

Bài 2: Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

a) $M = x^2 - 4x + 7 = x^2 - 4x + 4 + 3 = (x - 2)^2 + 3$

b) $N = (x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x - 19) + 49$

Hướng dẫn

a) $M = x^2 - 4x + 7 = x^2 - 4x + 4 + 3 = (x - 2)^2 + 3$

Ta thấy: $(x - 2)^2 \geq 0$ nên $M \geq 3$

Hay GTNN của M bằng 3

Giá trị này đạt được khi $(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

b) $N = (x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x - 19) + 49$

$$= (x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x - 5 - 14) + 49$$

$$= (x^2 - 4x - 5)^2 - 14(x^2 - 4x - 5) + 49$$

$$= (x^2 - 4x - 5)^2 - 2.7(x^2 - 4x - 5) + 7^2$$

$$= (x^2 - 4x - 5 - 7)^2 = (x^2 - 4x - 12)^2$$

Ta thấy : $(x^2 - 4x - 12)^2 \geq 0$ nên $N \geq 0$

Hay GTNN của N bằng 0

Giá trị này đạt được khi $x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x - 6)(x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow x = 6$; hoặc $x = -2$

c) $P = x^2 - 6x + y^2 - 2y + 12 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 + 2 = (x - 3)^2 + (y - 1)^2 + 2$

Ta thấy: $(x - 3)^2 \geq 0$; và $(y - 1)^2 \geq 0$ nên $P \geq 2$

Hay GTNN của P bằng 2

Giá trị này đạt được khi $x - 3 = 0$ và $y - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 3$ và $y = 1$

Bài 3: Tìm GTNN của biểu thức $A = (x^2 + 1)^2 + 4$ nếu có.

Bài 4: Cho x và y là các số hữu tỉ và $x \neq y$. Tìm GTNN của biểu thức $B = \frac{1}{2}(x - y)^2 + 2$ nếu

có.

Bài 5: Tìm GTNN của các biểu thức sau:

a) $A = x^2 - 4x + 9$

b) $B = x^2 - x + 1$

c) $C = 2x^2 - 6x$

Hướng dẫn

a) $A = x^2 - 4x + 9$

Ta có : $A = x^2 - 4x + 4 + 5 = (x - 2)^2 + 5$

Ta thấy $(x - 2)^2 \geq 0$, nên $(x - 2)^2 + 5 \geq 5$

Hay GTNN của A bằng 5 , giá trị này đạt được khi $(x - 2)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

b) $B = x^2 - x + 1$

Ta có: $B = x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

Vậy GTNN của B bằng $\frac{3}{4}$, giá trị này đạt được khi $x = \frac{1}{2}$

c) $C = 2x^2 - 6x = 2(x^2 - 3x) = 2[(x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}) - \frac{9}{4}] = 2(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{2}$

Vậy GTNN của C bằng $-\frac{9}{2}$, giá trị này đạt được khi $x = \frac{3}{2}$

Bài 4: Tìm GTLN của các đa thức:

a) $M = 4x - x^2 + 3$

b) $N = x - x^2$

c) $P = 2x - 2x^2 - 5$

Hướng dẫn

a) $M = 4x - x^2 + 3 = -x^2 + 4x - 4 + 7 = 7 - (x^2 - 4x + 4) = 7 - (x - 2)^2$

Ta thấy: $(x - 2)^2 \geq 0$; nên $-(x - 2)^2 \leq 0$.

Do đó: $M = 7 - (x - 2)^2 \leq 7$

Vậy GTLN của biểu thức M bằng 7, giá trị này đạt được khi $x = 2$

b) $N = x - x^2 = -x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - (x - \frac{1}{2})^2$

Vậy GTLN của N bằng $\frac{1}{4}$, giá trị này đạt được khi $x = \frac{1}{2}$

c) $P = 2x - 2x^2 - 5 = 2(-x^2 + x - 5) = 2[(-x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}) - \frac{19}{4}] = -\frac{19}{2} - (x - \frac{1}{2})^2 \leq -\frac{19}{2}$

Vậy GTLN của biểu thức P bằng $-\frac{19}{2}$, giá trị này đạt được khi $x = \frac{1}{2}$

PHIẾU BÀI TẬP SỐ 2 HÀNG ĐẲNG THỨC

Bài 1. Điền vào chỗ trống cho thích hợp:

- | | | |
|--|--|---|
| a) $x^2 + 4x + 4 = \dots\dots\dots$ | b) $x^2 - 8x + 16 = \dots\dots\dots$ | c) $(x + 5)(x - 5) = \dots\dots\dots$ |
| d) $x^3 + 12x^2 + 48x + 64 = \dots\dots$ | e) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = \dots\dots$ | f) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = \dots\dots$ |
| g) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) = \dots\dots$ | h) $x^2 + 2x + 1 = \dots\dots$ | i) $x^2 - 1 = \dots\dots$ |
| k) $x^2 + 6x + 9 = \dots\dots$ | l) $4x^2 - 9 = \dots\dots$ | m) $16x^2 - 8x + 1 = \dots\dots$ |
| n) $9x^2 + 6x + 1 = \dots\dots$ | o) $36x^2 + 36x + 9 = \dots\dots$ | p) $x^3 + 27 = \dots\dots$ |

Bài 2. Thực hiện phép tính:

- | | | |
|--|-------------------------------------|---|
| a) $(2x + 3y)^2$ | b) $(5x - y)^2$ | c) $(2x + y^2)^3$ |
| d) $\left(x^2 + \frac{2}{5}y\right) \cdot \left(x^2 - \frac{2}{5}y\right)$ | e) $\left(x + \frac{1}{4}\right)^2$ | f) $\left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{2}y\right)^3$ |
| g) $(3x^2 - 2y)^3$ | h) $(x - 3y)(x^2 + 3xy + 9y^2)$ | i) $(x^2 - 3) \cdot (x^4 + 3x^2 + 9)$ |
| k) $(x + 2y + z)(x + 2y - z)$ | l) $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$ | m) $(5 + 3x)^3$ |

Bài 3. Tính giá trị biểu thức bằng cách vận dụng hằng đẳng thức:

a) $A = x^3 + 3x^2 + 3x + 6$ với $x = 19$

b) $B = x^3 - 3x^2 + 3x$ với $x = 11$

ĐS: a) $A = 8005$

b) $B = 1001$.

Bài 4. Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào x :

a) $(2x+3)(4x^2-6x+9) - 2(4x^3-1)$

b) $(4x-1)^3 - (4x-3)(16x^2+3)$

c) $2(x^3+y^3) - 3(x^2+y^2)$ với $x+y=1$

d) $(x+1)^3 - (x-1)^3 - 6(x+1)(x-1)$

e) $\frac{(x+5)^2 + (x-5)^2}{x^2 + 25}$

f) $\frac{(2x+5)^2 + (5x-2)^2}{x^2 + 1}$

ĐS: a) 29

b) 8

c) -1

d) 8

e) 2

f) 29

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a) $(x-1)^3 + (2-x)(4+2x+x^2) + 3x(x+2) = 17$

b) $(x+2)(x^2-2x+4) - x(x^2-2) = 15$

c) $(x-3)^3 - (x-3)(x^2+3x+9) + 9(x+1)^2 = 15$

d) $x(x-5)(x+5) - (x+2)(x^2-2x+4) = 3$

ĐS: a) $x = \frac{10}{9}$ b) $x = \frac{7}{2}$ c) $x = \frac{2}{15}$ d) $x = -\frac{11}{25}$

Bài 6. So sánh hai số bằng cách vận dụng hằng đẳng thức:

a) $A = 1999 \cdot 2001$ và $B = 2000^2$

b) $A = 2^{16}$ và $B = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

c) $A = 2011 \cdot 2013$ và $B = 2012^2$

d) $A = 4(3^2+1)(3^4+1)\dots(3^{64}+1)$ và $B = 3^{128} - 1$

Bài 7. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

a) $A = 5x - x^2$

b) $B = x - x^2$

c) $C = 4x - x^2 + 3$

d) $D = -x^2 + 6x - 11$

e) $E = 5 - 8x - x^2$

f) $F = 4x - x^2 + 1$

Bài 8. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a) $A = x^2 - 6x + 11$

b) $B = x^2 - 20x + 101$

c) $C = x^2 - 6x + 11$

d) $D = (x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$

e) $E = x^2 - 2x + y^2 + 4y + 8$

f) $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 6$

g) $G = x^2 - 4xy + 5y^2 + 10x - 22y + 28$

HD: g) $G = (x - 2y + 5)^2 + (y - 1)^2 + 2 \geq 2$

Bài 9. Cho $a + b = S$ và $ab = P$. Hãy biểu diễn theo S và P, các biểu thức sau đây:

a) $A = a^2 + b^2$

b) $B = a^3 + b^3$

c) $C = a^4 + b^4$

CHUYÊN ĐỀ 3

PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG

I/ Thế nào là “phân tích đa thức thành nhân tử” ?

* **Phân tích đa thức thành nhân tử** tức là phân tích đa thức đó thành tích các đa thức (mỗi đa thức trong tích gọi là một **nhân tử**)

II/ PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG.

Bước 1: Chỉ ra nhân tử chung của các hạng tử trong đa thức.

VD: Đa thức: $2x^2 - 4x$

Nhận xét: các hạng tử có nhân tử chung là $2x$

Bước 2: Đặt **Nhân tử chung** ra ngoài ngoặc khi đó trong ngoặc là tổng các nhân tử còn lại của các hạng tử.

$$2x^2 - 4x = 2x \cdot x - 2x \cdot 2 = 2x \cdot (x - 2)$$

Chú ý:

+ Nhiều khi để làm xuất hiện nhân tử chung ta cần đổi dấu các hạng tử.

+ Tính chất đổi dấu hạng tử: $A = -(-A)$

III/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.

Bài 1: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $3x^2 - 6x$

b) $2xy + 2xyz$

c) $15x^2y - 9x^2y^2$

d) $27x^3 + 6x^2$

e) $2x^2(x - 3) - x(x - 3)$

f) $(3x - 6y)x + y(x - 2y)$

Bài 2: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử. (Đổi dấu hạng tử để xuất hiện nhân tử chung).

a) $3(x - y) - 5x(y - x)$

b) $\frac{2}{5}x(y - 1) + \frac{2}{5}y(1 - y)$

c) $x(x - 1) - y(1 - x)$

d) $7x(5x - y) + 2(5x - y) - 3y(y - 5x)$

e) $2y(3 - x) + 3xy(x - 3)$

IV/ CÁC DẠNG TOÁN LIÊN QUAN.

DẠNG 1: Tính nhanh.

Phân tích biểu thức ra thừa số rồi tính.

Bài 3: Tính nhanh

a) $85.12,7 + 5,3.127$

b) $52.143 - 52.39 - 8.26$

c) $15.91,5 + 150.0,85$

d) $37,5 \cdot 6,5 - 6,6 \cdot 7,5 + 3,5 \cdot 37,5$

DẠNG 2: Tính giá trị biểu thức.

** Phân tích biểu thức thành nhân tử.*

** Thay giá trị của biến vào biểu thức đã phân tích.*

Bài 4: Phân tích biểu thức thành nhân tử rồi tính giá trị biểu thức.

a) $x^2 + xy + x$ tại $x = 77$; $y = 22$

b) $x(x - y) + y(y - x)$ tại $x = 53$, $y = 3$

c) $x(x - 1) - y(1 - x)$ tại $x = 2001$; $y = 1999$

DẠNG 3: Toán Tìm x

Dùng phương pháp đặt nhân tử chung, đưa phương trình về phương trình tích

$$A(x).B(x).... = 0 \quad (\text{vế trái là tích các đa thức và mỗi đa thức là một}$$

thừa số)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \\ \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \\ x = \\ \dots \end{cases}$$

Bài 5: Tìm x (Giải phương trình)

a) $x^3 - 13x = 0$

b) $5x(x - 2000) - x + 2000 = 0$

c) $2x(x - 2) + 3(x - 2) = 0$

d) $x + 5x^2 = 0$

d) $x + 1 = (x + 1)^2$

e) $x^3 + x = 0$

f) $x(x-2) + x - 2 = 0$

g) $5x(x-3) - x + 3 = 0.$

h) $x^2(x-3) + 12 - 4x = 0$

DẠNG 4: Chứng minh một biểu thức lũy thừa chia hết cho số a

Dùng phép toán lũy thừa (đã học Lớp 6) và phương pháp Đặt Nhân Tử Chung để phân tích biểu thức lũy thừa thành nhân tử trong đó có một nhân tử là số a

\Rightarrow Biểu thức đã cho chia hết cho số a

Bài 6: Chứng minh: $55^{n+1} - 55^n$ chia hết cho 54

Bài 7: Chứng minh: $5^6 - 10^4$ chia hết cho 54

Bài 8: Chứng minh: $n^2(n+1) + 2n(n+1)$ luôn chia hết cho 6 với mọi số nguyên n.

DẠNG 5: Tìm cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức.

** Phân tích một vế của đẳng thức thành tích của hai thừa số, vế còn lại là một số nguyên n.*

** Phân tích số nguyên n thành tích hai thừa số bằng tất cả các cách, từ đó tìm ra số nguyên x, y.*

Bài 9. Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn một trong các đẳng thức sau:

a) $x + y = xy$

b) $xy - x + 2(y - 1) = 13$

Giải

a) Ta có $x + y = xy$ được viết thành: $xy - x - y = 0.$

Do đó suy ra: $x(y-1) - (y-1) = 1$ hay $(y-1)(x-1) = 1$

Mà $1 = 1.1 = (-1).(-1)$ nên: $\begin{cases} y-1=1 \\ x-1=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y-1=-1 \\ x-1=-1 \end{cases}$

Do đó $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}.$

Vậy ta có hai cặp số nguyên cần tìm là (0,0) và (2,2).

b) Phân tích vế trái ra thừa số ta có:

$$xy - x + 2(y - 1) = x(y - 1) + 2(y - 1) = (y - 1)(x + 2).$$

Vế phải bằng $13 = 1.13 = 13.1 = (-1).(-13) = (-13).(-1)$ nên ta lần lượt có:

$$\begin{cases} y-1=1 \\ x+2=13 \end{cases}; \begin{cases} y-1=13 \\ x+2=1 \end{cases}; \begin{cases} y-1=-1 \\ x+2=-13 \end{cases}; \begin{cases} y-1=-13 \\ x+2=-1 \end{cases}$$

Hay: $\begin{cases} x=11 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=-1 \\ y=14 \end{cases}; \begin{cases} x=-15 \\ y=0 \end{cases}; \begin{cases} x=-3 \\ y=-12 \end{cases}$.

Vậy ta có 4 cặp số nguyên cần tìm là: $(11,2); (-1;14); (-15;0); (-3;-12)$.

CHỦ ĐỀ 3

PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ PHƯƠNG PHÁP DÙNG HẰNG ĐẲNG THỨC

I/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

Nếu đa thức là một vế của hằng đẳng thức đáng nhớ nào đó thì có thể dùng hằng đẳng thức đó để biểu diễn đa thức này thành tích các đa thức.

* Những hằng đẳng thức đáng nhớ:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B +$$

$$3AB^2 - B^3$$

$$A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB$$

$$+ B^2)$$

Ví dụ: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

1) $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

2) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

3) $(x + y)^2 - (x - y)^2 = [(x + y) + (x - y)][(x + y) - (x - y)] = 2x.2y = 4xy$

II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.

Bài 1: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

1) $25x^2 - 10xy + y^2$

2) $2x^2y^2 - 6\sqrt{2}xy + 9$

3) $4y^2 + 4y + 1$

4) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$

5) $27y^3 - 27y^2x + 9yx^2 - x^3$

6) $(x - y)^3 - (x + y)^3$

$$7) (x + 1)^3 + (x - 1)^3$$

$$8) (xy + 4)^2 - (2x + 2y)^2$$

$$9) 81x^2 - 64y^2$$

$$10) (a^2 + b^2 - 5)^2 - 4(ab + 2)^2$$

$$11) (x - 1)^2 - (x + 1)^2$$

$$12) 8x^3 - \frac{1}{8}$$

$$13) \frac{1}{25}x^2 - 64y^2$$

$$14) x^3 + \frac{1}{27}$$

Bài 2: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử. (Đổi dấu hạng tử để xuất hiện hằng đẳng thức).

$$1) -16x^2 + 8xy - y^2$$

$$2) -8x^3 - 36x^2y - 54xy^2 - 27y^3$$

$$3) 10x - 25 - x^2$$

$$4) -2x^2 - 10\sqrt{2}x - 25$$

$$5) -27x^3 - 8$$

III/ CÁC DẠNG TOÁN LIÊN QUAN.

DẠNG 1: Tính nhanh.

Phân tích biểu thức ra thừa số rồi tính.

Bài 3: Tính nhanh

$$a) 25^2 - 15^2$$

$$b) 87^2 + 73^2 - 27^2 - 13^2$$

$$c) 2002^2 - 2^2$$

DẠNG 2: Tính giá trị biểu thức.

** Phân tích biểu thức thành nhân tử.*

** Thay giá trị của biến vào biểu thức đã phân tích.*

Bài 4: Phân tích biểu thức thành nhân tử rồi tính giá trị biểu thức.

$$a) x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} \quad \text{tại } x = 49,75$$

$$b) x^2 - y^2 - 2y - 1 \quad \text{tại } x = 93, y = 6$$

$$c) 27y^3 - 27y^2x + 9yx^2 - x^3 \quad \text{tại } x = 28; y = 9$$

DẠNG 3: Toán Tìm x

Dùng phương pháp đặt nhân tử chung, đưa phương trình về phương trình tích

$A(x).B(x)...=0$ (vế trái là tích các đa thức và mỗi đa thức là một thừa số)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A(x)=0 \\ B(x)=0 \\ \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x= \\ x= \\ \dots \end{cases}$$

Bài 5: Tìm x (Giải phương trình)

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------|
| 1) $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2 = 0$ | 2) $x^3 - \frac{1}{4}x = 0$ | 3) $x^3 - 0,25x = 0$ |
| 4) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ | 5) $x^2 - 10x = -25$ | 6) $4x^2 - 4x = -1$ |
| 7) $(2x - 1)^2 - 25 = 0$ | 8) $27x^3 + 27x^2 + 9x + 1 = 0$ | |
| 9) $9x^2(x + 1) - 4(x + 1) = 0$ | 10) $(x + 1)^3 - 25(x + 1) = 0$ | |

DẠNG 4: Chứng minh một biểu thức lũy thừa chia hết cho số a

Dùng phép toán lũy thừa (đã học Lớp 6) và phương pháp Đặt Nhân Tử Chung để phân tích biểu thức lũy thừa thành nhân tử trong đó có một nhân tử là số a

=> Biểu thức đã cho chia hết cho số a

Bài 6: Chứng minh: $2^9 - 1$ chia hết cho 73

Bài 7: Chứng minh: $(n + 3)^2 - (n - 1)^2$ chia hết cho 8 với mọi số nguyên n.

Bài 8: Chứng minh: $(n + 6)^2 - (n - 6)^2$ chia hết cho 24 với mọi số nguyên n.

DẠNG 5: Tìm cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức.

* Phân tích một vế của đẳng thức thành tích của hai thừa số, vế còn lại là một số nguyên n.

* Phân tích số nguyên n thành tích hai thừa số bằng tất cả các cách, từ đó tìm ra số nguyên x, y.

Bài 9. Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn một trong các đẳng thức sau: $x^2 - y^2 = 21$

CHỦ ĐỀ 3

PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ PHƯƠNG PHÁP NHÓM HẠNG TỬ

I/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Bước 1: Chọn và nhóm 2 hoặc 3 ... hạng tử thành một nhóm sao cho mỗi nhóm sau khi phân tích thành nhân tử thì các nhóm này có thừa số chung, hoặc liên hệ các nhóm là hằng đẳng thức.

Bước 2:

+ Nếu các nhóm có thừa số chung: Đặt thừa số chung của các nhóm làm **Nhân tử chung** ra ngoài ngoặc khi đó trong ngoặc là tổng các thừa số còn lại của các nhóm.

+ Nếu liên hệ các nhóm tạo thành hằng đẳng thức thì vận dụng hằng đẳng thức.

Ví dụ: Phân tích thành nhân tử:

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 - z^2 &= (x^2 - 2xy + y^2) - z^2 && \text{(Thực hiện nhóm hạng tử)} \\ &= (x - y)^2 - z^2 && \text{(Hằng đẳng thức hiệu hai bình phương)} \\ &= (x - y - z)(x - y + z) \end{aligned}$$

Chú ý:

+ Nhiều khi để làm xuất hiện thừa số chung (nhân tử chung) ta cần đổi dấu các hạng tử.

+ Tính chất đổi dấu hạng tử: $A = -(-A)$

II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.

Bài 1: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử. (Nhóm xuất hiện thừa số chung)

a) $x^2 - xy + x - y$	b) $xz + yz - 5x - 5y$	c) $3x^2 - 3xy - 5x + 5y$
d) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$	e) $45 + x^3 - 5x^2 - 9x$	f) $x^4 + x^3 + x + 1$

Bài 2: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử. (Nhóm xuất hiện hằng đẳng thức).

1) $x^3 - x + y^3 - y$	2) $x^2 - 2xy - 4z^2 + y^2$
3) $x(x - 1) - y(1 - x)$	4) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$
5) $x^2 - 2xy + y^2 - xz + yz$	6) $x^2 - y^2 - x + y$
7) $3x^2 + 6xy + 3y^2 - 3z^2$	8) $x^2 - 2xy + y^2 - z^2 + 2zt - t^2$

9) $x^3 + x^2 - xy + y^2 + y^3$

10) $x^2 - 6(x + 3) - 9$

Bài 3: Phân tích biểu thức thành nhân tử rồi tính giá trị biểu thức.

a) $4x^2 - y^2 + 4x + 1$ tại $x = 10 ; y = 5$

b) $x^2 - y^2 - 2y - 1$ tại $x = 93, y = 6$

Bài 4: Tìm x (Giải phương trình)

Dùng phương pháp đặt nhân tử chung, đưa phương trình về phương trình tích

$A(x).B(x).... = 0$ (vế trái là tích các đa thức và mỗi đa thức là một

thừa số)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \\ \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \\ x = \\ \dots \end{cases}$$

a) $2(x + 3) - x^2 - 3x = 0$

b) $4x^2 - 25 - (2x - 5)(2x +$

$7) = 0$

c) $x^3 + 27 + (x + 3)(x - 9) = 0$

d) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$

Bài 6: Chứng minh một biểu thức lũy thừa chia hết cho số **a**

*Dùng phép toán lũy thừa (đã học Lớp 6) và phương pháp Đặt Nhân Tử Chung để phân tích biểu thức lũy thừa thành nhân tử trong đó có một nhân tử là số **a***

\Rightarrow Biểu thức đã cho chia hết cho số **a**

Vận dụng: Chứng minh: $n^3 + 3n^2 - n - 3$ chia hết cho 48 với mọi số nguyên n lẻ.

CHỦ ĐỀ 3: PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

BÀI TẬP TỔNG ÔN

1. Phân tích a thức thành nhân tử:

a) $7x + 7y$

b) $2x^2y - 6xy^2$

c) $3x(x-1) + 7x^2(x-1)$

d) $3x(x-a) + 5a(a-x)$

2. Phân tích a thức thành nhân tử:

a) $6x^4 - 9x^3$

b) $5y^{10} + 15y^6$

c) $9x^2y^2 + 15x^2y - 21xy^2$

d) $x^2y^2z + xy^2z^2 + x^2yz^2$

3. Phân tích a thức thành nhân tử:

a) $x^2 - 6xy + 9y^2$

b) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

c) $x^3 - 64$

d) $125x^3 + y^6$

e) $0,125(a+1)^3 - 1.$

4. Pân tích a thức tnh nhn tử:

a) $2x(x+1) + 2(x+1)$

b) $y^2(x^2 + y) - zx^2 - zy$

c) $4x(x-2y) + 8y(2y-x)$

d) $3x(x+1)^2 - 5x^2(x+1) + 7(x+1)$

5. Pân tích a thức tnh nhn tử:

a) $(2x+1)^2 - (x-1)^2$

b) $9(x+5)^2 - (x-7)^2$

c) $25(x-y)^2 - 16(x+y)^2$

d) $49(y-4)^2 - 9(y+2)^2$

6. Pân tích a thức tnh nhn tử:

a) $x^4 + x^3 + x + 1$

b) $x^4 - x^3 - x + 1$

c) $x^2y + xy^2 - x - y$

d) $ax^2 + a^2y - 7x - 7y$

e) $ax^2 + ay - bx^2 - by$

f) $x(x+1)^2 + x(x-5) - 5(x+1)^2$

7. Pân tích a thức tnh nhn tử:

a) $3x^2 - 12y^2$

b) $5xy^2 - 10xyz + 5xz^2$

c) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 27z^3.$

8. Pân tích a thức tnh nhn tử:

a) $x^2 - 2xy + y^2 - xz + yz$

b) $x^2 - y^2 - x + y$

c) $a^3x - ab + b - x$

d) $a^3x - ab + b - x$

e) $3x^2(a+b+c) + 36xy(a+b+c) + 108y^2(a+b+c)$

9. Pân tích a thức tnh nhn tử:

a) $x^2 - x - 6$

b) $x + 4x^2 - 5$

c) $x^3 - 19x - 30$

d) $x^4 + x^2 + 1$

10. Pân tích a thức tnh nhn tử:

a) $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$

b) $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$

c) $4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2$

11. Phân tích a thức thành nhân tử:

a) $(1+x^2)^2 - 4x(1-x^2)$

b) $(x^2-8)^2 + 36$

c) $81x^4 + 4$

12. Tính giá trị biểu thức

a) $\frac{43^2 - 11^2}{(36.5)^2 - (27.5)^2}$

b) $\frac{97^3 + 83^3}{180} - 97.83$

c) $A = x(2x - y) - z(y - 2x)$ với $x = 1, 2; y = 1, 4; z = 1, 8$.

d) $B = (x-1)x^2 - 4x(x-1) + 4(x-1)$ với $x = 3$.

13. Tìm x biết:

a) $(2x-1)^2 - 25 = 0$

b) $8x^3 - 50x = 0$

c) $(x-2)(x^2 + 2x + 7) + 2(x^2 - 4) - 5(x-2) = 0$

14. Tìm x biết:

a) $3x(x-1) + x - 1 = 0$

b) $2(x+3) - x^2 - 3x = 0$

c) $4x^2 - 25 - (2x-5)(2x+7) = 0$

d) $x^3 + 27 + (x+3)(x-9) = 0$

15. Chứng minh rằng:

a) $2^9 - 1$ chia hết cho 73

b) $5^6 - 10^4$ chia hết cho 9.

16. Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì:

a) $(n+3)^2 - (n-1)^2$ chia hết cho 8

b) $(n+6)^2 - (n-6)^2$ chia hết cho 24.

17. Chứng minh rằng với n lẻ thì:

a) $n^2 + 4n + 3$ chia hết cho 8.

b) $n^3 + 3n^2 - n - 3$ chia hết cho 48.

18. Tìm các cặp số nguyên (x, y) thoả mãn một trong các đẳng thức sau:

a) $y(x-2) + 3x - 6 = 1$

b) $xy + 3x - 2y - 7 = 0$

c) $xy - x + 5y - 7 = 0$

19. Phân tích a thức thành nhân tử:

a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$

b) $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12$

c) $(x^2 + 4x + 8)^2 + 3x(x^2 + 4x + 8) + 2x^2$

d) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 24$

20. Phân tích a thức thành nhân tử:

a) $2x^3 - 5x^2 + 8x - 3$

b) $3x^3 - 14x^2 + 4x + 3$

c) $12x^2 + 5x - 12y^2 + 12y - 10xy - 3$.

21. Cho $a + b + c = 0$, Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

b) $2(a^5 + b^5 + c^5) = 5abc(a^2 + b^2 + c^2)$

c) $(a^2 + b^2 + c^2)^2 = 2(a^4 + b^4 + c^4)$.

22. Cho 3 số a, b, c thoả mãn $a + b + c = 1$ và $a^3 + b^3 + c^3 = 1$. Chứng minh

$$a^{2005} + b^{2005} + c^{2005} = 1.$$

23. Cho a, b, c là 3 cạnh tam giác. Chứng minh rằng:

a) $a^3 + b^3 + c^3 + 2abc < a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b)$

b) $(a+b+c)^2 \leq 9bc$

c) $2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4 > 0$

d) $4a^2b^2 > (a^2 + b^2 - c^2)^2$

CHỦ ĐỀ 4: CHIA ĐƠN THỨC, ĐA THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Chia đơn thức cho đơn thức

* Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp A chia hết cho B) ta làm như sau :

- + Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B.
- + Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa cùng biến đó trong B.
- + Nhân các kết quả vừa tìm được với nhau.

* Với mọi $x \neq 0$, $m, n \in \mathbb{N}$ ta có :

$$x^m : x^n = x^{m-n} \text{ (nếu } m > n \text{)}$$

$$x^m : x^n = 1 \text{ (nếu } m = n \text{)}$$

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

$$x^0 = 1 \quad ; \quad 1^n = 1$$

$$(-x)^n = x^n \text{ nếu } n \text{ là một số chẵn}$$

$$(-x)^n = -x^n \text{ nếu } n \text{ là số lẻ}$$

$$(x - y)^2 = (y - x)^2$$

$$(x - y)^n = (y - x)^n \text{ với } n \text{ là số chẵn}$$

2. Chia đa thức cho đơn thức

Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp các hạng tử của đa thức A đều chia hết cho đơn thức B), ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

3. Định lý Bezout

Dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho nhị thức bậc nhất $x - a$ là $f(a)$

Hệ quả : Đa thức $f(x)$ chia hết cho nhị thức bậc nhất $x - a$ khi và chỉ khi $f(a) = 0$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC

Bài toán 1 : Thực hiện phép tính chia đơn thức cho đơn thức.

a) $10x^3y^2z : (-4xy^2z)$

f) $(-35xy^5z) : (-12xy^4)$

b) $32x^2y^3z^4 : 14y^2z$

g) $x^3y^4 : x^3y$

c) $25x^4y^5z^3 : (-3xy^2z)$

h) $18x^2y^2z : 6xyz$

d) $5x^3y^2z : (-2xyz)$

i) $27x^4y^2z : 9x^4y$

e) $(-12x^5y^4) : (-4x^2y)$

k) $5x^3y : 23xy$

DẠNG 2: CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

Bài toán 2 : Thực hiện phép tính.

a) $(4x^5 - 8x^3) : (-2x^3)$

b) $(9x^3 - 12x^2 + 3x) : (-3x)$

c) $(xy^2 + 4x^2y^3 - 3x^3y^4) : (-2xy^2)$

d) $(-3x^2y^3 + 4x^3y^4 - y^4y^5) : (-x^2y^3)$

e) $[2(x - y)^3 - 7(y - x)^2 - (y - x)] : (x - y)$

f) $[3(x - y)^5 - 2(x - y)^4 + 3(x - y)^2] : [5(x - y)^2]$

DẠNG 3 : CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN ĐÃ SẮP XẾP.

Bài toán 3 : Thực hiện phép chia.

a) $(2x^3 - 5x^2 - x + 1) : (2x + 1)$

b) $(x^3 - 2x + 4) : (x + 2)$

c) $(6x^3 - 19x^2 + 23x - 12) : (2x - 3)$

d) $(x^4 - 2x^3 - 1 + 2x) : (x^2 - 1)$

e) $(6x^3 - 5x^2 + 4x - 1) : (2x^2 - x + 1)$

f) $(x^4 - 5x^2 + 4) : (x^2 - 3x + 2)$

g) $(x^3 - 2x^2 - 5x + 6) : (x + 2)$

h) $(x^3 - 2x^2 + 5x + 8) : (x + 1)$

DẠNG 4: TÌM THƯƠNG VÀ DƯ TRONG PHÉP CHIA ĐA THỨC

Phương pháp giải :

Từ điều kiện đề bài trên, ta đặt phép chia $A : B$ được kết quả là thương Q và dư R .

Bài toán 4 : Tìm thương Q và dư R sao cho $A = B.Q + R$ biết.

a) $A = x^4 + 3x^3 + 2x^2 - x - 4$ và $B = x^2 - 2x + 3$

b) $A = 2x^3 - 3x^2 + 6x - 4$ và $B = x^2 - x + 3$

c) $A = 2x^4 + x^3 + 3x^2 + 4x + 9$ và $B = x^2 + 1$

d) $A = 2x^3 - 11x^2 + 19x - 6$ và $B = x^2 - 3x + 1$

e) $A = 2x^4 - x^3 - x^2 - x + 1$ và $B = x^2 + 1$

DẠNG 5: TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA m ĐỂ ĐA THỨC A CHIA HẾT CHO ĐA THỨC B

I/ Phương pháp giải:

* Thực hiện phép chia $A : B$ để tìm biểu thức dư R theo m

Để A chia hết cho B thì $R = 0 \Rightarrow m =$

* Tìm số nguyên n để A chia hết cho B (với A, B là các biểu thức theo n)

- Thực hiện $A : B$ tìm số dư là số nguyên k , thương là biểu thức Q

- Viết $A = Q.B + k$

- Để A chia hết cho $B \Leftrightarrow k$ chia hết cho $B \Leftrightarrow B$ là Ư(k) $\Rightarrow n =$

II/ Các ví dụ.

Ví dụ 1: Tìm giá trị nguyên của n để giá trị biểu thức $4n^3 - 4n^2 - n + 4$ chia hết cho giá trị của biểu thức $2n + 1$.

Giải

Thực hiện phép chia $4n^3 - 4n^2 - n + 4$ cho $2n + 1$, ta được :

$$4n^3 - 4n^2 - n + 4 = (2n + 1).(n^2 + 1) + 3$$

Từ đó, để có phép chia hết điều kiện là 3 chia hết cho $2n + 1$, tức là cần tìm giá trị nguyên của n để $2n + 1$ là ước của 3, ta được :

$$2n + 1 = 3 \quad n = 1$$

$$2n + 1 = 1 \quad n = 0$$

$$2n + 1 = -3 \quad n = -2$$

$$2n + 1 = -1 \quad n = -1$$

Vậy $n = 1, n = 0, n = -2$ thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Ví dụ 2: Tìm m sao cho đa thức A chia hết cho đa thức B biết

$$A = 8x^2 - 26x + m \text{ và } B = 2x - 3$$

Giải

$A : B$ được thương là $4x - 7$ và số dư là $m - 21$

Để A chia hết cho B thì $m - 21 = 0 \Leftrightarrow m = 21$

III/ Vận dụng.

Bài toán 5: Tìm m sao cho đa thức A chia hết cho đa thức B biết.

- b) $A = x^3 + 4x^2 + 4x + m$ và $B = x + 3$
 c) $A = x^3 - 13x + m$ và $B = x^2 + 4x + 3$
 d) $A = x^4 + 5x^3 - x^2 - 17x + m + 4$ và $B = x^2 + 2x - 3$
 e) $A = 2x^4 + mx^3 - mx - 2$ và $B = x^2 - 1$

Bài toán 6 : Cho các đa thức sau:

$$A = x^3 + 4x^2 + 3x - 7 \quad B = x + 4$$

- a) Tính $A : B$
 b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ sao cho A chia hết cho B

Bài toán 7 : Tìm x, biết.

- a) $(8x^2 - 4x) : (-4x) - (x + 2) = 8$
 b) $(2x^4 - 3x^3 + x^2) : (-x^2) + 4(x - 1)^2 = 0$

Bài toán 8 : Tìm giá trị nguyên của n để giá trị của biểu thức A chia hết cho giá trị của biểu thức B biết.

- a) $A = 8n^2 - 4n + 1$ và $B = 2n + 1$
 b) $A = 3n^3 + 8n^2 - 15n + 6$ và $B = 3n - 1$
 c) $A = 4n^3 - 2n^2 - 6n + 5$ và $B = 2n - 1$

DẠNG 6 : ỨNG DỤNG ĐỊNH LÝ Bezout

I/ Định lý:

Dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho nhị thức bậc nhất $x - a$ là $f(a)$

Hệ quả : Đa thức $f(x)$ chia hết cho nhị thức bậc nhất $x - a$ khi và chỉ khi $f(a) =$

0

II/ Vận dụng.

Bài toán 9 : Không làm phép chia hãy tìm số dư khi :

- a) Khi $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 3$ chia cho $x - 2$
 b) Khi $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 1$ chia cho $x + 1$
 c) Khi $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ chia cho $x - 2$
 d) Khi $f(x) = x^{27} + x^9 + x^3 + x$ chia cho $x - 1$

Bài toán 10 : Chứng minh :

- a) $x^{50} + x^{10} + 1$ chia hết cho $x^{20} + x^{10} + 1$
 b) $x^{2012} + x^{2008} + 1$ chia hết cho $x^2 + x + 1$

PHIẾU BÀI TẬP SỐ 1

CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a) $(-3)^5 : (-3)^3$

b) $(-z)^7 : (-z)^3$

c) $y^{12} : (-y^{10})$

d) $(4x^7) : (2x)^3$

e) $(-5x^2)^5 : (-3x)^2$

f) $(x^3y^2)^3 : (xy^2)^2$

Bài 2. Thực hiện phép tính:

a) $(x-3)^9 : (x-3)^6$

b) $(x+2)^4 : (x+2)^3$

c) $(x^2 + 4x + 4)^5 : (x^2 + 4x + 4)$

d) $2(x^2 + 1)^5 : \frac{1}{4}(x^2 + 1)$

e) $5(x-y)^5 : \frac{25}{7}(x-y)^3$

Bài 3. Thực hiện phép tính:

a) $6x^2y^2 : 3xy$

b) $6x^2y^3 : 3xy^3$

c) $8x^2y^3 : 2xy$

d) $5x^2y^5 : xy^3$

e) $(-4x^4y^3) : 2x^2y$

f) $xy^3z^4 : (-2xz^3)$

g) $\frac{3}{4}x^3y^3 : \left(-\frac{1}{2}x^2y^2\right)$

h) $9x^2y^4z : 12xy^3$

i) $(2x^3y)(3xy^2) : 2x^3y^2$

k) $\frac{(3a^2b)^3(ab^3)^2}{(a^2b^2)^4}$

l) $\frac{(2xy^2)^3(3x^2y)^2}{(2x^3y^2)^2}$

Bài 4. Thực hiện phép tính:

a) $(2x^3 - x^2 + 5x) : x$

b) $(3x^4 - 2x^3 + x^2) : (-2x)$

c) $(-2x^5 + 3x^2 - 4x^3) : 2x^2$

d) $(x^3 - 2x^2y + 3xy^2) : \left(-\frac{1}{2}x\right)$

e) $[3(x-y)^5 - 2(x-y)^4 + 3(x-y)^2] : 5(x-y)^2$

Bài 5. Thực hiện phép tính:

a) $(3x^5y^2 + 4x^3y^3 - 5x^2y^4) : 2x^2y^2$

b) $\left(\frac{3}{5}a^6x^3 + \frac{3}{7}a^3x^4 - \frac{9}{10}ax^5\right) : \frac{3}{5}ax^3$

c) $(9x^2y^3 - 15x^4y^4) : 3x^2y - (2 - 3x^2y)y^2$

d)

$(6x^2 - xy) : x + (2x^3y + 3xy^2) : xy - (2x - 1)x$

e) $(x^2 - xy) : x + (6x^2y^5 - 9x^3y^4 + 15x^4y^2) : \frac{3}{2}x^2y^3$

PHIẾU BÀI TẬP SỐ 2

CHIA ĐA THỨC CHO ĐA THỨC

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a) $(x^3 - 3x^2) : (x - 3)$

b) $(2x^2 + 2x - 4) : (x + 2)$

c) $(x^4 - x - 14) : (x - 2)$

d) $(x^3 - 3x^2 + x - 3) : (x - 3)$

e) $(x^3 + x^2 - 12) : (x - 2)$

f) $(2x^3 - 5x^2 + 6x - 15) : (2x - 5)$

g) $(-3x^3 + 5x^2 - 9x + 15) : (5 - 3x)$

h) $(-x^2 + 6x^3 - 26x + 21) : (2x - 3)$

Bài 2. Thực hiện phép tính:

a) $(2x^4 - 5x^2 + x^3 - 3 - 3x) : (x^2 - 3)$

b) $(x^5 + x^3 + x^2 + 1) : (x^3 + 1)$

c) $(2x^3 + 5x^2 - 2x + 3) : (2x^2 - x + 1)$

d) $(8x - 8x^3 - 10x^2 + 3x^4 - 5) : (3x^2 - 2x + 1)$

e) $(-x^3 + 2x^4 - 4 - x^2 + 7x) : (x^2 + x - 1)$

Bài 3. Thực hiện phép tính:

a) $(5x^2 + 9xy - 2y^2) : (x + 2y)$

b) $(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3) : (x^2 + y^2)$

c) $(4x^5 + 3xy^4 - y^5 + 2x^4y - 6x^3y^2) : (2x^3 + y^3 - 2xy^2)$

d) $(2a^3 + 7ab^2 - 7a^2b - 2b^3) : (2a - b)$

Bài 4. Thực hiện phép tính:

a) $(2x + 4y)^2 : (x + 2y) - (9x^3 - 12x^2 - 3x) : (-3x) - 3(x^2 + 3)$

b) $(13x^2y^2 - 5x^4 + 6y^4 - 13x^3y - 13xy^3) : (2y^2 - x^2 - 3xy)$

Bài 5. Tìm a, b để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$, với:

a) $f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + ax + b$, $g(x) = x^2 - x - 2$

b) $f(x) = x^4 - x^3 + 6x^2 - x + a$, $g(x) = x^2 - x + 5$

c) $f(x) = 3x^3 + 10x^2 - 5 + a$, $g(x) = 3x + 1$

d) $f(x) = x^3 - 3x + a$, $g(x) = (x - 1)^2$

ĐS: a) $a = 1, b = -30$

Bài 6. Thực hiện phép chia $f(x)$ cho $g(x)$ để tìm thương và dư:

a) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 1, g(x) = x^2 + 2x - 1$

b) $f(x) = 2 - 4x + 3x^4 + 7x^2 - 5x^3, g(x) = 1 + x^2 - x$

c) $f(x) = 19x^2 - 11x^3 + 9 - 20x + 2x^4, g(x) = 1 + x^2 - 4x$

d) $f(x) = 3x^4y - x^5 - 3x^3y^2 + x^2y^3 - x^2y^2 + 2xy^3 - y^4, g(x) = x^3 - x^2y + y^2$

Bài 7: Cho biết đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$. Tìm đa thức thương:

a) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 11x - 10, g(x) = x - 2$ *ĐS:* $q(x) = x^2 - 3x + 5$

b) $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 4x - 4, g(x) = x - 2$ *ĐS:* $q(x) = 3x^2 - x + 2$

Bài 8: Phân tích đa thức $P(x) = x^4 - x^3 - 2x - 4$ thành nhân tử, biết rằng một nhân tử có dạng:

$$x^2 + dx + 2.$$

ĐS: $P(x) = (x^2 - x + 2)(x^2 - 2).$

Bài 9: Với giá trị nào của a và b thì đa thức $x^3 + ax^2 + 2x + b$ chia hết cho đa thức $x^2 + x + 1$.

ĐS: $a = 2, b = 1.$

Bài 10: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 - x^2 - 14x + 24$

b) $x^3 + 4x^2 + 4x + 3$

c) $x^3 - 7x - 6$

d) $x^3 - 19x - 30$

e) $a^3 - 6a^2 + 11a - 6$

Bài 11: Tìm các giá trị a, b, k để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$:

a) $f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + x + k, g(x) = x^2 - x - 2.$ *ĐS:* $k = -30.$

b) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 + ax + b, g(x) = x^2 - 3x + 4.$ *ĐS:* $a = 3, b = -4.$

Bài 13: Tìm tất cả các số tự nhiên k để cho đa thức $f(k) = k^3 + 2k^2 + 15$ chia hết cho nhị thức $g(k) = k + 3$.

ĐS: $k = 0, k = 3.$

CHỦ ĐỀ 5: TỔNG ÔN CHƯƠNG I

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a) $(3x^3 - 2x^2 + x + 2) \cdot (5x^2)$

b) $(a^2x^3 - 5x + 3a) \cdot (-2a^3x)$

c) $(3x^2 + 5x - 2)(2x^2 - 4x + 3)$

d) $(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)(a - b)$

Bài 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(a^2 + a - 1)(a^2 - a + 1)$

b) $(a + 2)(a - 2)(a^2 + 2a + 4)(a^2 - 2a + 4)$

c) $(2 + 3y)^2 - (2x - 3y)^2 - 12xy$

d) $(x + 1)^3 - (x - 1)^3 - (x^3 - 1) - (x - 1)(x^2 + x + 1)$

Bài 3. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không phụ thuộc vào x :

a) $(x - 1)^3 - (x + 1)^3 + 6(x + 1)(x - 1)$

b) $(x + 1)(x^2 - x + 1) - (x - 1)(x^2 + x + 1)$

c) $(x - 2)^2 - (x - 3)(x - 1)$

d) $(x + 1)(x^2 - x + 1) - (x - 1)(x^2 + x + 1)$

e) $(x - 1)^3 - (x + 1)^3 + 6(x + 1)(x - 1)$

f) $(x + 3)^2 - (x - 3)^2 - 12x$

Bài 4. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = a^3 - 3a^2 + 3a + 4$ với $a = 11$

b) $B = 2(x^3 + y^3) - 3(x^2 + y^2)$ với $x + y = 1$

Bài 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $1 + 2xy - x^2 - y^2$

b) $a^2 + b^2 - c^2 - d^2 - 2ab + 2cd$

c) $a^3b^3 - 1$

d) $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$

e) $x^2 - 15x + 36$

f) $x^{12} - 3x^6y^6 + 2y^{12}$

g) $x^8 - 64x^2$

h) $(x^2 - 8)^2 - 784$

Bài 6. Thực hiện phép chia các đa thức sau: (*đặt phép chia vào bài*)

a) $(35x^3 + 41x^2 + 13x - 5) : (5x - 2)$

b) $(x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 22x + 15) : (x^2 - 2x + 3)$

c) $(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3) : (x^2 + y^2)$

d) $(4x^4 - 14x^3y - 24x^2y^2 - 54y^4) : (x^2 - 3xy - 9y^2)$

Bài 7. Thực hiện phép chia các đa thức sau:

a) $(3x^4 - 8x^3 - 10x^2 + 8x - 5) : (3x^2 - 2x + 1)$

b) $(2x^3 - 9x^2 + 19x - 15) : (x^2 - 3x + 5)$

c) $(15x^4 - x^3 - x^2 + 41x - 70) : (3x^2 - 2x + 7)$

d) $(6x^5 - 3x^4y + 2x^3y^2 + 4x^2y^3 - 5xy^4 + 2y^5) : (3x^3 - 2xy^2 + y^3)$

Bài 8. Giải các phương trình sau:

a) $x^3 - 16x = 0$

b) $2x^3 - 50x = 0$

c) $x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = 0$

d) $5x^2 - 4(x^2 - 2x + 1) - 5 = 0$

e) $(x^2 - 9)^2 - (x - 3)^2 = 0$

f) $x^3 - 3x + 2 = 0$

g) $(2x - 3)(x + 1) + (4x^3 - 6x^2 - 6x) : (-2x) = 18$

Bài 9. Chứng minh rằng:

a) $a^2 + 2a + b^2 + 1 \geq 0$ với mọi giá trị của a và b .

b) $x^2 + y^2 + 2xy + 4 > 0$ với mọi giá trị của x và y .

c) $(x - 3)(x - 5) + 2 > 0$ với mọi giá trị của x .

Bài 10. Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a) $x^2 + x + 1$

b) $2 + x - x^2$

c) $x^2 - 4x + 1$

d) $4x^2 + 4x + 11$

e) $3x^2 - 6x + 1$

f) $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6$

g) $h(h + 1)(h + 2)(h + 3)$