

## CHUYÊN ĐỀ I. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC.

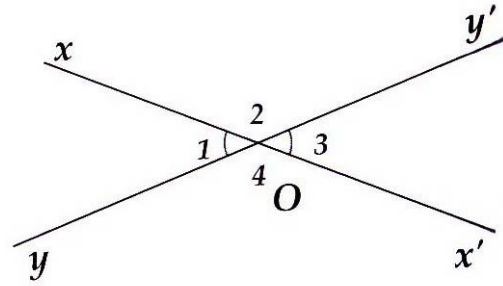
### ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

#### CHỦ ĐỀ 1. HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH

#### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

##### 1. Định nghĩa

Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.



##### 2. Tính chất của hai góc đối đỉnh

Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

Chú ý:

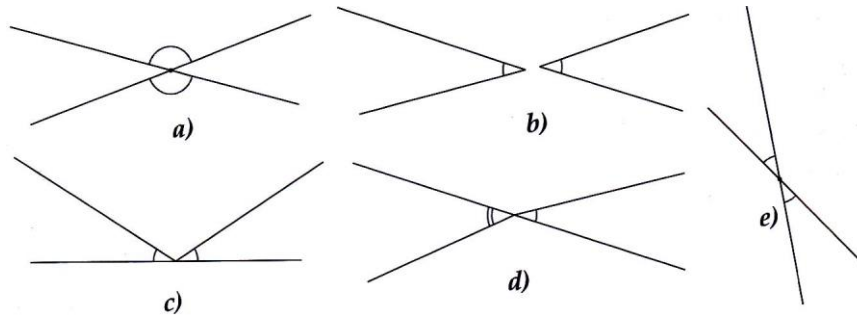
- Mỗi góc chỉ có một góc đối đỉnh với nó;
- Hai góc bằng nhau chưa chắc đã đối đỉnh.

#### II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

##### Dạng 1. Nhận biết hai góc đối đỉnh

**Phương pháp giải:** Xét các cạnh của góc và các tia đối để tìm cặp góc đối đỉnh.

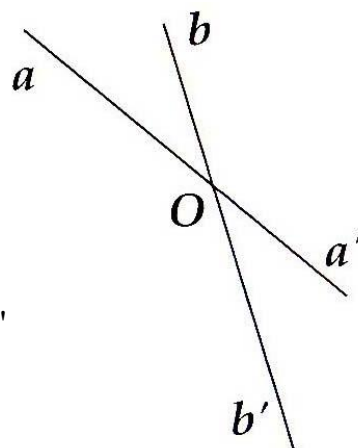
**1A.** Cho hình a, b, c, d và e. Cặp góc nào đối đỉnh? Cặp góc nào không đối đỉnh? Vì sao?



**1B.** Vẽ hai đường thẳng  $aa'$  và  $bb'$  cắt nhau tại  $O$  như hình vẽ. Hãy điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau:

a) Góc  $aOb$  và góc ... là hai góc đối đỉnh vì cạnh  $Oa$  là tia đối của cạnh  $Oa'$  và cạnh  $Ob$  là... của cạnh  $Ob'$ .

b) Góc  $a'Ob$  và góc  $aOb'$  là ... vì cạnh  $Oa$  là tia đối của cạnh ... và cạnh ... là tia đối của cạnh  $Ob'$



**2A.** Vẽ bốn đường thẳng  $xx', yy', zz', tt'$  cùng đi qua điểm  $O$ . Hãy viết tên các cặp góc đối đỉnh (khác góc bẹt).

**2B.** Vẽ ba đường thẳng  $aa', bb'$  và  $cc'$  cắt nhau tại  $A$ . Hãy viết tên các cặp góc đối đỉnh (khác góc bẹt).

**3A.** Vẽ góc vuông  $xOy$ . Vẽ  $x'Oy'$  đối đỉnh với  $xOy$ . Hãy viết tên hai góc vuông không đối đỉnh

**3B.** Vẽ hai góc có chung đỉnh và có cùng số đo là  $60^\circ$ , nhưng không đối đỉnh.

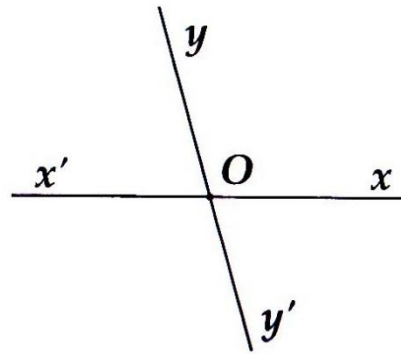
## Dạng 2. Tính số đo góc

**Phương pháp giải:** Sử dụng các tính chất:

- Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau;
- Hai góc kề bù có tổng bằng  $180^\circ$ .

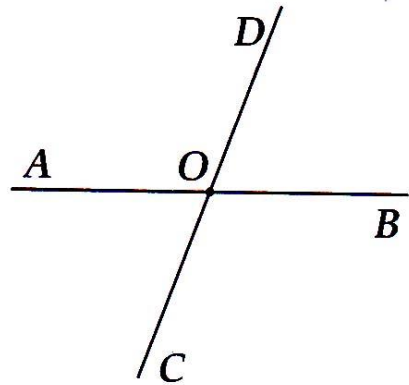
**4A.** Cho hình, vẽ bên. Tính  $xOy'$

biết  $xOy - yOx' = 30^\circ$ .



**4B.** Cho hình vẽ bên. Biết  $AOC + BOD = 140^\circ$ .

Hãy tính số đo các góc  $AOC, COB, BOD$  và  $DOA$



**5A.** Cho góc  $xOy$  có số đo bằng  $45^\circ$ , Vẽ hai tia  $Om, On$  lần lượt là tia đối của tia  $Oy, Ox$ . Tính số đo các góc còn lại trên hình.

**5B.** Vẽ hai đường thẳng cắt nhau sao cho trong các góc tạo thành có một góc bằng  $150^\circ$ . Tính số đo các góc còn lại.

**6A.** Cho hai góc kề nhau  $xOy$  và  $yOz$  có tổng bằng  $150^\circ$  và  $xOy - yOz = 90^\circ$ .

a) Tính số đo  $xOy$  và  $yOz$

b) Gọi  $Oz'$  là tia đối của tia  $Oz$ . Hãy so sánh  $xOz$  và  $yOz$

**6B.** Cho hai góc kề nhau  $xOy$  và  $yOz$  có tổng bằng  $110^\circ$  và  $xOy - yOz = 30^\circ$ .

a) Tính số đo  $xOy$  và  $yOz$ .

b) Gọi  $Oz'$  là tia đối của tia  $Oz$ . Hãy so sánh  $xOz$  và  $yOz$

**7A.** Đường thẳng  $xx'$  cắt đường thẳng  $yy'$  tại  $O$ . Vẽ tia phân giác  $Ot$  của  $xOy$

a) Gọi  $Ot'$  là tia đối của tia  $Ot$ . So sánh  $xOt'$  và  $t'Oy$

b) Vẽ tia phân giác  $Om$  của  $xOy$ . Tính góc  $mOt$

**7B.** Vẽ  $x'Ay'$  đối đỉnh với  $xAy$ . Vẽ tia phân giác  $Az$  của  $xAy$  và tia đối  $At$  của tia  $Az$ . So sánh  $x'At$  và  $y'At$

### Dạng 3. Chứng minh hai góc đối đỉnh

**Phương pháp giải:** Muốn chứng minh hai góc  $xOy$  và  $x'Oy'$  là hai góc đối đỉnh ta có thể dùng một trong hai cách sau:

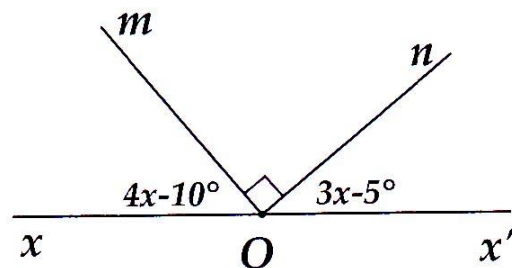
**Cách 1.** Chứng minh tia  $Ox$  là tia đối của tia  $Ox'$  (hoặc  $Oy'$ ) và tia  $Oy$  là tia đối của tia  $Oy'$  (hoặc  $Ox'$ ), tức là hai cạnh của một góc là các tia đối của hai cạnh của góc còn lại.

**Cách 2.** Chứng minh  $xOy = x'Oy'$  trong đó tia  $Ox$  và tia  $Ox'$  (hoặc  $Oy'$ ) đối nhau còn hai tia  $Oy$  và  $Oy'$  (hoặc  $Ox'$ ) nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là đường thẳng  $xOx'$  (hoặc  $xOy'$ ).

**8A.** Trên đường thẳng  $xx'$  lấy điểm  $O$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $xx'$ , vẽ tia  $Oy$  sao cho  $xOy = 45^\circ$ , Trên nửa mặt phẳng còn lại, vẽ tia  $Oz$  sao cho  $Oz \perp Ox$ . Gọi  $Oy'$  là phân giác của  $x'Oz$

a) Chứng minh  $xOy$  và  $x'Oy'$  là hai góc đối đỉnh.

b) Trên nửa mặt phẳng bờ  $xx'$  chứa tia  $Oy$ , vẽ tia  $Ot$  sao cho  $Ot$  vuông góc với  $Oy$ . Hãy tính  $x'Ot$



**8B.** Cho hình vẽ bên:

a) Tính  $xOm$  và  $xOn$

b) Vẽ tia  $On'$  sao cho  $xOn'$  đối

đỉnh với  $x'On$ . Trên nửa mặt

phẳng bờ  $xx'$  chứa tia  $On'$ , vẽ tia  $Oy$  sao cho  $n'Oy = 90^\circ$ . Hai góc  $mOn$  và  $n'Oy$  có đối đỉnh không? Vì sao?

**9A.** Hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  cắt nhau tại  $O$  sao cho  $AOC = 60^\circ$ .

a) Tính số đo các góc còn lại.

b) Vẽ tia  $Ot$  là phân giác của  $AOC$  và  $Ot'$  là tia đối của tia  $Ot$ . Chứng minh  $Ot'$  là tia phân giác của  $BOD$

**9B.** Cho hai góc kề bù  $xOy$  và  $yOz$ . Gọi  $Om$  và  $On$  lần lượt là các tia phân giác của các góc  $xOy$  và  $yOz$

a) Tính số đo  $mOn$

b) Vẽ  $zOy'$  đối đỉnh với  $xOy$  và  $Om'$  là tia đối của tia  $Om$ . Chứng minh  $Om'$  và  $On$  lần lượt là tia phân giác của các góc  $y'Oz$  và  $mOm'$

**10A.** Cho góc  $aOb$ . Vẽ  $bOc$  kề bù với  $aOb$ ;  $aOd$  kề bù với  $aOb$ . Vẽ  $Of$  là tia phân giác của  $bOc$ ;  $Oe$  là tia phân giác của  $dOa$ . Khi đó  $cOf$  và  $aOe$  có phải là hai góc đối đỉnh không? Vì sao?

**10B.** Cho góc  $mOn$ . Vẽ  $Ox$  là tia phân, giác của  $mOn$ . Vẽ  $Ox'$  là tia đối của tia  $Ox$ . Vẽ  $nOt$  kề bù với  $mOn$ . Khi đó các góc  $x'Ot$  và  $mOx$  có phải là hai góc đối đỉnh không? Vì sao?

### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**11.** Hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  cắt nhau tại  $M$  tạo thành  $AMC$  có số đo bằng  $30^\circ$ .

a) Tính số đo các góc  $BMD$  và  $AMD$ .

b) Viết tên các cặp góc đối đỉnh và các cặp góc bù nhau.

**12.** Chứng minh hai tia phân giác của hai góc kề bù vuông góc với nhau.

**13.** Cho góc  $mOn$ . Vẽ  $nOt$  kề bù với  $mOn$ ;  $mOz$  kề bù với  $mOn$ . Khi đó  $mOn$  và  $tOz$  có phải là hai góc đối đỉnh không?

**14.** Hai đường thẳng  $xx'$  và  $yy'$  cắt nhau tại  $A$ , biết  $xAy = 40^\circ$ .

a) Tính số đo các góc  $yAx'$ ,  $x'Ay'$  và  $y'Ax$

b) Vẽ tia phân giác  $At$  của  $xAy$  và tia phân giác  $At'$  của  $x'Ay'$ . Chứng minh hai tia  $At$  và  $At'$  là hai tia đối nhau.

## HƯỚNG DẪN

### BÀI 1. HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH

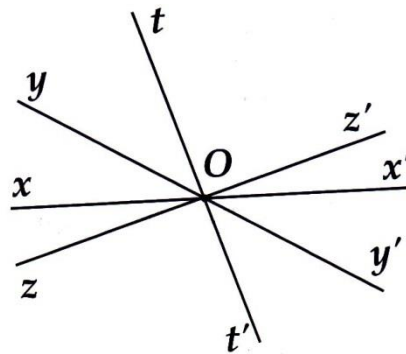
1A. Các cặp góc đối đỉnh: hình a và e.

Các cặp góc không đối đỉnh: hình b (không chung đỉnh), hình c (một cặp cạnh không là hai tia đối nhau) và hình d (hai góc không bằng nhau).

1B. a)  $a'Ob'$  / tia đối;

b) hai góc đối đỉnh/  $Oa'$ /  $Ob$ .

2A. Ta có hình vẽ:



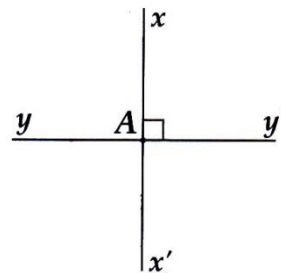
Các cặp góc đối đỉnh gồm:

$xOy$ và $x'Oy'$	$yOz$ và $y'Oz'$	$zOt$ và $z'Ot'$
$tOx'$ và $t'Ox$	$xOz$ và $x'Oz'$	$yOt$ và $y'Ot'$
$zOx'$ và $z'Ox$	$tOy'$ và $t'Oy$	$xOt$ và $x'Ot'$
$yOx'$ và $y'Ox$	$xOy'$ và $z'Oy$	$tOz'$ và $t'Oz$ .

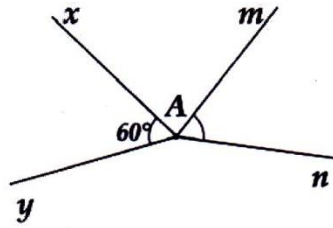
2B. Tương tự 2A.

3A. Hai góc vuông không đối đỉnh là:

$xAy$  và  $xAy'$  (hoặc các cặp góc  $xAy$  và  $x'Ay$ ;  $x'Ay$  và  $x'Ay'$ ;  $xAy$  và  $x'Ay'$ ).



3B.



4A. Ta có:  $xOy + yOx' = 180^\circ$  và  $xOy - yOx' = 30^\circ \Rightarrow yOx' = 75^\circ$ .

Suy ra  $xOy' = 75^\circ$  (hai góc đối đỉnh).

4B. Tính được  $xOy' = BOD = 70^\circ$ ;  $AOD = BOC = 110^\circ$

5A. Ta có:  $mOn = xOy = 45^\circ$

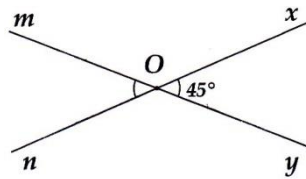
Do  $xOy$  và  $xOm$  kề bù nên:

$$xOy + xOm = 180^\circ$$

Suy ra  $xOm = 180^\circ - xOy = 135^\circ$ .

Mà  $yOn$  và  $xOm$  đối đỉnh nên

$$yOn = xOm = 135^\circ.$$



5B. Tương tự 5A.

Tính được:

$$O_1 = O_3 = 150^\circ; O_2 = O_4 = 30^\circ$$

6A. a) Ta có :

$$xOy = \frac{150^\circ + 90^\circ}{2} = 120^\circ$$

$$\Rightarrow yOz = 150^\circ - 120^\circ = 30^\circ$$

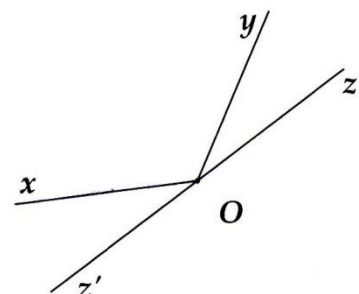
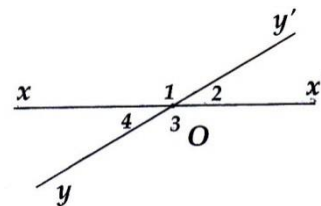
b) Ta có  $yOz'$  và  $yOz$  kề bù nên:

$$yOz' + yOz = 180^\circ$$

$$\Rightarrow yOz' = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ.$$

Mà  $xOz = xOy + yOz = 150^\circ$ . Vậy  $xOz = yOz'$ .

6B. Tương tự 6A.



Tính được  $xOy = 70^\circ$ ,  $yOz = 40^\circ$ .

Tính được  $xOz = 110^\circ$ ,  $yOz' = 140^\circ \Rightarrow xOz < yOz'$ .

7A. a) Ta có:  $O_1 = \frac{xOy}{2}$

Mà  $O_1 = O_2$  (đối đỉnh),  $xOy = x'Oy'$  (đối đỉnh)

$O_4 = O_5$  Lại có:

$$xOt' = xOy' + O_5 \text{ và } t'Oy = x'Oy + O_4 =$$

mà  $xOy' = x'Oy$  (đối đỉnh) và  $O_4 = O_5$

Lại có

$$xOy' = x'Oy' + O_5 \text{ và } t'Oy = x'Oy + O_4$$

Mà  $xOy' = x'Oy$  (đối đỉnh)

Và  $O_5 = O_4 \Rightarrow xOt' = t'Oy$ .

b) Vì  $xOm = \frac{1}{2}xOy'$ ,  $O_1 = \frac{1}{2}xOy$  nên:

$$mOt = xOm + O_1 = \frac{1}{2}(xOy' + xOy) = 90^\circ$$

7B. Tương tự 7A. Ta được  $x'At = y'At$ .

8A. a) Vì  $Oy'$  là phân giác  $x'Oz$  nên

$$x'Oy' = \frac{1}{2}x'Oz = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$$

$$\Rightarrow xOy = x'Oy'$$

Mà  $Ox$  và  $Ox'$  là hai tia đối nhau nên

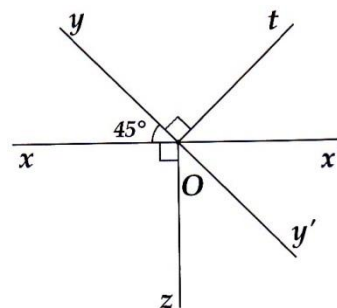
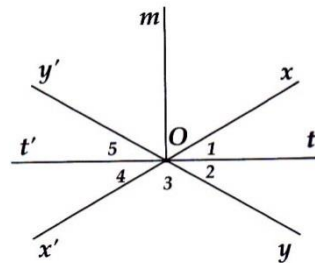
$xOy$  và  $x'Oy'$  đối đỉnh.

b)  $x'Oy' = 45^\circ$ ,  $y'Ot = 90^\circ \Rightarrow Ox'$  là phân giác  $tOy'$

Do đó  $x'Ot = 45^\circ$ .

8B.  $xOm + x'On = 90^\circ \Rightarrow x = 15^\circ \Rightarrow xOm = 50^\circ$ ,  $x'On = 40^\circ$ .

Hai góc  $mOn$  và  $n'Oy$  là hai góc đối đỉnh.



**9A. a)**  $BOD = AOC = 60^\circ$  (đối đỉnh.).

$\Rightarrow COB + AOC = 180^\circ$  (kề bù),  $\Rightarrow BOC = 180^\circ - AOC = 120^\circ$

$\Rightarrow AOD = BOC = 120^\circ$  (đối đỉnh),

b) Vì Ot là phân giác góc AOC nên

$$AOt = \frac{1}{2} AOC = 30^\circ$$

$\Rightarrow BOt' = AOt = 30^\circ$  (đối đỉnh).

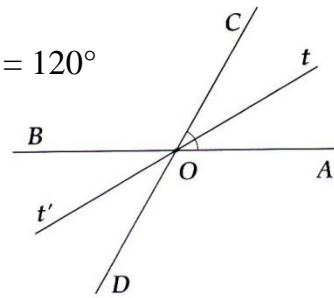
Tương tự:

$$DOt' = 30^\circ \Rightarrow BOt' = DOt'$$

Do đó Ot' là phân giác của BOD.

**9B. a)** Tính được  $mOn = 90^\circ$ .

b) Tương tự ý b) **9A**.



**10A.** Vì góc bOc kề bù với góc aOb nên Oa và Oc là hai tia đối nhau. Tương tự Ob và Od là hai tia đối nhau.

Do đó hai góc bOc và aOd đối đỉnh  $\Rightarrow bOc = aOd$

Lại có:  $cOf = \frac{1}{2} bOc, aOe = \frac{1}{2} aOd$  nên  $cOf = aOe$

Mà Oa và Oc là hai tia đối nhau nên cOf và aOe đối đỉnh.

**10B.** Tương tự **10A**. Hai góc  $x'Ot$  và  $mOx$  đối đỉnh.

a) Tính được  $BMD = 30^\circ, AMD = 150^\circ$

b) Các cặp góc đối đỉnh:  $BMD$  và  $AMC$ ,  $AMD$  và  $MBC$

Các cặp góc kề bù:  $AMC$  và  $AMD$ ,  $AMD$  và  $BMD$ ,  $BMD$  và  $BMC$ ,  $BMC$  và  $AMC$

**12.** Gọi hai góc kề bù là  $aOb$  và  $bOc$ , lần lượt nhận Ox và Oy là hai tia phân giác.

Dễ dàng chứng minh:  $xOy = \frac{1}{2} (aOb + bOc) = 90^\circ \Rightarrow Ox \perp Oy$ .

**13.** Tương tự **10A**.  $mOn$  và  $tOz$  là hai góc đối đỉnh,

**14. a)** Tính được  $yAx' = y'Ax = 140^\circ; x'Ay' = 40^\circ$ .

b) Ta chứng minh  $xAt = x'At = 20^\circ$ .

Do Ax và Ax' là hai tia đối nhau, At và At' thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau nên At và At' là hai tia đối nhau



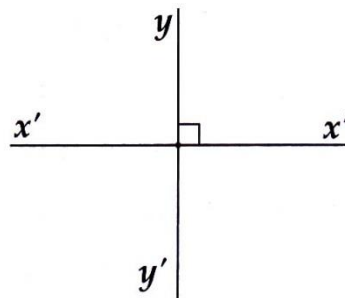
## CHỦ ĐỀ 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Định nghĩa

- Hai đường thẳng  $xx'$ ,  $yy'$  cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông được gọi là hai đường thẳng vuông góc.

- Kí hiệu:  $xx' \perp yy'$ .

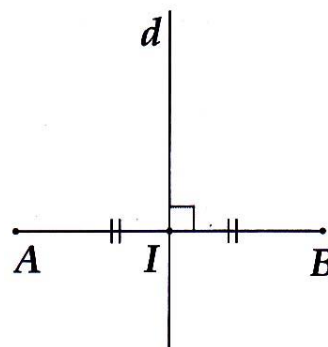


#### 2. Tính chất hai đường thẳng vuông góc

Có một và chỉ một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

#### 3. Đường trung trực của đoạn thẳng

Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng ấy.



### II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1. Vẽ hình

**1A.** Vẽ đường tròn tâm O bán kính  $R = 2$  cm. Lấy ba điểm A, B, C phân biệt bất kì trên đường tròn. Vẽ các dây AB, BC, CA. Vẽ các đường trung trực của các đoạn thẳng AB, BC, CA.

**1B.** Cho ba điểm A, B, C bất kì. Hãy vẽ các đường trung trực của các đoạn thẳng AB, BC, CA.

**2A.** Vẽ góc  $xOy$  có số đo bằng  $45^\circ$ . Lấy điểm A bất kì nằm trong  $xOy$ . Qua A vẽ đường thẳng  $d$  vuông góc với tia Ox tại B, đường thẳng  $d'$  vuông góc với tia Oy tại C và đường thẳng  $d''$  đi qua A và vuông góc với BC.

**2B.** Vẽ đường thẳng a. Trên đường thẳng a vẽ đoạn  $AB = 6$  cm. Vẽ tiếp đường thẳng  $d$  đi qua điểm A và vuông góc với a. Vẽ đường thẳng  $d'$  đi qua điểm B và vuông góc với a. Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  có cắt nhau không?

#### Dạng 2. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc

**Phương pháp giải:** Muốn chứng minh hai đường thẳng  $xx'$  và  $yy'$  vuông góc với nhau ta có thể sử dụng một trong 4 cách sau:

**Cách 1.** Chứng minh một trong bốn góc tạo thành bởi hai đường thẳng ấy là góc vuông.

*Cách 2.* Chứng minh hai góc kề bù bằng nhau, từ đó suy ra có một góc bằng  $90^\circ$ .

*Cách 3.* Chứng minh hai tia  $Ox$  và  $Oy$  là hai tia phân giác của hai góc kề bù nhau với  $O$  là giao điểm của  $xx'$  và  $yy'$ ,

**3A.** Cho  $xOy = 120^\circ$ . Vẽ các tia  $Oz$  và  $Ot$  nằm trong  $xOy$  sao cho  $Oz$  vuông góc với  $Ox$  và  $Ot$  vuông góc với  $Oy$ .

a) Tính số đo góc  $zOt$ .

b) Gọi  $Om$  và  $On$  lần lượt là hai tia phân giác của hai góc  $xOt$  và  $yOz$ . Chứng minh tia  $Om \perp On$ .

**3B.** Cho góc  $mOn$  có số đo  $150^\circ$ . Vẽ các tia  $Oa$  và  $Ob$  ở trong góc đó sao cho  $Oa$ ,  $Ob$  lần lượt vuông góc với các tia  $Om$  và  $On$ .

a) Chứng tỏ  $aOn = bOm$

b) Vẽ tia  $Ox$  và tia  $Oy$  theo thứ tự là các tia phân giác của các góc  $aOn$  và  $bOm$ . Tính  $xOy$ .

**4A.** Cho hai tia  $Ox$  và  $Oy$  vuông góc với nhau. Trong góc  $xOy$ , ta vẽ hai tia  $Oa$  và  $Ob$  sao cho  $aOx = bOy = 30^\circ$ . Vẽ tia  $Oc$  sao cho tia  $Oy$  là tia phân giác của  $aOc$ . Chứng tỏ tia  $Oa$  là phân giác của  $bOx$  và hai tia  $Ob$ ,  $Oc$  vuông góc với nhau.

**4B.** Cho góc bẹt  $xOy$ . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $xy$ , ta vẽ ba tia gồm  $Om$ ,  $On$  sao cho  $xOm = yOn < 90^\circ$  và  $Ot$  là phân giác của  $mOn$ . Chứng minh  $Ot$  vuông góc với  $xy$ .

### **Dạng 3. Các bài toán vận dụng tính chất hai đường thẳng vuông góc**

**Phương pháp giải:** Sử dụng tính chất hai đường thẳng vuông góc để giải các bài tập liên quan.

**5A.** Cho  $xOy = 120^\circ$ . Ở phía ngoài của góc vẽ hai tia  $Oc$  và  $Od$  sao cho  $Od \perp Ox$  và  $Oc \perp Oy$ . Gọi  $Om$  và  $On$  theo thứ tự là phân giác của  $xOy$  và  $dOc$ ;  $Oy'$  là tia đối của tia  $Oy$ . Chứng minh:

a)  $Ox$  là tia phân giác của  $y'Om$ ;

b)  $Oy'$  nằm giữa hai tia  $Ox$  và  $Od$ ;

c) Góc  $mOn$  là góc bẹt.

**5B.** Cho  $xOy = 100^\circ$ . Về phía ngoài của góc vẽ hai tia  $Oz$  và  $Ot$  sao cho  $Oz$  và  $Ot$  lần lượt vuông góc với  $Ox$  và  $Oy$ . Gọi  $Om$  là tia phân giác của  $xOy$  và  $Om'$  là tia đối của tia  $Om$ .

a) Chứng minh  $Om'$  là tia phân giác của  $zOt$

b) So sánh số đo hai góc  $mOz$  và  $yOm$

**6A.** Cho góc nhọn  $xOy$ . Trên một nửa mặt phẳng bờ  $Ox$  chứa tia  $Oy$ , kẻ tia  $Ox'$  vuông góc với  $Ox$ . Trên một nửa mặt phẳng bờ  $Oy$  chứa tia  $Ox$ , vẽ tia  $Oy'$  vuông góc với  $Oy$ . Chứng minh hai góc  $xOy$  và  $x'Oy'$  có cùng tia phân giác và tổng số đo hai góc bằng  $180^\circ$ .

**6B.** Cho góc  $xOy$  tù. Bên ngoài góc đó dựng hai tia  $Oz$  và  $Ot$  lần lượt vuông góc với  $Ox$  và  $Oy$ . Chứng minh hai góc  $xOy$  và  $zOt$  bù nhau

### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**7.** Cho góc  $aOb$  có số đo bằng  $50^\circ$ . Trên cùng nửa mặt phẳng bờ  $Ob$  chứa tia  $Oa$ , vẽ tia  $Om$  vuông góc với  $Ob$ . Trên nửa mặt phẳng còn lại vẽ tia  $On$  vuông góc với  $Oa$ .

a) Chứng minh hai góc  $aOm$  và  $bOn$  bằng nhau.

b) Vẽ  $Om'$  là tia đối của tia  $Om$ . Tính số đo góc  $m'On$ .

**8.** Cho hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  cắt nhau tại  $O$ . Vẽ tia phân giác  $Om$  của  $BOC$ . Gọi  $On$  là tia đối của tia  $Om$ .

Chứng minh:

a) Tia  $On$  là phân giác của  $AOD$ ;

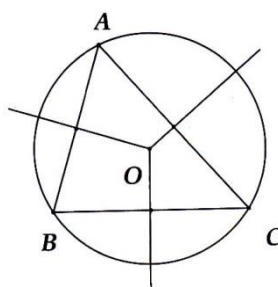
b) Gọi  $Op$  là phân giác của  $BOD$ . Chứng minh  $Op \perp On$ .

**9.** Cho góc  $xOy$ . Từ điểm  $A$  nằm trong góc đó kẻ  $AH$  vuông góc với  $Ox$  ( $H$  thuộc  $Ox$ ) và  $AK$  vuông góc với  $Oy$  ( $K$  thuộc  $Oy$ ). Trên tia đối của tia  $HA$  lấy điểm  $B$  sao cho  $HB = HA$ . Trên tia đối của tia  $KA$  lấy điểm  $C$  sao cho  $KC = KA$ . Chứng minh  $OB = OC$ .

**10.** Cho góc vuông  $xOy$ . Điểm  $M$  nằm trong góc đó. Vẽ điểm  $N$  và  $P$  sao cho tia  $Ox$  là đường trung trực của  $MN$  và  $Oy$  là đường trung trực của  $MP$ . Chứng minh  $ON = OP$ .

### HƯỚNG DẪN

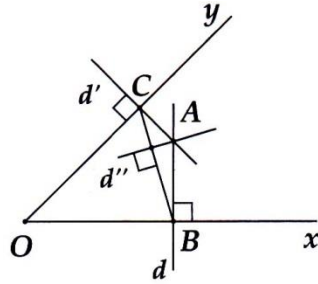
**1A.** Ta có hình vẽ bên:



**1B. Tương tự 1A.**

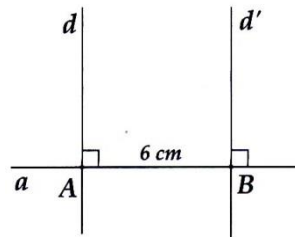
Chú ý: Xét hai trường hợp: ba điểm A, B, C thẳng hàng và A, B, C không thẳng hàng.

**2A. Ta có hình vẽ bên:**



**2B. Tương tự 2A.**

Kết luận hai đường thẳng d và d' không cắt nhau.



**3A. a) Ta có:**

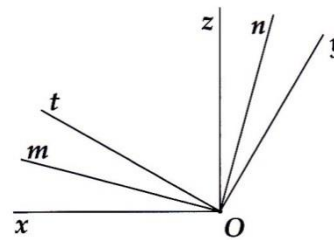
$$xOz = 90^\circ \Rightarrow zOy = 30^\circ$$

Do  $yOt = 90^\circ$  nên  $tOz = 60^\circ$ .

b) Vì Om, On lần lượt là phân giác của  $yOz$  và  $xOt$  nên:

$$mOz = nOt = 15^\circ.$$

Do đó:  $mOn = mOt + tOz + zOn = 15^\circ + 60^\circ + 15^\circ = 90^\circ$



**3B. Tương tự 3A. Tính được:**

$$aOn = bOm = 60^\circ. \quad \text{b) } xOy = 90^\circ.$$

**4A. Ta có:  $aOb = 30^\circ = xOa$  suy ra**

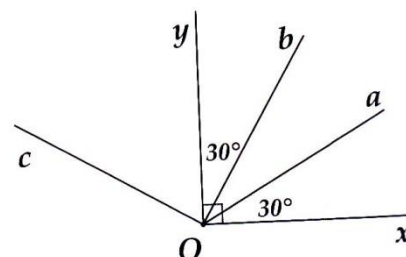
Oa là phân giác của  $bOx$ .

Lại có  $aOy = 60^\circ$ , Oy là phân

giác của  $aOc$  nên:

$$yOc = aOy = 60^\circ.$$

Khi đó:



$$bOc = bOy + yOc = 90^\circ.$$

**4B.** Tương tự **4A.** Tính được  $xOt = yOt = 90^\circ \Rightarrow Ot \perp xy$ .

**5A.** a) Có  $xOm = yOm = 60^\circ$

$$\Rightarrow yOm < yOx < yOy'$$

$\Rightarrow$  Tia Ox nằm giữa Om và Oy'

Lại có:

$$y'Ox = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ = xOm$$

$\Rightarrow$  Ox là phân giác của  $y'Om$ .

b)  $xOy' < xOd$  suy ra tia Oy' nằm giữa hai tia Ox và Od.

$$c) yOd = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$cOd = cOy' - y'Od = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow dOn = 30^\circ$$

$$\Rightarrow xOn = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$$

$$xOn + xOm = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ \text{ hay } mOn = 180^\circ.$$

**5B.** Tương tự **5A.** Ta được:

$$a) zOm' = tOm' = 40^\circ$$

$$mOz = 140^\circ, yOm' = 130^\circ \text{ suy ra } mOz > yOm'$$

**6A.** Ta có:  $xOy + x'Oy = 90^\circ$  và  $xOy + xOy' = 90^\circ \Rightarrow x'Oy = xOy'$ .

Mặt khác Ox', Oy' nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ Ox nên Ox nằm giữa hai tia Ox' và Oy'.

Tương tự Oy nằm giữa hai tia Ox' và Oy'

Gọi Om là phân giác góc xOy, suy ra Oy nằm giữa Ox' và Om, Ox nằm giữa Oy' và Om, Om nằm giữa Ox và Oy.

Lại có Om là phân giác góc xOy

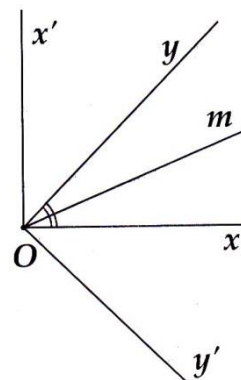
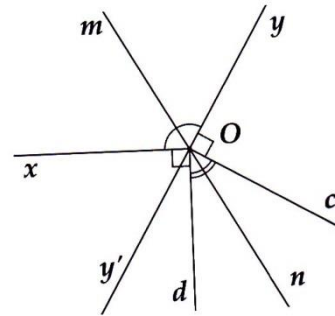
$$\Rightarrow xOm = yOm \text{ và } x'Oy = xOy' \text{ (cùng phụ}$$

$$xOy). \text{ Do đó } x'Om = y'Om.$$

$\Rightarrow$  Om cũng là phân giác của  $x'Oy'$  (ĐPCM).

**6B.** Tương tự **6A.**

**7.** Tương tự **4A.** Tính được:



a)  $aOm = bOn = 40^\circ$ . b)  $m'On = 50^\circ$ .

8. Ta có:  $BOm = nOA$  (đối đỉnh),  $COm = nOD$  (đối đỉnh).

Mà  $BOm = COm \Rightarrow nOA = nOD$

b)  $nOp = nOD + DOp = \frac{1}{2}(AOD + DOB) = 90^\circ \Rightarrow \text{ĐPCM}$

9. Ox là đường trung trực của AB,  $O \in AB$

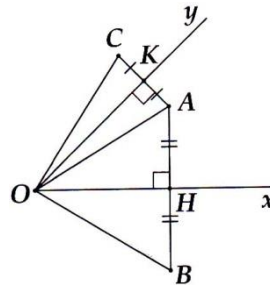
Nên  $OA = OB$

Tương tự ta có  $OA = OC$

Từ đó suy ra ĐPCM

10. Tương tự 9

Ta có :  $ON = OP (= OM)$



## CHỦ ĐỀ 3. CÁC GÓC TẠO BỞI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CẮT HAI ĐƯỜNG THẲNG

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

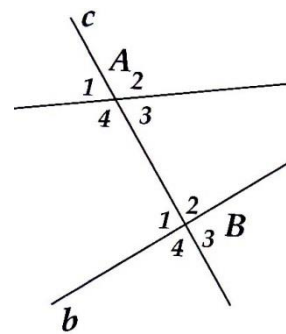
#### 1. Góc so le trong. Góc đồng vị

Cho đường thẳng c cắt hai đường thẳng a và b lần lượt tại A và B như hình vẽ. Khi đó:

a) Hai cặp góc  $A_3$  và  $B_1$ ;  $A_4$  và  $B_2$  được gọi là các cặp góc so le trong.

b) Bốn cặp góc  $A_1$  và  $B_1$ ;  $A_2$  và  $B_2$ ;  $A_3$  và  $B_3$ ;  $A_4$  và  $B_4$  được gọi là các cặp góc đồng vị.

c) Hai cặp góc  $A_3$  và  $B_2$ ;  $A_4$  và  $B_1$  được gọi là các góc trong cùng phía.



#### 2. Tính chất

Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b

và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì:

a) Hai góc so le trong còn lại bằng nhau;

b) Hai góc đồng vị bằng nhau;

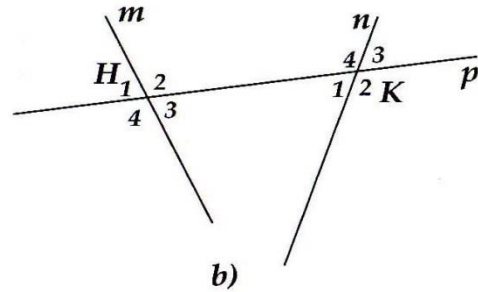
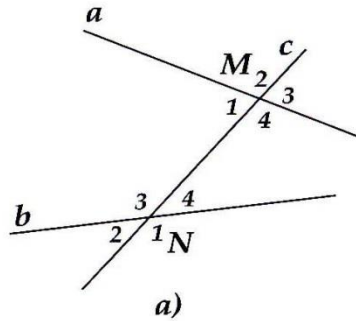
c) Hai góc trong cùng phía bù nhau.

## II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

### Dạng 1. Xác định các cặp góc so le trong, cặp góc trong cùng phía, cặp góc đồng vị

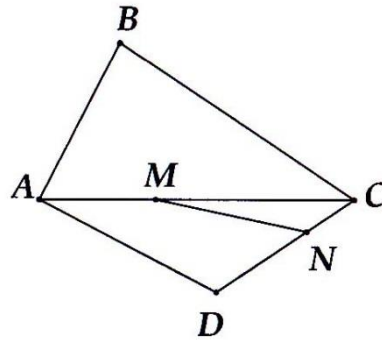
**Phương pháp giải:** Căn cứ vào vị trí của hai góc so với hai đường thẳng và đường thẳng thứ ba cắt chúng.

1A. Chỉ ra các cặp góc so le trong, đồng vị, trong cùng phía có trong các hình vẽ sau:



1B. Dựa vào hình vẽ bên, điền vào chỗ trống:

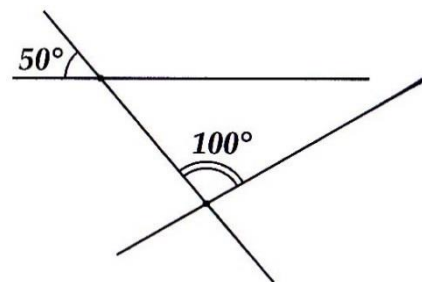
- $ABC$  và  $BCD$  là hai góc ...
- $CMN$  và  $CAD$  là hai góc ...
- $CMN$  và  $DNA$  là hai góc ...
- $DAC$  và  $ACB$  là một cặp góc ...
- $CBA$  và  $DAB$  là một cặp góc ...



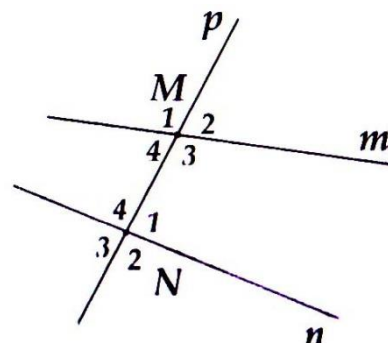
### Dạng 2. Tính số đo góc

**Phương pháp giải:** Áp dụng các tính chất hai góc đối đỉnh, hai góc kề bù để tính góc.

2A. Vẽ lại hình bên rồi điền tiếp số đo các góc còn lại.

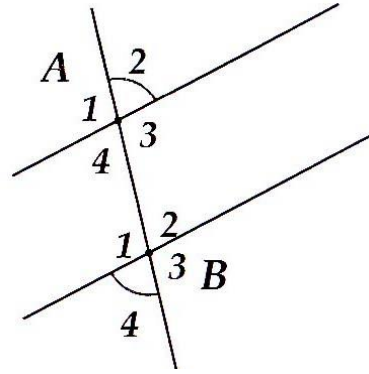


2B. Cho đường thẳng  $p$  cắt hai đường thẳng  $m$  và  $n$  lần lượt tại  $M$  và  $N$  như hình vẽ bên. Tính các góc còn lại, biết  $M_1 = 110^\circ$ ,  $N_2 = 95^\circ$ .



**3A.** Cho hình vẽ. Tính các góc còn lại

biết  $A_2 = B_4 = 75^\circ$ .

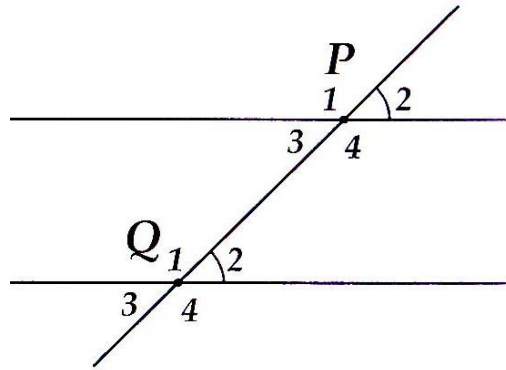


**3B.** Cho hình, vẽ bên.

a) Kể tên các cặp góc so le trong, các cặp góc đồng vị và các cặp góc trong cùng phía.

b) Tính các góc còn lại,

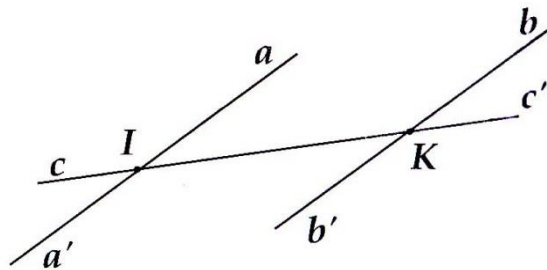
biết  $P_2 = Q_2 = 45^\circ$ .



**4A.** Cho hình vẽ bên. Tính

các góc còn lại, biết

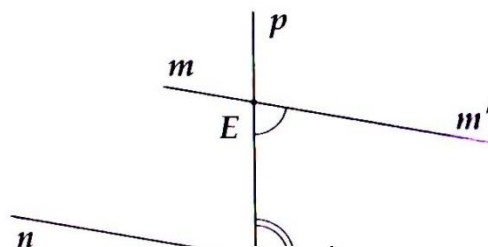
$aIK = IKb' = 28^\circ$ .



**4B.** Cho hình vẽ bên. Biết

$FEm' = 80^\circ$  và  $EFn' = 100^\circ$ .

Tính các góc còn lại.

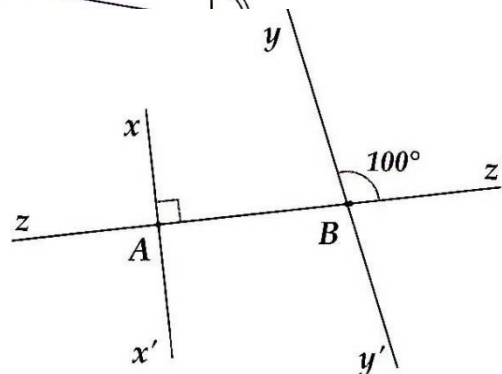


### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**5.** Cho hình vẽ bên.

a) Kể tên các cặp góc so le trong, các cặp góc đồng vị và các cặp góc trong cùng phía.

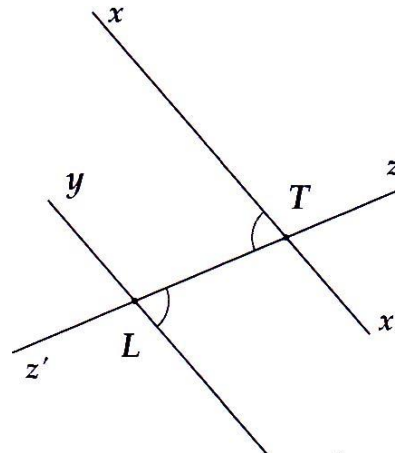
b) Tính các góc còn lại





6. Cho hình vẽ bên. Tính các

Góc còn lại, biết  $\angle xTL = \angle TLy' = 72^\circ$

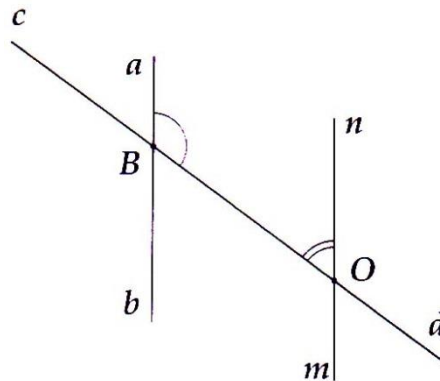


7. Cho hình vẽ bên

a) Kể tên các cặp góc so le trong, các cặp góc đồng vị và các cặp góc trong cùng phía.

b) Tính các góc còn lại,

biết  $\angle aBO = 140^\circ$ ,  $\angle BOn = 40^\circ$ .



## HƯỚNG DẪN

1A. Hình a)

Các cặp góc so le trong:  $M_1$  và  $N_4$ ,  $M_4$  và  $N_3$

Các cặp góc đồng vị:  $M_1$  và  $N_2$ ;  $M_2$  và  $N_3$ ;  $M_3$  và  $N_4$ ;  $M_4$  và  $N_1$  Các cặp góc trong cùng phía:  $M_1$  và  $N_3$ ;  $M_4$  và  $N_4$ .

Hình b): Tương tự Hình a).

1B. a) trong cùng phía,

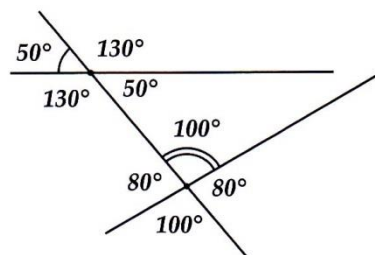
b) đồng vị.

c) so le trong,

d) so le trong.

e) trong cùng phía.

2A. Ta có hình vẽ:



Tính được:  $M_1 = M_3 = 110^\circ$ ;  $M_2 = M_4 = 70^\circ$ ;  $N_2 = N_4 = 95^\circ$

và  $N_1 = N_3 = 85^\circ$ ;

3A. Tính được 
$$\begin{cases} A_2 = A_4 = B_4 = B_2 = 75^\circ \\ A_1 = A_3 = B_1 = B_3 = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ \end{cases}$$

3B. a) Tương tự 1A

b) Tính được 
$$\begin{cases} P_2 = P_3 = Q_2 = Q_3 = 45^\circ \\ P_1 = P_4 = Q_1 = Q_4 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \end{cases}$$

4A. Tính được 
$$\begin{cases} aIK = a'Ic = IKb' = bKc' = 28^\circ \\ aIc = a'IK = bIK = b'Kc' = 180^\circ - 28^\circ = 152^\circ \end{cases}$$

4B. Tương tự 4A.

5. a) Tương tự 1A.

b) Tính được:  $xAz = xAb = x'AB = x'Az = 90^\circ$ .

$yBz' = ABz' = 100^\circ$ ;  $y'Bz' = yBz = 80^\circ$ .

6. Tương tự 4A. Tính được 
$$\begin{cases} xTL = TLy' = x'Tz = yLz' = 72^\circ \\ xTz = x'TL = TLy = y'Lz' = 108^\circ \end{cases}$$

7. Tương tự 1A.

b) Tính được 
$$\begin{cases} aBO = bBc = nOd = BOm = 140^\circ \\ aBc = bBO = BOn = mOd = 40^\circ \end{cases}$$

## CHỦ ĐỀ 4. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Nhắc lại kiến thức lớp 6

- Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung.
- Hai đường thẳng phân biệt hoặc cắt nhau hoặc song song.

#### 2. Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song

Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau (hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau) thì a và b song song với nhau.

### II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1. Chứng minh hai đường thẳng song song

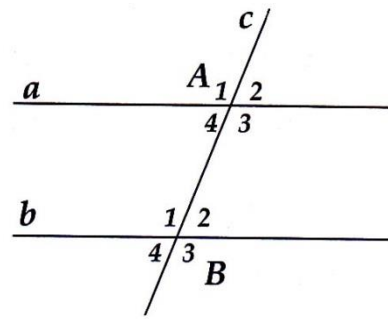
**Phương pháp giải:** Để chứng minh hai đường thẳng a và b song song ta có thể chứng minh theo các cách sau:

**Cách 1.** Chứng minh hai góc so le trong bằng nhau:  $A_3 = B_2$

hoặc  $A_4 = B_2$

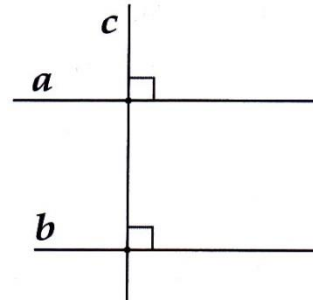
**Cách 2.** Chứng minh hai góc đồng vị bằng nhau:  $A_1 = B_1$  hoặc  $A_2 = B_2$ , hoặc

$A_3 = B_3$ , hoặc  $A_4 = B_4$

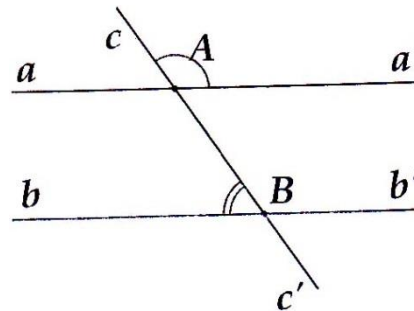


**Cách 3.** Chứng minh hai góc trong cùng phía bù nhau:  $A_4 + B_1 = 180^\circ$  hoặc  $A_3 + B_2 = 180^\circ$ .

**Cách 4.** Chứng minh hai đường thẳng a và b cùng vuông góc (hoặc song song) với một đường thẳng khác



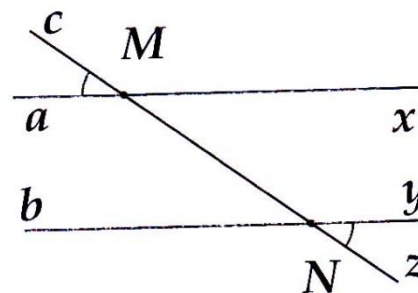
**1A.** Cho hình vẽ bên, biết  $\angle cAa' = 120^\circ$  và  $\angle Abb' = 60^\circ$ . Hai đường thẳng  $aa'$  và  $bb'$  có song song với nhau không? Vì sao?



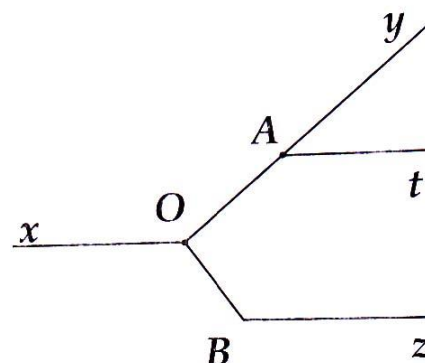
**1B.** Cho hình vẽ bên, biết:

$$\angle aMc = \angle yNz = 30^\circ.$$

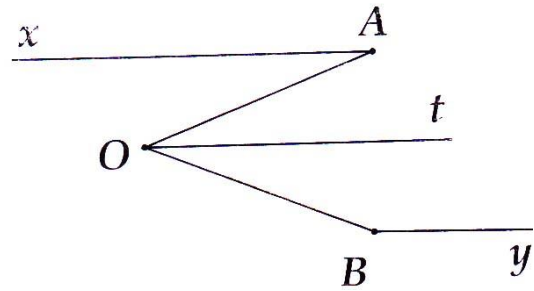
Chứng minh hai đường thẳng  $ax$  và  $by$  song song với nhau.



**2A.** Cho hình vẽ bên, biết  $\angle yAt = 40^\circ$ ,  $\angle xOy = 140^\circ$ ,  $\angle OBz = 130^\circ$  và  $OA \perp OB$ . Chứng minh  $At \parallel Bz$ .



**2B.** Cho hình vẽ bên, biết  $OAx = 30^\circ$ ,  
 $OBy = 150^\circ$  và  $Ot$  là tia phân giác  
 của  $AOB = 60^\circ$ . Chứng minh ba đường  
 thẳng  $Ax$ ,  $By$  và  $Ot$  đôi một song song.



**3A.** Cho  $xOy = 120^\circ$ . Lấy điểm A trên tia Ox. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ Ox chứa tia Oy vẽ tia At sao cho  $OAt = 60^\circ$ . Gọi At' là tia đối của tia At.

a) Chứng minh  $tt' // Oy$ .

b) Gọi Om và An theo thứ tự là các tia phân giác của các góc  $xOy$  và  $xAt$ . Chứng minh  $Om // An$

**3B.** Lấy điểm O bất kì trên đường thẳng  $xy$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $xy$ , vẽ tia Oz sao cho  $xOz = 50^\circ$ . Trên tia Oy, lấy điểm B. Trên nửa mặt phẳng bờ  $xy$  chứa tia Oz, vẽ Bt sao cho  $tBy = 130^\circ$ .

a) Chứng minh  $Oz // Bt$ .

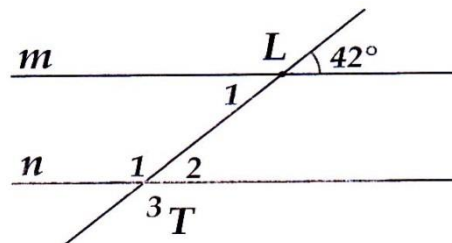
b) Vẽ tia Om và Bn sao lần lượt là các tia phân giác của  $xOz$  và  $xBt$ . Chứng minh  $Om // Bn$ .

## Dạng 2. Tính số đo góc

**Phương pháp giải:** Áp dụng linh hoạt các tính chất của hai đường thẳng song song để biến đổi và tính góc.

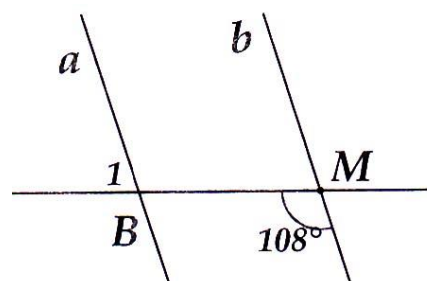
**4A.** Cho hình, vẽ bên, biết hai đường  
 thẳng m và n song song với nhau.

Tính số đo các góc  $L_1, T_1, T_2, T_3$

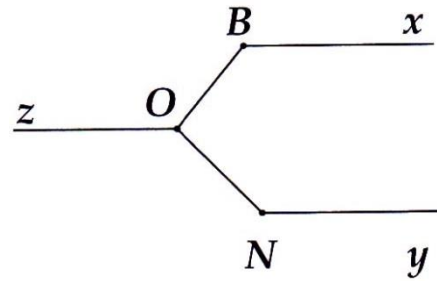


**4B.** Cho hình vẽ bên với  $a // b$ .

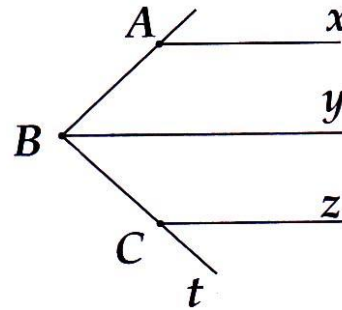
Tính số đo của  $B_1$



5A. Cho  $Bx \parallel Ny \parallel Oz$ ,  $OBx = 130^\circ$  và  $ONy = 140^\circ$ . Tính  $BON$ .

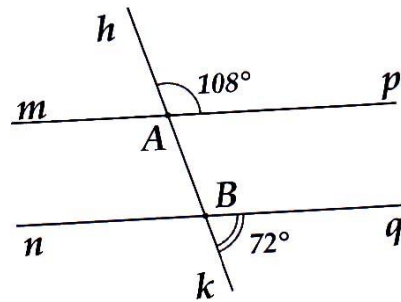


5B. Cho hình vẽ bên với  $Ax, By, Cz$  đôi một song song. Tính, số đo góc  $ABC$ , biết  $xAB = 135^\circ$  và  $zCt = 45^\circ$

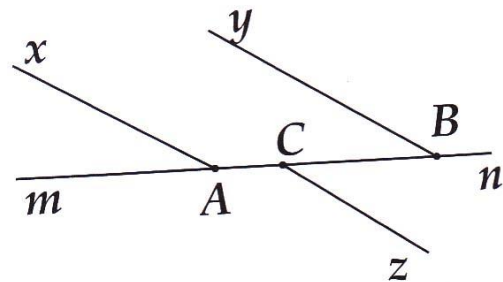


### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

6. Cho hình vẽ sau. Hai đường thẳng  $mp$  và  $nq$  có song song với nhau không? Vì sao?



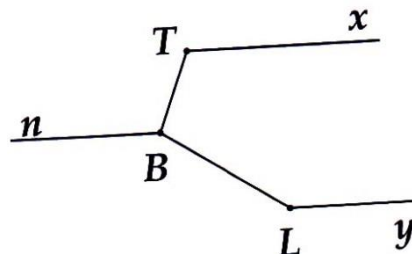
7. Cho hình vẽ bên, biết  $yBn = 148^\circ$   $mAx = zCn = 32^\circ$ . Chứng minh ba đường thẳng  $Ax, By$  và  $Cz$  đôi một song song.



8. Cho  $xOy = 50^\circ$ . Lấy điểm A trên tia Ox. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ Ox chứa tia Oy, vẽ tia At sao cho At cắt Oy tại B và  $OAt = 80^\circ$ . Gọi At' là tia phân giác của góc  $xAt$ .

a) Chứng minh  $At' \parallel Oy$ .

b) Trên nửa mặt phẳng không chứa điểm A, bờ là đường thẳng Oy, vẽ tia Bn sao cho  $OBn = 50^\circ$ . Chứng minh  $Bn \parallel Ox$ .



9. Cho hình vẽ bên có hai tia Tx và Ty song song với nhau. Tính số đo góc TBL, biết  $\widehat{xTB} = \widehat{TBn} = 110^\circ$  và  $\widehat{Bly} = 150^\circ$

## HƯỚNG DẪN

1A. Ta có:  $\widehat{cAa'} + \widehat{a'AB} = 180^\circ$  (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow \widehat{a'AB} = 180^\circ - \widehat{cAa'} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{a'AB} = \widehat{ABb} = 60^\circ \text{ (hai góc so le trong bằng nhau)}$$

$$\Rightarrow aa' \parallel bb'$$

1B.  $\widehat{xMN} = \widehat{cMa} = 30^\circ$  (đối đỉnh),  $\widehat{MNb} = \widehat{yNz} = 30^\circ$  (đối đỉnh)

$$\Rightarrow \widehat{xMN} = \widehat{MNb} \text{ (hai góc so le trong bằng nhau)} \Rightarrow ax \parallel by.$$

2A. Kẻ tia đối Ox' của Ox  $\Rightarrow \widehat{yOx'} = 40^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{yOx'} = \widehat{yAt} \text{ (hai góc đồng vị bằng nhau)}$$

$$\Rightarrow Ox' \parallel At \text{ (1).}$$

Mặt khác:  $OA \perp OB \Rightarrow \widehat{AOB} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{x'OB} = \widehat{yOB} - \widehat{yOx'} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{x'OB} = \widehat{OBz} = 50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$$

(hai góc trong cùng phía bù nhau)

$$\Rightarrow Ox' \parallel Bz \text{ (2).}$$

Từ (1) và (2), suy ra  $At \parallel Bz$ .

2B. Vì Ot là phân giác  $\widehat{AOB}$  nên:

$$= \widehat{AOt} = \widehat{BOt} = \frac{1}{2} \widehat{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{xAO} = \widehat{AOt} \Rightarrow Ax \parallel Ot \text{ (1)}$$

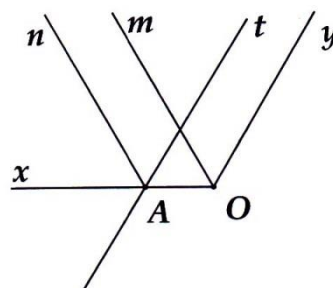
$$\text{Lại có : } \widehat{tOA} + \widehat{OBy} = 30^\circ + 150^\circ = 180^\circ \Rightarrow Ot \parallel By. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có  $Ax \parallel By \parallel Ot$ .

3A. a)  $\widehat{OAt} + \widehat{xOy} = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$  (hai góc trong cùng phía bù nhau)

$$\Rightarrow At \parallel Oy \Rightarrow tt' \parallel Oy$$

b) Vì Om là phân giác  $\widehat{xOy}$  nên:



$$xOm = \frac{1}{2} xOy = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ \quad (1)$$

Mặt khác :  $OAt = 60^\circ \Rightarrow xAt = 120^\circ$

Vì An là phân giác  $xAt$  nên:

$$xAn = \frac{1}{2} xAt = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $xOm = xAn$ .

Do đó  $Om \parallel An$ .

**3B. Tương tự 3A.**

**4A. Tính được:**  $L_1 = T_2 = 42^\circ; T_1 = T_3 = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$ .

Tính được  $B_1 = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ .

**5A. Kẻ  $Oz'$  là tia đối của tia  $Oz$ .**

Ta có:  $Bx \parallel Oz \Rightarrow xBO + BOz' = 180^\circ$

$$\Rightarrow BOz' = 50^\circ.$$

$Oz \parallel Ny \Rightarrow z'ON + ONy = 180^\circ$

$$\Rightarrow z'ON = 40^\circ \Rightarrow BON = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ.$$

**5B. Ta có:**  $Ax \parallel By \Rightarrow xAB + AB_y = 180^\circ \Rightarrow AB_y = 45^\circ$

Lại có:  $Ct \parallel By \Rightarrow CBy = zCt = 45^\circ$ . Vậy  $ABC = 90^\circ$ .

**6. Tương tự 1A.**

$BAp = 72^\circ = kBq$  (hai góc đồng vị bằng nhau) suy ra  $mp \parallel nq$ .

**7. Tương tự 2A.**

$$mA_x = zC_n = 32^\circ \Rightarrow Ax \parallel Cz.$$

$$\Rightarrow yB_n = 148^\circ \Rightarrow yBC = 32^\circ = BCz \Rightarrow By \parallel Cz \text{ Suy ra ĐPCM}$$

**8. Tương tự 3A**

$$OAt = 80^\circ \Rightarrow xAt = 100^\circ.$$

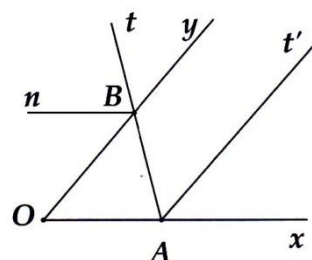
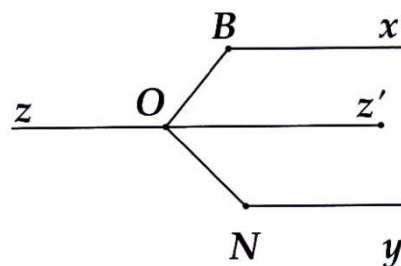
$$\Rightarrow xAt' = 50^\circ$$

Do đó;  $xOy = xAt' \Rightarrow Oy \parallel At$ .

b)  $xOy = OBn = 50^\circ \Rightarrow Ox \parallel Bn$ .

**9. Tương tự 5A.**

Kẻ tia đối của tia  $Bn$ . Tính được  $TBL = 100^\circ$



### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Tiên đề O-Clit

Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

#### 2. Tính chất của hai đường thẳng song song

Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

- Hai góc so le trong bằng nhau;
- Hai góc đồng vị bằng nhau;
- Hai góc trong cùng phía bù nhau.

### II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1. Vận dụng tiên đề O-clit

*Phương pháp giải:*

\* Tiên đề O-clit về hai đường thẳng song song:

Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

\* Nếu qua một điểm ở ngoài đường thẳng, có hai đường thẳng song song với đường thẳng đã cho thì hai đường thẳng đó trùng nhau.

**1A.** Chọn các câu khẳng định đúng:

- Qua điểm A nằm ngoài đường thẳng  $xy$ , có một đường thẳng song song với  $xy$ .
- Qua điểm A nằm ngoài đường thẳng  $xy$ , có duy nhất một đường thẳng song song với  $xy$ .
- Qua điểm A nằm ngoài đường thẳng  $xy$ , có vô số đường thẳng song song với  $xy$ .
- Nếu hai đường thẳng AB và AC cùng song song với đường thẳng  $m$  thì hai đường thẳng AB và AC trùng nhau.
- Nếu qua điểm A có hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng  $d$  thì hai đường thẳng đó song song với nhau

**1B.** Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai?

- Qua điểm M nằm ngoài đường thẳng  $a$ , có ít nhất một đường thẳng song song với  $a$ .
- Qua điểm M nằm ngoài đường thẳng  $a$ , có một và chỉ một đường thẳng song song với  $a$ .



c) Nếu hai đường thẳng AB và AC cùng song song với đường thẳng m thì hai đường thẳng AB và AC song song.

d) Nếu hai đường thẳng AB và AC cùng song song với đường thẳng m thì ba điểm A, B, C thẳng hàng.

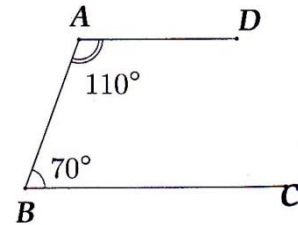
**2A.** Cho hình vẽ bên.

a) Chứng minh AD song song với BC.

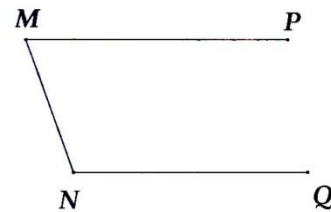
b) Trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB không chứa điểm D, lấy điểm E sao cho  $\angle BAE = 70^\circ$ . Chứng minh E, A, D thẳng hàng theo hai cách sau:

*Cách 1:* Chứng minh  $\angle EAD = 180^\circ$ .

*Cách 2:* Sử dụng tiên đề O-clit.



**2B.** Cho hình vẽ bên, trong đó MP song song với NQ. Trên nửa mặt phẳng không chứa điểm P có bờ là đường thẳng MN, vẽ điểm E sao cho  $\angle EMN = \angle MNQ$ . Chứng minh các điểm E, M, P thẳng hàng.



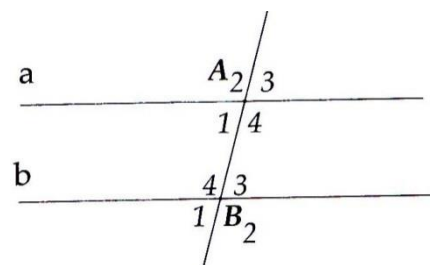
## Dạng 2. Vận dụng tính chất của hai đường thẳng song song để tính số đo góc

**Phương pháp giải:** Sử dụng tính chất của hai đường thẳng song song: Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

- a) Hai góc so le trong bằng nhau
- b) Hai góc đồng vị bằng nhau;
- c) Hai góc trong cùng phía bù nhau

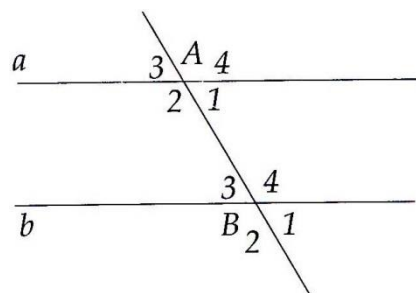
**3A.** Cho hình vẽ dưới đây, biết

$a \parallel b$  và  $\angle A_1 = 75^\circ$ . Tính số đo các góc còn lại trên hình.

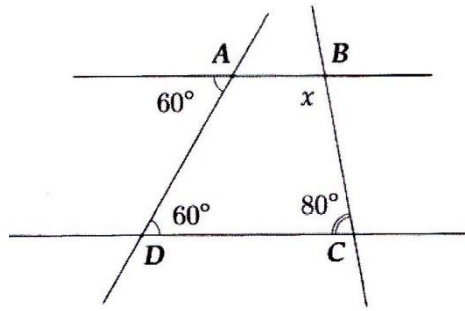


**3B.** Cho hình vẽ bên, biết  $a \parallel b$  và

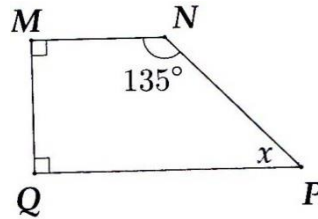
$\angle A_3 = 60^\circ$ . Tính số đo các góc còn lại trên hình.



4A. Tính số đo  $x$  trong hình bên.



4B. Tính số đo  $x$  trong hình bên.

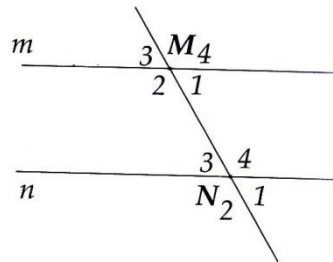


### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

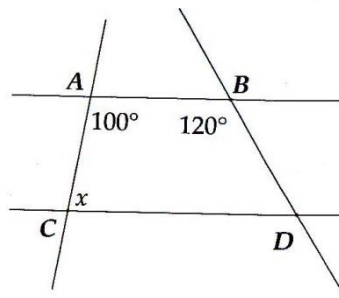
5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- Qua một điểm vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho
- Qua một điểm ở ngoài đường thẳng vẽ được ít nhất một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.
- Qua một điểm ở ngoài đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.
- Một đường thẳng cắt hai đường thẳng thì tạo ra cặp góc so le trong bằng nhau.
- Một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì tạo ra cặp góc trong cùng phía bù nhau.

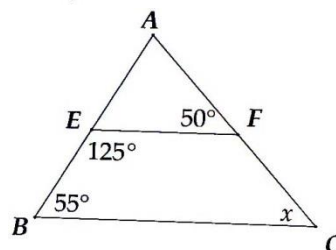
6. Cho hình vẽ bên, trong đó  $m \parallel n$  và  $M_2 = 120^\circ$ . Tính số đo các góc còn lại.



7. Cho hình vẽ dưới đây, trong đó  $a \parallel b$ . Tính số đo  $x$ .



8. Tính số đo  $x$  trong hình vẽ bên.



9. Cho tam giác ABC. Trên nửa mặt

phẳng không chứa điểm C có bờ là đường thẳng AB, vẽ tia AD sao cho  $\angle BAD = \angle ABC$ . Trên nửa mặt phẳng không chứa điểm B có bờ là đường thẳng AC, vẽ tia AE sao cho  $\angle CAE = \angle ACB$ . Chứng minh.:

- a) AD song song với BC;
- b) Ba điểm D, A, E thẳng hàng

## HƯỚNG DẪN

1A. Các khẳng định đúng: a, c, d

1B. a) Sai. b) Đúng. c) Sai. d) Đúng.

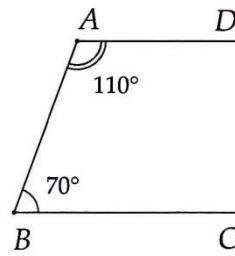
2A. a) Ta có  $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$ .

Mà hai góc ở vị trí trong cùng phía.

Từ đó  $AD \parallel BC$  (tính chất hai đường thẳng song song).

b) Cách 1:

$$\angle EAB + \angle BAD = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ$$



Cách 2:  $\angle EAB = \angle ABC = 70^\circ$

Mà hai góc ở vị trí so le trong nên

$AE \parallel BC$  ( tính chất hai đường thẳng song song)

Lại có  $AD \parallel BC$  ( chứng minh ý a)

nên  $AD = AE$ .

Vậy E, A, D thẳng hàng

2B. Tương tự 2A.

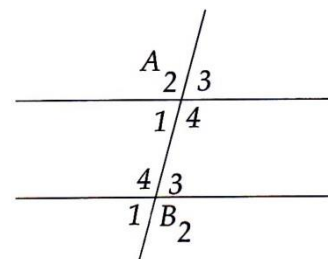
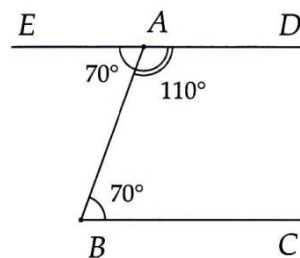
3A. Ta có  $a \parallel b$  nên  $B_1 = A_1 = 75^\circ$  (hai góc đồng vị).

$$A_3 = A_1 = 75^\circ; B_3 = B_1 = 75^\circ \text{ (cặp góc đối đỉnh).}$$

Lại có  $A_1 + A_2 = 180^\circ$  (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow A_2 = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ.$$

$$B_4 = A_2 = 105^\circ \text{ (hai góc đồng vị)}$$



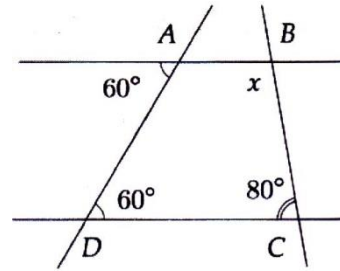
$B_4 = B_2 = 105^\circ$ ;  $A_4 = A_2 = 105^\circ$  (cặp góc đối đỉnh).

3B. Tương tự 3A. Tính được  $\begin{cases} A_3 = A_1 = B_3 = B_1 = 60^\circ \\ A_2 = A_4 = B_2 = B_4 = 120^\circ \end{cases}$

4A. Ta có  $A = D = 60^\circ$ , hai góc ở vị trí so le trong nên  $AB \parallel CD$ .

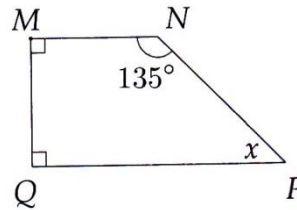
Từ đó  $x + C = 180^\circ$  (hai góc trong cùng phía)

$\Rightarrow x = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ .



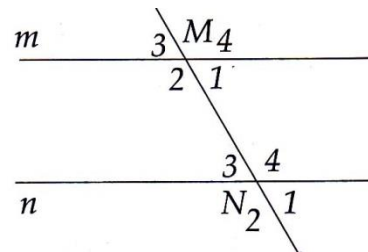
4B. Chứng minh  $MN \parallel PQ$ . Khi đó  $P$  và

$N$  là hai góc trong cùng phía.  $\Rightarrow x = 45^\circ$ .



5. a) Đúng                      b) Sai                      c) Đúng  
d) Sai                          e) Đúng

6. Tính được  $\begin{cases} M_2 = M_4 = N_2 = N_4 = 120^\circ \\ M_1 = M_3 = N_3 = N_1 = 60^\circ \end{cases}$

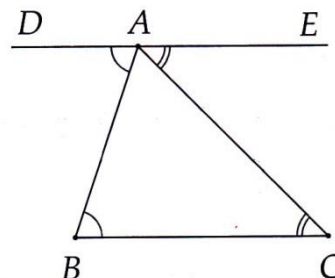


7. Áp dụng tính chất hai đường thẳng song song ta tính được  $x = 80^\circ$

8. Chứng minh  $EF \parallel BC$ .

$x = AFE = 50^\circ$  (hai góc đồng vị).

9. a) Có  $\angle BAD = \angle ABC$  ( giả thiết),  
Mà hai góc ở vị trí so le trong  
nên  $AD \parallel BC$  (theo tính chất hai  
đường thẳng song song).



c) Tương tự ý a), chứng minh

d) được  $AE \parallel BC$

Theo tiên đề Ơ-clit, hai đường thẳng  $AE$  và  $AD$  trùng nhau. Từ đó ba điểm  $D, A, E$  thẳng hàng

## CHỦ ĐỀ 6. TỪ VUÔNG GÓC ĐẾN SONG SONG

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

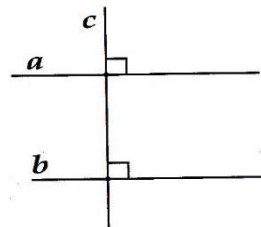
#### 1. Quan hệ giữa tính vuông góc với tính song song

• Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

• Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

$$\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$$

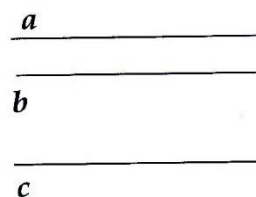
$$\begin{cases} a \parallel b \\ c \perp a \end{cases} \Rightarrow c \perp b$$



#### 2. Ba đường thẳng song song

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

$$\begin{cases} a \parallel c \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$$



### II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

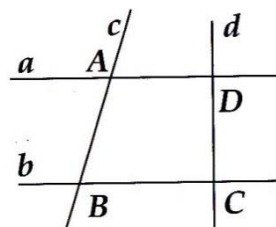
#### Dạng 1. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc, song song

**Phương pháp giải:** Sử dụng mối quan hệ giữa tính vuông góc và tính song song hoặc ba đường thẳng song song.

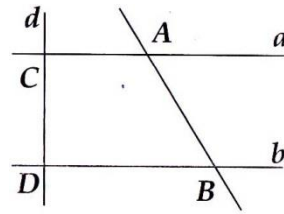
1A. Trong hình bên biết:

$$\angle BAD = 110^\circ, \angle ABC = 70^\circ, \angle BCD = 90^\circ.$$

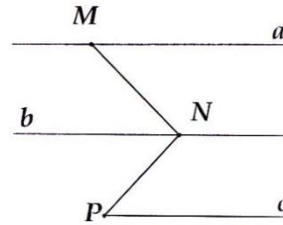
Chứng minh hai đường thẳng  $a$  và  $d$  vuông góc với nhau



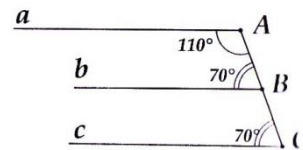
**1B.** Cho hình vẽ bên, biết  $BAC = 123^\circ$ ,  $ABD = 57^\circ$  và  $d \perp a$ . Hỏi  $d$  có vuông góc với  $b$  không?



**2A.** Trong hình vẽ bên,  $MN \perp PN$ ,  $aMN = MNb = 40^\circ$ , và  $NPc = 50^\circ$ . Chứng minh ba đường thẳng  $Ma$ ,  $Nb$  và  $Pc$  song song với nhau.



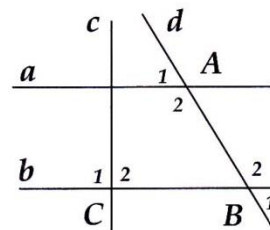
**2B.** Cho hình vẽ bên. Hãy chứng tỏ  $a \parallel b \parallel c$



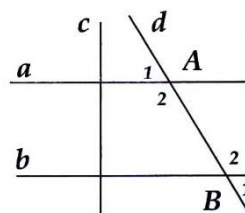
## Dạng 2. Tính góc

**Phương pháp giải:** Áp dụng các tính chất chứng minh hai đường thẳng song song; tính chất các cặp góc đối đỉnh, các góc kề bù nhau, các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song...

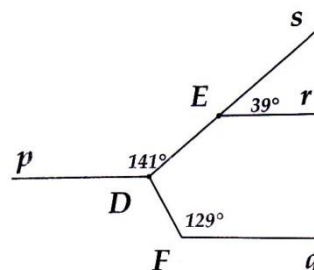
**3A.** Trong hình vẽ bên, biết  $A_1 = \frac{5}{7}A_2$ ,  $B_2 - B_1 = 30^\circ$  và  $a \perp c$ . Tính  $C_1$  và  $C_2$



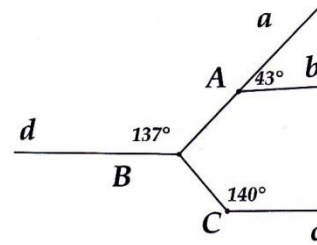
**3B.** Trong hình bên cho  $c \perp a$ ,  $c \perp b$  và  $A_2 = 2A_1$ . Tính số đo  $B_1$  và  $B_2$



**4A.** Cho hình vẽ, biết  $Dp \parallel Er \parallel Fq$ . Khi đó hai đường thẳng  $DE$  và  $DF$  có vuông góc với nhau không? Vì sao?



**4B.** Cho hình vẽ, biết  $Ab // Cc$ . Khi đó hai đường thẳng BA và BC có vuông góc với nhau không? Vì sao?



**5A.** Cho góc  $mOn$ . Trên tia Om, lấy điểm C;

trên tia On, lấy điểm D. Vẽ ra ngoài  $mOn$  các tia Cx và Dy song song với nhau. Tính số đo  $mOn$ , biết  $OCx = 50^\circ$  và  $ODy = 40^\circ$ .

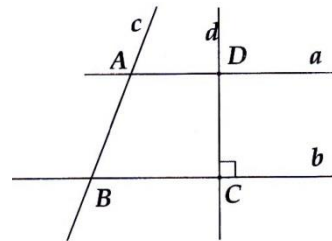
**5B.** Cho góc  $mOn$ . Trên tia Om, lấy điểm C; trên tia On, lấy điểm D. Vẽ ra ngoài  $mOn$  các tia Cx và Dy song song với nhau. Tính số đo  $mOn$ , biết  $OCx = 150^\circ$  và  $ODy = 120^\circ$ .

## II. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**6.** Trong hình vẽ bên, biết  $d \perp b$ ,

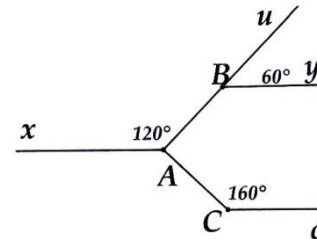
$$\angle BAD = 100^\circ \text{ và } \angle ABC = 80^\circ.$$

Chứng minh hai đường thẳng a và d vuông góc với nhau.



**7.** Cho hình vẽ bên, biết  $\angle BAC = 80^\circ$ . Các tia Ax, By, Cz có nằm trên các đường thẳng song song với nhau không? Vì sao?

**8.** Cho góc  $mOn$ . Trên tia Om, lấy điểm C; trên tia On, lấy điểm D. Vẽ ra ngoài  $mOn$  các tia Cx và Dy song song với nhau. Tính số đo  $mOn$ , biết  $OCx = 55^\circ$  và  $ODy = 35^\circ$ .



## HƯỚNG DẪN

$$\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ \Rightarrow a // b$$

Mà  $\angle BCD = 90^\circ \Rightarrow d \perp b$ . Do đó  $d \perp a$ .

**1B.** Tương tự **1A.** Kết luận  $d \perp b$ .

$$\mathbf{2A.} \text{ Ta có: } \angle aMN = \angle MNb = 40^\circ \Rightarrow Ma // Nb. \quad (1)$$

Vì  $MN \perp NP$  nên  $\angle MNP = 90^\circ \Rightarrow \angle bNP = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ .

$$\text{Mà } \angle NPc = 50^\circ \Rightarrow \angle bNP = \angle NPc \Rightarrow Nb // Pc. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra ĐPCM.

**2B.** HS tự làm.

3A. Ta có:  $A_2 = 150^\circ, B_2 = 105^\circ \Rightarrow a // b$

Mà  $a \perp c \Rightarrow b \perp c \Rightarrow C_1 = C_2 = 90^\circ$ .

3B. Tương tự 3A. Tính được  $B_1 = 60^\circ$  và  $B_2 = A_2 = 120^\circ$ .

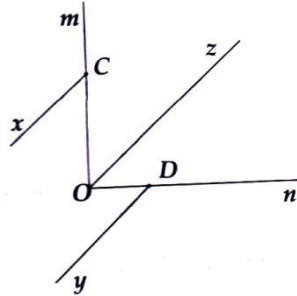
4A. Kẻ tia đối  $Dp'$  của  $Dp \Rightarrow EDF = EDp' + p'DF = 39^\circ + 51^\circ = 90^\circ$ .

4B. Tương tự 4A.

5A. Kẻ  $Oz // Cx // Dy$ . Suy ra:

$$mOn = COz + DOz = OCx + ODy$$

$$\Rightarrow mOn = 90^\circ.$$



5B. Tương tự 5A.

6.  $BAD + ABC = 180^\circ \Rightarrow a // b$ .

Mà  $d \perp b$  nên  $d \perp a$ .

7. Kẻ tia  $Ax'$  là tia đối của tia  $Ax$ .

$$\text{Khi đó: } x'AB = uBy = 60^\circ$$

$$\Rightarrow Ax' // By.$$

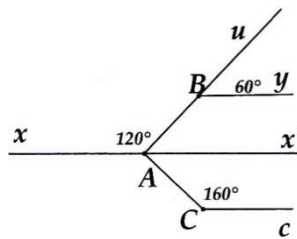
$$\text{Lại có: } x'AC = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ.$$

$$\Rightarrow x'AC + ACz = 180^\circ$$

$$\Rightarrow Ax' // Cz.$$

Do đó các tia  $Ax, By, Cz$  nằm trên ba đường thẳng song song với nhau.

8. Tương tự 6A. Tính được  $mOn = 55^\circ + 35^\circ = 90^\circ$



## ÔN TẬP CHUYÊN ĐỀ I

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem phần *Tóm tắt lý thuyết* từ Bài 1 đến Bài 6.

### II. BÀI TẬP

\* Các bài toán về hai đường thẳng vuông góc

1A. Cho điểm O nằm trên đường thẳng xy. Vẽ tia Oz sao cho



$$xOz = 60^\circ.$$

a) Tính số đo  $yOz$ .

b) Vẽ  $Oa$  và  $Ob$  lần lượt là tia phân giác của các góc  $xOz$ ,  $yOz$ . Chứng minh đường thẳng chứa tia  $Oa$  và đường thẳng chứa tia  $Ob$  vuông góc với nhau.

**1B.** Cho hai góc kề bù  $AOC$  và  $COB$ . Gọi  $OM$  là tia phân giác của  $AOC$ . Kẻ tia  $ON$  vuông góc với  $OM$  (tia  $ON$  nằm trong góc  $BOC$ ). Tia  $ON$  là phân giác của góc nào? Vì sao?

**2A.** Cho hai góc kề nhau và  $yOz$  có tổng bằng  $150^\circ$  và  $xOy = 4yOz$

a) Tính số đo mỗi góc.

b) Trong  $xOy$  vẽ tia  $Ot \perp Oz$ . Chứng minh  $Ot$  là phân giác  $xOy$ .

**2B.** Cho hai góc kề nhau  $aOb$  và  $bOc$  có tổng bằng  $125^\circ$  và  $cOb - bOa = 25^\circ$ .

a) Tính số đo mỗi góc.

b) Trong  $aOb$  vẽ tia  $Od \perp Oc$ . Tia  $Od$  có là phân giác của góc  $aOb$  không?

**3A.** Cho  $xOy = 40^\circ$ . Vẽ  $yOz$  kề bù với  $xOy$ . Vẽ  $zOt = 50^\circ$  sao cho tia  $Ot$  nằm giữa hai tia  $Oy$  và  $Oz$ . Tính số đo  $yOt$

**3B.** Cho hai góc kề bù  $aOb$  và  $bOc$ , biết  $aOb - bOc = 120^\circ$ . Trong góc  $aOb$  vẽ tia  $Od$  sao cho  $aOc = 60^\circ$ . Chứng tỏ  $Ob \perp Od$ .

*\* Các bài toán về hai đường thẳng song song*

**4A.** Cho  $xOy = 110^\circ$  và  $Oz$  là tia phân giác của góc đó. Trên tia  $Ox$ , lấy điểm  $M$ , dựng tia  $Mt$  nằm trong góc đó sao cho  $OMt = 70^\circ$ .

a) Chứng minh  $Mn // Oy$ ,

b) Gọi  $Mt'$  là tia đối của tia  $Mt$ ,  $Mn$  là tia phân giác của  $OMt'$ . Chứng minh  $Mn // Oz$ .

**4B.** Cho  $aOb = 120^\circ$  và  $Oc$  là tia phân giác của góc đó. Trên tia  $Oa$ , lấy điểm  $M$ , dựng tia  $Mt$  nằm trong góc đó sao cho  $OMt = 60^\circ$ .

a) Chứng minh  $Mt // Ob$ ,

b) Gọi  $Mt'$  là tia đối của tia  $Mt$ , tia  $Mn$  nằm trong  $OMt'$  sao cho  $t'Mn = 60^\circ$ . Chứng minh  $Mn // Oc$ .

*\* Các bài toán về quan hệ từ vuông góc đến song song*

**5A.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = 90^\circ$ . Lấy điểm  $M$  trên  $BC$ . Vẽ  $MH \perp AB$  và  $MK \perp AC$  ( $H \in AB, K \in AC$ ).

a) So sánh  $BMH$  và  $BCA$ ;  $HBM$  và  $KMC$

b) Tính số đo  $HMK$ .

**5B.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = 90^\circ$ . Lấy điểm  $M$  trên  $BC$ . Vẽ  $MH \perp AC$  và  $MK \perp AB$  ( $H \in AC, K \in AB$ ).

a) So sánh  $BMH$  và  $BCA$ ;  $HBM$  và  $KMC$ .

b) Tính số đo  $HMK$

\* Các bài toán về định lý

**6A.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = 40^\circ$ . Trên tia đối của tia  $AC$  lấy điểm  $D$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $AC$  không chứa điểm  $B$ , vẽ tia  $Dx \parallel BC$ . Biết  $\angle xDC = 70^\circ$ .

a) Tính số đo  $ACB$

b) Vẽ tia  $Ay$  là phân giác  $BAD$ . Chứng minh  $Ay \parallel BC$ .

**6B.** Cho tam giác  $MNP$  có  $M = 86^\circ$ . Trên tia đối của tia  $MP$  lấy điểm  $Q$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $MP$  không chứa điểm  $N$ , vẽ tia  $Qx \parallel NP$ , biết  $\angle xQP = 47^\circ$ .

a) Tính số đo  $MPN$

b) Vẽ tia  $My$  là phân giác  $NMQ$ . Chứng minh  $My \parallel NP$ .

### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ.

**7.** Cho hai góc kề nhau  $aOb$  và  $bOc$  có tổng bằng  $140^\circ$  và

$$aOb - cOb = 60^\circ.$$

a) Tính số đo mỗi góc.

b) Trong  $aOb$  vẽ tia  $Od \perp Oc$ . Tia  $Od$  là phân giác của góc nào? Vì sao?

**8.** Cho  $\angle xOy = 20^\circ$ . Vẽ  $yOz$  kề bù với  $xOy$ . Vẽ  $zOt = 95^\circ$  sao cho tia  $Ot$  nằm giữa hai tia  $Oy$  và  $Oz$ . Tính số đo  $yOt$

**9.** Cho  $\angle xOy = 80^\circ$  và  $Oz$  là tia phân giác của góc đó. Trên tia  $Ox$  lấy điểm  $M$ , dựng tia  $Mt$  nằm trong góc đó sao cho  $\angle OMt = 100^\circ$ ,

a) Chứng minh  $Mt \parallel Oy$ .

b) Gọi  $Mt'$  là tia đối của tia  $Mt$ ,  $Mn$  là tia phân giác của  $\angle OMt'$ . Chứng minh  $Mn \parallel Oz$ .

**10.** Cho  $\triangle ABC$  có  $B = 90^\circ$ . Vẽ  $BH \perp AC, HK \perp BC, KP \perp AC$ .

a) So sánh  $\angle KHC$  và  $\angle BAC$ ;  $\angle PKC$  và  $\angle HBC$ ;  $\angle ABH$  và  $\angle BHK$ .

b) Chứng minh  $\angle CHK = \angle HBC$

## HƯỚNG DẪN

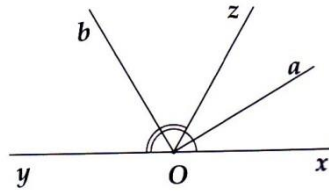
1A. a)  $yOz = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ .

b) Ta có :  $yOb < yOz < yOa$

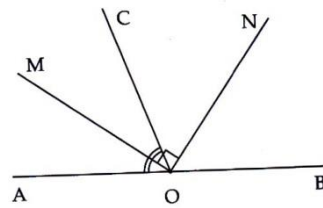
$\Rightarrow$  Tia Oz nằm giữa hai tia Oa và Ob.

Suy ra:  $aOb = aOz + bOz = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ .

Vậy  $Oa \perp Ob$  (ĐPCM).



1B. Tương tự 1A. Kết luận ON là phân giác của  $BOC$ .



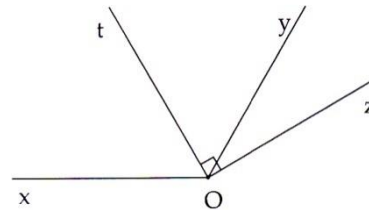
2A. a)  $xOy = 120^\circ, yOz = 30^\circ$

b)  $zOy < zOt < zOx$

$\Rightarrow$  tia Ot nằm giữa hai tia Ox và Oz

$\Rightarrow xOt = 150^\circ - 90^\circ = 60^\circ$

$\Rightarrow tOy = 60^\circ \Rightarrow$  ĐPCM.



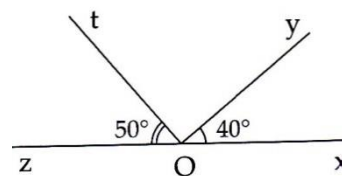
2B. Tương tự 2A.

a) Tính được  $aOb = 50^\circ$  và  $bOc = 75^\circ$ .

Tia Od không là phân giác của góc  $aOb$ .

3A. Do  $xOy + yOz = 180^\circ; xOy = 40^\circ$

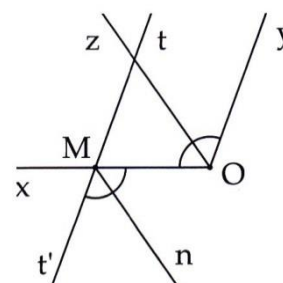
$\Rightarrow yOz = 140^\circ \Rightarrow tOy = 90^\circ$



3B. Tương tự 3A.

$aOb = 150^\circ, bOc = 30^\circ \Rightarrow bOd = 90^\circ$ . Vậy  $Ob \perp Od$

4. a)  $OMt + xOy = 180^\circ \Rightarrow Mt \parallel Oy$ .



Vì  $Mt'$  là tia đối của tia  $Mt$  nên

$$\angle OMt' = 110^\circ.$$

Mà  $Mn$  là tia phân giác của  $\angle OMt'$  nên

$$\angle OMn = 55^\circ$$

Mặt khác  $\angle xOz = 55^\circ$  nên  $\angle xOz = \angle OMn$ .

Suy ra  $Mn \parallel Oz$ .

**4B. Tương tự 4A.**

**5A. a)** Vì  $MH \perp AB$ ,  $CA \perp AB$  nên:

$MH \parallel CA \Rightarrow \angle BMH = \angle BAC$  (hai góc đồng vị).

Tương tự  $\angle HMB = \angle MCK$

b) Do  $MH \parallel CA$  và  $MK \perp AC$  nên  $MK \perp MH$

Suy ra  $\angle HMK = 90^\circ$ .

**5B. Tương tự 6A.**

**6A. a)** Vì  $Dx \parallel BC \Rightarrow \angle ACB = \angle CDx = 70^\circ$ .

b) Do  $\angle A = 40^\circ \Rightarrow \angle BAD = 140^\circ$ .

$$\angle DAy = 70^\circ.$$

Do đó  $\angle DAy = \angle BCA$  nên  $Ay \parallel BC$ .

**6B. Tương tự 7A**

**7. Tương tự 2B.**

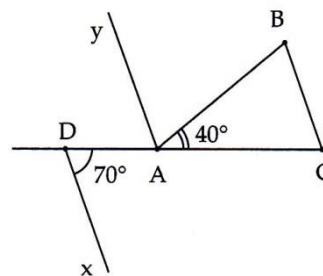
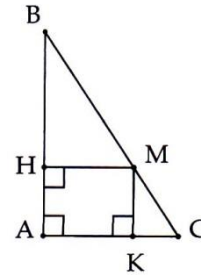
Tính được  $\angle aOb = 100^\circ$  và  $\angle bOc = 40^\circ$

Tia  $Od$  là phân giác của góc  $\angle aOb$

**8. Tương tự 3A**

**9. Tương tự 5A.**

**10. Tương tự 7A**



## ĐỀ KIỂM TRA CHUYÊN ĐỀ I

Thời gian làm bài cho mỗi đề là 45 phút

### ĐỀ SỐ 1

#### PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (4 ĐIỂM)

Khoanh vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng:

**Câu 1.** Hai đường thẳng MN và PQ cắt nhau tại A tạo thành  $\widehat{MAP} = 43^\circ$ . Số đo  $\widehat{PAN}$  bằng:

- A.  $137^\circ$ ;      B.  $43^\circ$ ;      C.  $180^\circ$ ;      D.  $86^\circ$ .

**Câu 2.** Khẳng định nào đúng?

- A. Hai góc bằng nhau thì đối đỉnh;  
 B. Hai góc so le trong thì bằng nhau;  
 C. Nếu a và b cắt c mà trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì

a//b

D. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

**Câu 3.** Hai đường thẳng cắt nhau tạo nên bốn góc (khác góc bẹt):

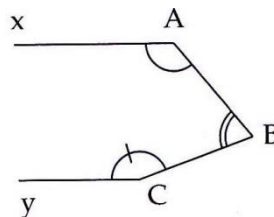
- A. Đối đỉnh;  
 B. Đôi một đối đỉnh;  
 C. Đôi một không kề nhau đối đỉnh;  
 D. Bằng nhau.

**Câu 4.** Cho hình vẽ bên, biết

$$\widehat{xAB} = 130^\circ, \widehat{BCy} = 160^\circ \text{ và } Ax \parallel Cy.$$

Số đo  $\widehat{ABC}$  là:

- A.  $70^\circ$ ;      B.  $90^\circ$ ;  
 C.  $80^\circ$ ;      D.  $65^\circ$ .

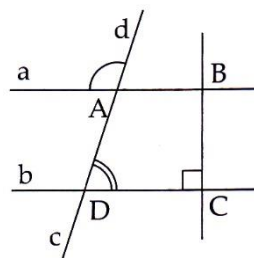


**Câu 5.** Cho hình vẽ bên dưới biết

$$\widehat{aAd} = 110^\circ, \widehat{ADC} = 70^\circ \text{ và } BC \perp b.$$

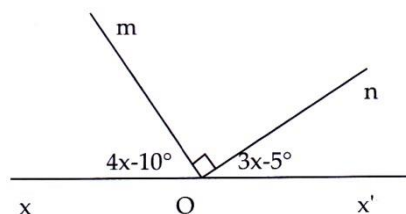
Số đo  $\widehat{ABC}$  là:

- A.  $70^\circ$ ;      B.  $90^\circ$ ;  
 C.  $110^\circ$ ;      D. Kết quả khác.



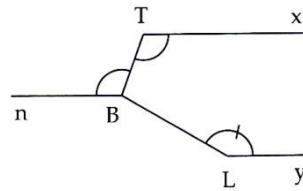
**Câu 6.** Cho hình vẽ bên. Tìm giá trị của x

- A.  $10^\circ$ ;      B.  $90^\circ$ ;  
 C.  $5^\circ$ ;      D.  $15^\circ$ .



**Câu 7.** Cho hình vẽ bên, biết hai tia

$Tx // Ly$ ,  $\angle xTB = \angle TBn = 110^\circ$  và  $\angle BLy = 150^\circ$ .



Tính số đo góc  $TBL$

- A.  $150^\circ$ ;                      B.  $90^\circ$ ;  
C.  $110^\circ$ ;                      D.  $100^\circ$

**Câu 8.** Chọn câu trả lời đúng:

- A. Hai tia phân giác của cặp góc kề nhau thì vuông góc với nhau;  
B. Hai tia phân giác của cặp góc đối đỉnh thì vuông góc với nhau;  
C. Hai tia phân giác của cặp góc kề bù thì vuông góc với nhau;  
D. Hai tia phân giác của cặp góc bù nhau thì vuông góc với nhau.

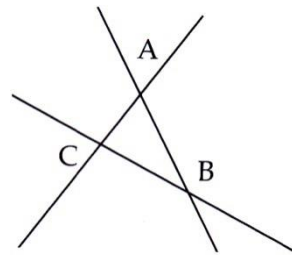
## PHẦN II. TỰ LUẬN (6 ĐIỂM)

**Bài 1.** (2,0 điểm)

Cho hình vẽ bên dưới, biết:

$\angle CAB = 60^\circ$ ,  $\angle ABC = 35^\circ$ ,  $\angle ACB = 85^\circ$ .

Tính các góc còn lại tại mỗi đỉnh.

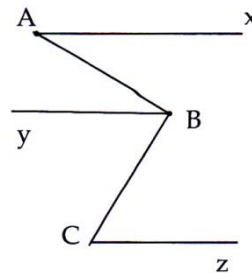


**Bài 2.** (2,0 điểm)

Cho hình vẽ bên, biết:

$\angle xAB = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $By // Cz // Ax$ .

Tính số đo  $\angle BCz$



**Bài 3.** (1,5 điểm) Cho  $\angle mOn = 86^\circ$ . Trên tia Om, lấy điểm A. Qua A vẽ tia At sao cho  $\angle mAt$

$= 86^\circ$  (tia At nằm trong  $\angle mOn$ ).

a) Tia At có song song với tia On không? Vì sao?

b) Vẽ  $AH \perp On$  ( $H \in On$ ). Chứng minh  $AH \perp At$ .

c) Tính số đo  $\angle OHA$

d) Gọi I là trung điểm của AH. Đường trung trực d của đoạn AH cắt OA tại B. Chứng minh  $\angle OBI = \angle OAt$ .

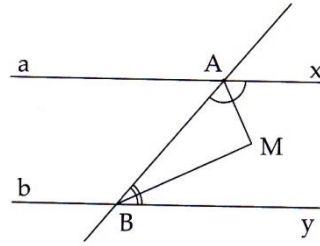
**Bài 4. (0,5 điểm)**

Cho hình vẽ bên, biết  $ax \parallel by$ .

Hai tia

phân giác của  $xAB$  và  $AB_y$  cắt nhau

tại M. Chứng minh  $AM \perp BM$



## HƯỚNG DẪN

### PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. A.

Câu 5. B.

Câu 2. C.

Câu 6. D.

Câu 3. C.

Câu 7. D.

Câu 4. A.

Câu 8. C.

### PHẦN II. TỰ LUẬN

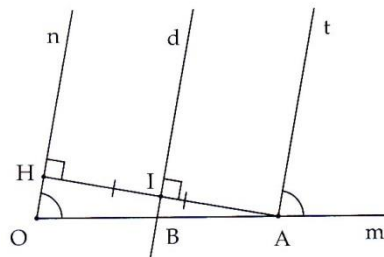
**Bài 1.** HS tự làm.

**Bài 2.** Ta có:  $AB_y = xAB = 30^\circ \Rightarrow BC_z = CBy = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ .

**Bài 3.**

a)  $mAt = mOn = 86^\circ \Rightarrow At \parallel On$ .

b)  $\begin{cases} AH \perp On \\ At \parallel On \end{cases} \Rightarrow AH \perp At$



c)  $OAH = 180^\circ - 90^\circ - 86^\circ = 4^\circ$ .

d)  $d \perp AH, At \perp AH \Rightarrow d \parallel At$

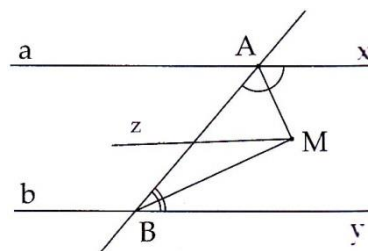
$\Rightarrow OBI = OAt$  (hai góc đồng vị).

**Bài 4.** Kẻ  $Mz \parallel ax \parallel by$ .

$$\Rightarrow AM_z = xAM = \frac{1}{2} xAB$$

$$\text{và } zMB = MBy = \frac{1}{2} AB_y$$

$$\Rightarrow MAB = \frac{1}{2} (xAB + AB_y) = \frac{1}{2} \cdot 180 = 90 \Rightarrow AM \perp BM$$



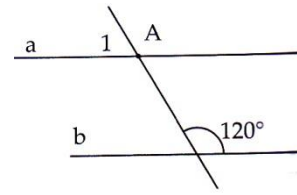
## ĐỀ SỐ 2

### PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (4 ĐIỂM)

Khoanh vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng:

**Câu 1.** Cho hình vẽ bên. Để  $a \parallel b$  thì số đo  $A_1$  là:

- A.  $60^\circ$ ;                      C.  $80^\circ$ ;  
 B.  $100^\circ$ ;                    D.  $120^\circ$

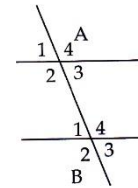


**Câu 2.** Hai góc  $M$  và  $N$  là hai góc bù nhau. Số đo  $M$  lớn hơn số đo  $N$  là  $20^\circ$  thì số đo  $M$  và  $N$  lần lượt là:

- A.  $120^\circ$  và  $100^\circ$ ;                      C.  $55^\circ$  và  $35^\circ$ ;  
 B.  $100^\circ$  và  $80^\circ$ ;                      D.  $110^\circ$  và  $90^\circ$ .

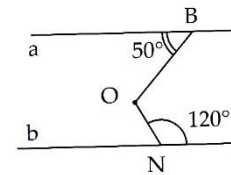
**Câu 3.** Cho hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $A_1$  và  $B_1$  là hai góc đồng vị.  
 B.  $A_2$  và  $B_4$  là hai góc so le trong.  
 C.  $A_2$  và  $B_1$  là hai góc trong cùng phía.  
 D.  $A_2$  và  $B_4$  là hai góc trong cùng phía.



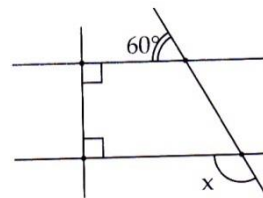
**Câu 4.** Cho hình vẽ bên có  $a \parallel b$ . Số đo của  $BON$  là:

- A.  $100^\circ$                                       C.  $80^\circ$ ;  
 B.  $110^\circ$ ;                                    D.  $120^\circ$ ;



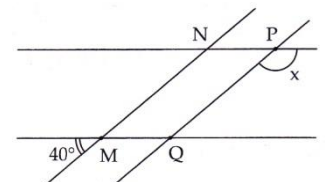
**Câu 5.** Cho hình vẽ bên. Số đo của  $x$  là:

- A.  $100^\circ$ ;                                      C.  $130^\circ$ ;  
 B.  $110^\circ$ ;                                    D.  $120^\circ$ ;



**Câu 6.** Chọn câu trả lời đúng:

- A. Hai góc bằng nhau và có chung đỉnh là hai góc đối đỉnh.  
 B. Hai góc đối đỉnh thì phải là hai góc nhọn,  
 C. Hai góc đối đỉnh thì phải là hai góc tù.  
 D. Có những cặp góc bằng nhau nhưng không phải là hai góc đối đỉnh.



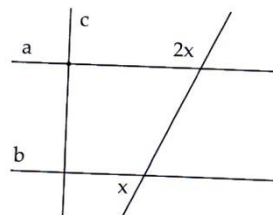


**Câu 7.** Cho  $MN \parallel PQ$  và  $MQ \parallel NP$ . Tính  $x$ .

- A.  $100^\circ$ ;                      C.  $180^\circ$ ;  
 B.  $140^\circ$ ;                      D. Kết quả khác

**Câu 8.** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với đường thẳng  $c$ .  
 Tính góc  $x$ .

- A.  $50^\circ$ ;                      C.  $60^\circ$ ;  
 B.  $70^\circ$ ;                      D. Kết quả khác.



## PHẦN II. TỰ LUẬN (6 ĐIỂM)

**Bài 1.** (2,0 điểm) Cho hai đường thẳng  $xx'$  và  $yy'$  cắt nhau tại  $O$ . Biết  $\angle xOy = 45^\circ$ .

a) Tính số đo các góc  $\angle x'Oy'$ ,  $\angle xOy'$  và  $\angle x'Oy$ .

b) Trên tia  $Ox$  lấy điểm  $A$  khác  $O$ . Kẻ đường thẳng  $aa'$  đi qua  $A$  và song song với  $yy'$ . Kẻ được bao nhiêu đường thẳng  $aa'$  như vậy? Vì sao?

c) Chỉ ra các góc ở đỉnh  $A$  có số đo bằng  $45^\circ$  và giải thích.

**Bài 2.** (2,0 điểm) Vẽ hai tia  $Oy$  và  $Oz$  cùng thuộc một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia  $Ox$  sao cho  $\angle xOy = 30^\circ$  và  $\angle xOz = 120^\circ$

a) Tính số đo  $\angle yOz$

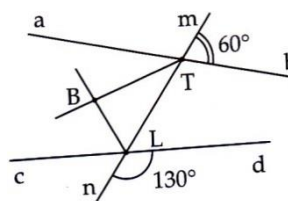
b) Vẽ hai tia  $Om$  và  $On$  lần lượt là tia đối của các tia  $Oy$ ,  $Oz$ . Chỉ ra hai cặp góc đối đỉnh có trong hình vẽ.

c) Chứng tỏ hai đường thẳng  $ym$  và  $zn$  vuông góc với nhau.

**Bài 3.** (1,5 điểm)

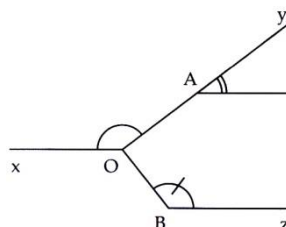
Cho hình vẽ bên, biết  $TB$  và  $LB$  lần lượt là phân giác các góc  $\angle aTL$  và  $\angle TLC$ .

Tính tổng  $\angle BTL + \angle BLT$



**Bài 4.** (0,5 điểm)

Cho hình vẽ bên có  $Ox$ ,  $At$  và  $Bz$  đôi một song song. Tính  $\angle AOB$ , biết  $\angle yAt = 40^\circ$  và  $\angle OBz = 130^\circ$



## HƯỚNG DẪN

### PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

- |           |           |
|-----------|-----------|
| Câu 1. A. | Câu 5. D. |
| Câu 2. B. | Câu 6. D. |
| Câu 3. D. | Câu 7. B. |
| Câu 4. B. | Câu 8. C. |

### PHẦN II. TỰ LUẬN

**Bài 1.** a)  $AB \parallel y \Rightarrow \angle xAB = 30^\circ \Rightarrow \angle BCz = \angle CBy = 135^\circ$

b) Theo tiên đề O-clit, qua A kẻ được một đường thẳng song song với  $yy'$ .

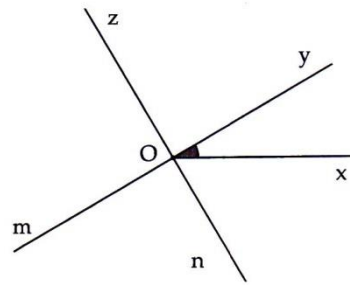
c)  $\angle OAA' = \angle A'Ax = \angle xOy = 45^\circ$  (các cặp góc đồng vị).

**Bài 2.**

a)  $\angle yOz = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ .

b)  $\angle yOz$  và  $\angle mOn$ ,  $\angle yOn$  và  $\angle mOz$

$\angle yOz = 90^\circ \Rightarrow Oy \perp Oz \Rightarrow ym \perp zn$



**Bài 3.** Ta có :  $\angle aTn = \angle bTm = 60^\circ \Rightarrow \angle BTL = 30^\circ$

$\angle TLc = \angle dLn = 130^\circ \Rightarrow \angle BTL = 65^\circ$

$\Rightarrow \angle BTL = \angle BLT = 95^\circ$

**Bài 4.** Kẻ tia  $Ox'$  là tia đối của tia  $Ox$ .

$\angle yOx' = \angle At = 40^\circ$  và  $\angle x'OB = 180^\circ - \angle OBz = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ .

Do đó  $\angle AOB = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$ .

## CHUYÊN ĐỀ II. TAM GIÁC

### CHỦ ĐỀ 1. TỔNG BA GÓC CỦA MỘT TAM GIÁC

#### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

\*Góc trong của tam giác:

- Tổng ba góc của một tam giác bằng  $180^\circ$ .
- Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.

\* Góc ngoài của tam giác:

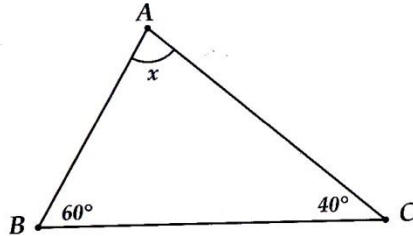
- Góc ngoài của một tam giác là góc kề bù với một góc của tam giác ấy.
- Mỗi góc ngoài của một tam giác bằng tổng của hai góc trong không kề với nó.
- Góc ngoài của tam giác lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó.

## II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

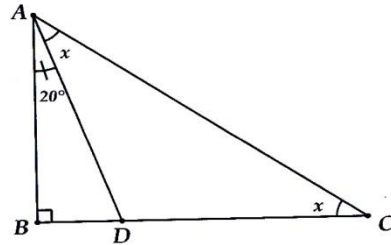
### Dạng 1. Tính số đo của một góc, so sánh các góc

**Phương pháp giải:** Sử dụng các tính chất trong phần "Tóm tắt lý thuyết" từ đó thiết lập được mối liên hệ giữa các góc cần tìm và các góc đã biết.

#### 1A. Tính số đo x,y trong các hình vẽ sau:

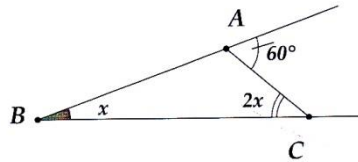


Hình 1

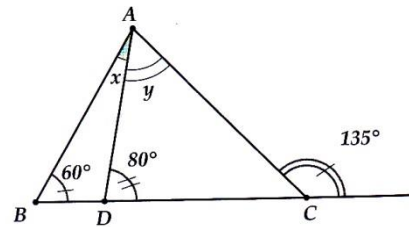


Hình 2

#### 1B. Tính số đo x,y trong các hình vẽ sau:



Hình 1



Hình 2

**2A.** Cho tam giác ABC vuông tại A có  $C = 35^\circ$ . Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC).

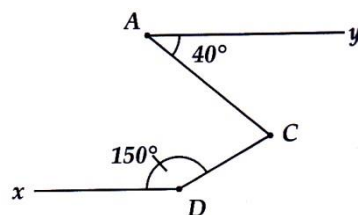
- Tính góc ADH.
- Tính góc HAD và HAB.

**2B.** Cho tam giác ABC, góc ngoài đỉnh C có số đo bằng  $100^\circ$ ,  $3A = 2B$

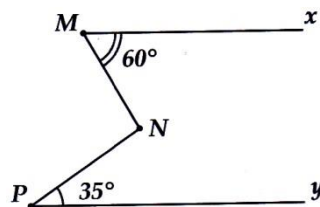
- Tính góc B, C.
- Hai tia phân giác Ax và By của các góc A, B cắt nhau tại O. Tính góc BOA.

**3A.** Trên hình có Ay song song với Dx,  $CDx = 150^\circ$ ;  $CAy = 40^\circ$ .

Tính góc ACD bằng cách coi nó là góc ngoài của một tam giác.



**3B.** Trên hình có  $Mx$  song song với  $Py$ ,  $\angle NMx = 60^\circ$ ,  $\angle NPy = 35^\circ$ . Tính góc  $MNP$ .



**4A.** Tính các góc của tam giác ABC biết:

a)  $A = 2B = 6C$                       b)  $\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4}$

**4B.** Tính các góc của tam giác ABC biết:

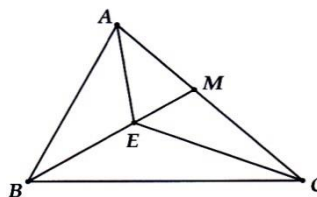
a)  $A = 2B; C - B = 36^\circ$ .

b)  $\frac{A}{3} = \frac{B}{1} = \frac{C}{2}$

**5A.** Cho hình vẽ bên. Hãy so sánh:

a)  $\angle AEM$  và  $\angle ABM$

b)  $\angle AEC$  và  $\angle ABC$



**5B.** Cho tam giác ABC, D là một điểm trên cạnh BC, O là điểm nằm trong tam giác.

a) So sánh  $\angle ADC$  và  $\angle ABC$ .

b) So sánh  $\angle BOC$  và  $\angle BAC$

**6A.** Cho tam giác ABC, tia phân giác AD (D thuộc BC). Tính  $\angle ADB$  và  $\angle ADC$  biết  $B - C = 40^\circ$ .

**6B.** Cho tam giác ABC, tia phân giác góc B cắt AC tại E. Tính  $\angle AEB$  và  $\angle BEC$  biết  $2C + B = 150^\circ$ .

## Dạng 2. Các bài toán chứng minh

**Phương pháp giải:** Sử dụng các tính chất trong phần "Tóm tắt lý thuyết". Lưu ý thêm về các tính chất đã học về quan hệ song song, vuông góc, tia phân giác góc...

**7A.** Cho tam giác MNP, E là một điểm trên MN. Chứng minh:  $\angle NEP > \angle NMP$

**7B.** Cho tam giác ABC có góc B tù. Chứng minh rằng các góc A và C nhọn.

**8A.** Cho tam giác MNP có  $N > P$ . Vẽ phân giác MK.

a) Chứng minh  $\angle MKP - \angle MKN = N - P$

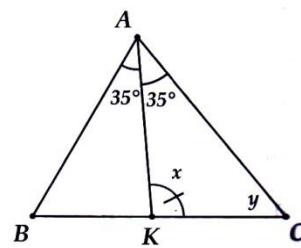
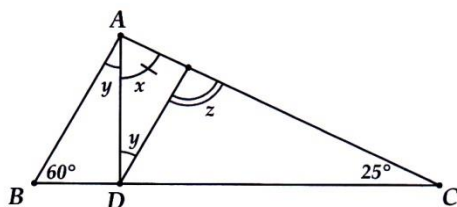
b) Đường thẳng chứa tia phân giác góc ngoài đỉnh M của tam giác MNP, cắt đường thẳng NP tại E. Chứng minh rằng:  $MEP = \frac{N - P}{2}$

**8B.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi d là đường thẳng vuông góc với BC tại C. Tia phân giác của góc B cắt AC ở D và cắt d ở E.

Chứng minh rằng  $EDC = DEC$

### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

9. Tính số đo x, y, z trong các hình vẽ sau:



10. Cho tam giác ABC ( $B < C$ ) có  $A + 2B = 100^\circ$ . Tính số đo  $C - B$ .

11. Cho tam giác ABC, biết  $A : B : C = 1 : 3 : 5$ .

a) Tính các góc tam giác ABC.

b) Tia phân giác ngoài đỉnh B cắt đường thẳng AC tại D. Tính số đo  $ADB$ .

12. Cho tam giác ABC có  $B = C$ . Gọi Am là tia phân giác của góc ngoài đỉnh A. Hãy chứng tỏ rằng  $Am \parallel BC$ .

13. Cho tam giác ABC có  $B = 2C$ . Trên tia đối của tia CB lấy một điểm D sao cho  $CDA = CAD$ . Gọi Ax là tia đối của tia AC.

a) Chứng minh  $Bx = 6CAD$

b) Cho góc  $A = 30^\circ$ . Tính  $B$ ;  $CAD$

14. Cho tam giác vuông ABC tại A, kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Các tia phân giác góc B và góc HAC cắt nhau tại I.

Chứng minh rằng  $AIB = 90^\circ$ .

15. Cho tam giác ABC, E là một điểm bất kì nằm trong tam giác. Chứng minh rằng:  
 $BEC = ABE + ACE + BAC$

## HƯỚNG DẪN

**1A. a)** Ta có  $A = 180^\circ - (B + C) = 80^\circ$ . Vậy  $x = 80^\circ$ .

b) *Cách 1.* Ta có  $ADC = BAD + ABD$ . Từ đó suy ra  $y = ADC = 110^\circ$ . Mà trong tam giác  $ADC$  có  $y + 2x = 180^\circ$ . Từ đó tính được  $x = 35^\circ$ .

*Cách 2.*  $BAD = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ = 2x$ . Vậy  $x = 35^\circ$  và  $y = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ .

**1B.** Ta có  $3x = 60^\circ$ . Từ đó suy ra  $x = 20^\circ$ .

Tìm được  $x = ADC - ABD = 20^\circ$ .

Ta có  $y = ACm - ADC \Rightarrow y = 55^\circ$

**2A.** Tính được  $ADC = DAB = 45^\circ$ .

Ta lại có:  $ADH = DAC + DCA$

$\Rightarrow ADH = 80^\circ$ .

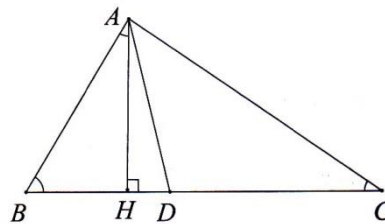
b) Ta có:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4} = \frac{A+B+C}{2+3+4} = 20^\circ = 10^\circ.$$

$A = 40^\circ; B = 60^\circ; C = 80^\circ$

Từ đó tính được  $HAB = 35^\circ$ .

**2B. a)** Đáp số  $B = 60^\circ; C = 80^\circ$  b) Đáp số  $BOA = 130^\circ$ .

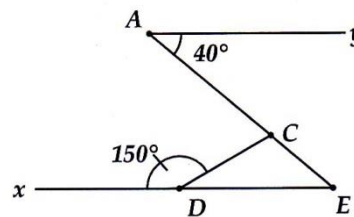


**3A.** Kéo dài  $AC$  cắt  $Dx$  tại  $E$ .

Ta có  $AEx = EAy = 40^\circ$

Tính được  $CDE = 30^\circ$ .

Mà  $ACD = CDE + CED = ACD = 70^\circ$ .



**3B.** Tương tự **3A**. Tính được  $MNP = 95^\circ$ .

Ta có  $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow 10C = 180^\circ$ .

Từ đó tính được  $C = 18^\circ; A = 108^\circ; B = 54^\circ$

b) Sử dụng tính chất tỉ lệ thức ta được:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4} = \frac{A+B+C}{2+3+4} = 20^\circ$$

Từ đó tính được  $A = 40^\circ; B = 60^\circ; C = 80^\circ$

**4B.** Tương tự **4A.**

Đáp số  $B = 36^\circ; A = C = 72^\circ$

Đáp số  $A = 90^\circ; B = 30^\circ; C = 60^\circ$

5A. a) Ta có  $AEM$  là góc ngoài tam giác  $\triangle AEB$ .

Từ đó suy ra  $AEM > ABM$ .

b) Ta có  $MEC > MBC$

Kết hợp với kết quả câu a, suy ra  $AEC > ABC$

**5B.** Tương tự **5A.**

a) Đáp số  $ADC > ABC$

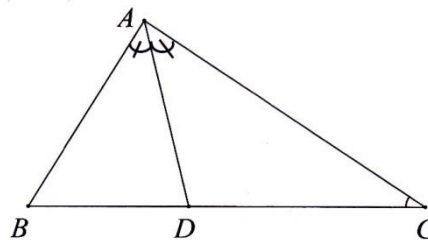
b) Đáp số  $BOC > BAC$ .

**6A.** Sử dụng tính chất góc ngoài

Ta được:

$$ADB = C + DAC = C + \frac{A}{2}$$

$$\text{Tương tự } ADC = B + \frac{A}{2}$$



Suy ra  $ADC - ADB = B - C = 40^\circ$ . Mà  $DAC + ADB = 180^\circ$ . Từ đó tính được

$$DAC = 110^\circ, ADB = 70^\circ$$

$$6B. \text{ Ta có } \left. \begin{array}{l} A + B + C = 180^\circ \\ B + 2C = 150^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow A - C = 30^\circ \quad \begin{array}{l} \angle CEB = 90^\circ - \frac{B}{2} \\ \angle EDC = \angle ADB = 90^\circ - \frac{B}{2} \end{array}$$

Tương tự 6A. Ta tính được  $\angle AEB = 75^\circ, \angle BEC = 105^\circ$

**7A.** Ta có  $NEP$  là góc ngoài tam giác  $\triangle PEM$ .

Từ đó suy ra  $NEP > NMP$ .

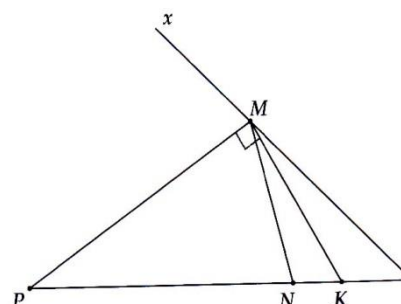
**7B.** Cách 1. Do B tù nên ta có góc ngoài của đỉnh B là góc nhọn, suy ra các góc A, C nhọn.

Cách 2. Do  $A + B + C = 180^\circ$  mà  $B > 90^\circ \Rightarrow A + C < 180^\circ - 90^\circ$  nên góc A và C đều là các góc nhọn.

**8A.** a) Sử dụng tính chất góc ngoài.

Ta được:

$$MKN = P + \frac{M}{2} \quad MKP = N + \frac{M}{2}$$



$$MKP - MKN = N - P$$

b) Ta có

$$MEP = MEx - MPE = \frac{NMx}{2} - P$$

Mà  $NMx = N + P$ . Từ đó suy  $MEP = \frac{N - P}{2}$

8B. Ta có:  $CEB = 90^\circ - \frac{B}{2}$ ;  $EDC = ADB = 90^\circ - \frac{B}{2}$

Suy ra  $EDC = DEC$ .

9. a) Đáp số  $x = 65^\circ$ ;  $y = 30^\circ$ ;  $z = 95^\circ$ .

b) Đáp số  $x = 95^\circ$ ,  $y = 50^\circ$ .

10. Ta có  $A + 2B = (A + B + C) + (B - C)$

Từ đó tính được  $C - B = 80^\circ$

11. Ta có:  $\frac{A}{1} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5} = \frac{A+B+C}{1+3+5} = 20^\circ$

Tính được  $A = 20^\circ$ ;  $B = 60^\circ$ ;  $C = 100^\circ$

Tính được  $BDA = 40^\circ$

12. Ta có  $CAx = 2C$ . Từ đó suy ra

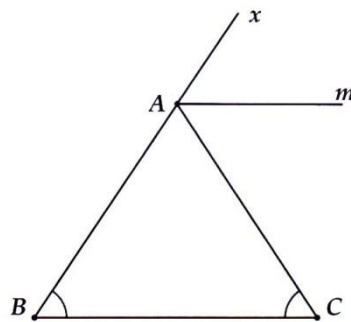
$$CAm = C.$$

Do đó  $Am \parallel BC$ .

13. a) Ta có  $BAx = 3C = 6CAD$

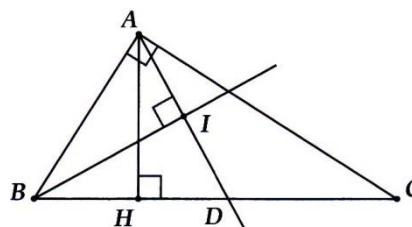
b) Tính được

$$B = 32 = 100^\circ; 6CAD = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$$



14. Cách 1. Do  $ABC = HAC$  (cùng

phụ với  $BAH$ ). Xét  $\triangle AIB$  có





$$ABI + BAI = \frac{B}{2} + BAI + \frac{HAC}{2}$$

$ABC + BAH = 90^\circ$  (vì  $\triangle BAH$  vuông ở H)  $\Rightarrow$  ĐPCM.

Cách 2. Do  $B + HAC$ . Gọi D là giao điểm của AI và BC.

$$\text{Xét } \triangle ACD \text{ có } ADB + C + DAC = C + \frac{HAC}{2} = C + \frac{B}{2}$$

$$\text{Suy ra } \triangle BID \text{ có } BIA = \frac{B}{2} + ADB = B + C = 90^\circ (\text{đpcm})$$

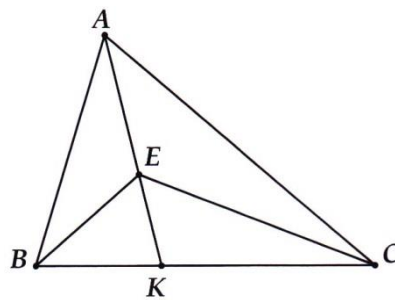
15. Kéo dài AE cắt BC tại K.

$$\text{Ta có: } BEK = BAE + EBA;$$

$$CEK = CAE + ECA.$$

$$\text{Ta có } BEC = BEK + KEC$$

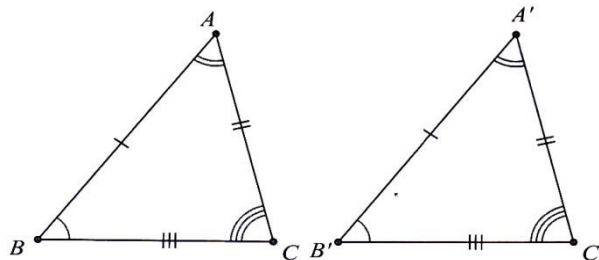
$$ABE + ACE + BAC (\text{đpcm})$$



## CHỦ ĐỀ 2. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

**Định nghĩa:** Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau và các góc tương ứng bằng nhau.



$$= \triangle ABC = \triangle A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} A = A'; B = B'; C = C' \\ AB = A'B'; AC = A'C'; BC = B'C' \end{cases}$$

### II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

**Dạng 1.** Từ hai tam giác bằng nhau, xác định các cạnh bằng nhau, các góc bằng nhau.

Tính độ dài các đoạn thẳng các số đo góc.

**Phương pháp giải:** Dựa vào quy ước viết các đỉnh tương ứng của hai tam giác bằng nhau theo đúng thứ tự, ta viết được các góc bằng nhau, các cạnh bằng nhau.

**1A.** Cho  $\triangle ABC = \triangle MNP$ ,  $A = 60^\circ$ ,  $P = 35^\circ$

- Tìm các cạnh tương ứng bằng nhau.
- Tính các góc còn lại của hai tam giác.

**1B.** Cho  $\triangle ABC = \triangle DEF$ ,  $B = 20^\circ$ ,  $F = 75^\circ$

- Tìm các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.
- Tính các góc còn lại của hai tam giác.

**2A.** Cho  $\triangle ABC = \triangle MNP$ ,  $AB = 6$  cm,  $BC = 8$  cm,  $MP = 10$  cm.

Tính chu vi của mỗi tam giác trên

**2B.** Cho  $\triangle ABC = \triangle DEF$ ,  $AB = 7$  cm,  $BC = 5$  cm,  $DF = 6$  cm.

- Tính các cạnh còn lại của mỗi tam giác.
- Tính chu vi của mỗi tam giác trên.

## **Dạng 2. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác.**

**Phương pháp giải:** Viết ba đỉnh của tam giác thứ nhất, rồi lần lượt đến các đỉnh tương ứng của tam giác thứ hai.

**3A.** Cho hai tam giác bằng nhau: tam giác ABC (không có hai cạnh hoặc góc nào bằng nhau) và một tam giác có ba đỉnh, là M, N, P. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác đó, biết rằng:

$$AB = MN, A = M$$

**3B.** Cho hai tam giác bằng nhau: tam giác DEF (không có hai cạnh hoặc hai góc nào bằng nhau) và một tam giác có ba đỉnh là G, H, K. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác đó, biết rằng:

$$\text{a) } EF = GH, ED = GK. \quad \text{b) } F = G, D = H$$

## **II. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**4.** Cho  $\triangle ABC = \triangle MNP$ ,  $A = 80^\circ$ ,  $P = 45^\circ$ . Tính các góc còn lại của hai tam. giác.

**5.** Cho  $\triangle PQR = \triangle DEF$ ,  $PQ = 12$ cm,  $QR = 13$ cm,  $DF = 15$ cm.

- Tính các cạnh còn lại của mỗi tam giác.
- Tính chu vi của mỗi tam giác trên.

**6.** Cho hai tam giác bằng nhau: tam giác ABC (không có hai góc nào hoặc hai cạnh nào bằng nhau) và một tam giác có ba đỉnh là I, J, K. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác đó, biết rằng:

- a)  $AB = JI, C = K$                       b)  $AB = IK, AC = IJ.$   
 c)  $A = K, B = J$

## HƯỚNG DẪN

1A. a)  $AB = MN, AC = MP, BC = NP.$

b)  $A = M = 60^\circ; C = P = 35^\circ; B = N = 85^\circ$

1B. Tương tự 1A.

2A.  $AB = MN = 6\text{cm}; BC = NP = 8\text{cm}; AC = MP = 10\text{cm}$

$$C_{\Delta ABC} = C_{\Delta MNP} = 6 + 8 + 10 = 24\text{cm}$$

2B. Tương tự 2A.

3A.  $\Delta ABC = \Delta MNP.$

3B. a)  $\Delta DEF = \Delta KGH$

b)  $\Delta DEF = \Delta HKG.$

4.  $A = M = 80^\circ; P = C = 45^\circ; B = N = 55^\circ$

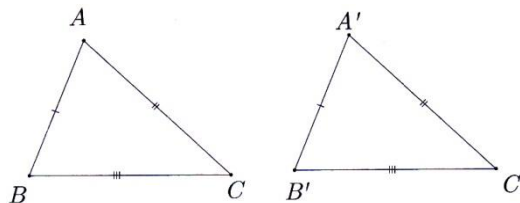
5. Tương tự 2A. HS tự giải.

6. a)  $\Delta ABC = \Delta JIK;$                       b)  $\Delta ABC = \Delta IKJ;$                       c)  $\Delta ABC = \Delta AKJI$

## CHỦ ĐỀ 3. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC CẠNH - CẠNH - CẠNH (C.C.C)

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



Xét  $\Delta ABC$  và  $\Delta A'B'C$  có:

$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ BC = B'C' \\ AC = A'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C' (c.c.c)$$

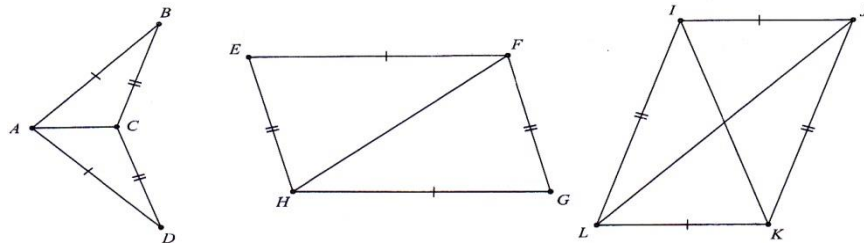
## II - BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh**

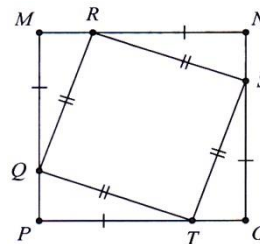
**Phương pháp giải:**

- ✓ Xét hai tam giác.
- ✓ Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau: cạnh - cạnh - cạnh.
- ✓ Kết luận hai tam giác bằng nhau.

**1A.** Trong các tam giác dưới đây có những tam giác nào bằng nhau? Vì sao



**1B.** Cho hình vẽ với ABCD là hình vuông, tìm trong hình những tam giác nào bằng nhau.



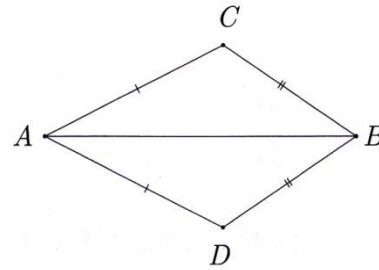
**Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau cạnh cạnh cạnh để chứng minh hai góc bằng nhau**

**Phương pháp giải:**

- Chọn hai tam giác có hai góc, là hai góc cần chứng minh bằng nhau.
- Chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh
- Suy ra hai góc tương ứng bằng nhau

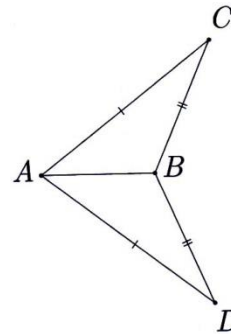
**2A.** Cho hình vẽ bên. Chứng minh:

- a)  $\triangle ABC = \triangle ABD$
- b)  $AB$  là phân giác của  $DAC$



**2B.** Cho hình vẽ bên. Chứng minh:

- a)  $\triangle ABC = \triangle ABD$
- b)  $\angle ACB = \angle ADB$
- c)  $AB$  là phân giác của  $DAC$



**3A.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Chứng minh:

- a)  $AM$  là phân giác của  $BAC$
- b)  $AM \perp BC$ .

**3B.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC$ ,  $H$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Chứng minh:

- a)  $\angle B = \angle C$
- b)  $AH$  là phân giác của  $BAC$

### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**4.** Cho  $\triangle MNP$  có  $MN = MP$ ,  $I$  là trung điểm của cạnh  $NP$ . Chứng minh:

- a)  $\angle N = \angle P$ .
- b)  $MI$  là phân giác của  $NMP$ .
- c)  $MI$  là trung trực của  $NP$ .

**5.** Cho  $\triangle ABC$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $N$  là một điểm trong tam giác sao cho  $NB = NC$ . Chứng minh:

- a)  $\triangle NMB = \triangle NMC$ .
- b)  $\angle MBN = \angle MCN$ .
- c)  $\triangle ABC$  cần thêm điều kiện gì để  $\triangle ABN = \triangle ACN$ .

**6.** Cho tứ giác  $ABCD$  thỏa mãn  $AB = CD$ ,  $AD = BC$ . Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle ABC = \triangle CDA$ ,
- b)  $AB \parallel CD$  và  $AD \parallel BC$

**7.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$ . Lấy hai điểm  $D, E$  thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $BD = DE = EC$ . Biết  $AD = AE$ .

- a) Chứng minh  $\angle EAB = \angle DAC$ .
- b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh  $AM$  là phân giác của  $DAE$
- c) Giả sử  $\angle DAE = 60^\circ$ . Tính các góc còn lại của  $\triangle DAE$ .

## HƯỚNG DẪN

**1A.**  $\triangle ABC = \triangle ADC$  (c. c. c);  $\triangle EFH = \triangle GHF$  (c. c. c)

$\triangle IJL = \triangle KLJ$  (c. c. c);  $\triangle IJK = \triangle KLI$  (c. c. c)

**1B.**  $\triangle MQR = \triangle NRS = \triangle OST = \triangle PTQ$  (c.c.c).

**2A.** a)  $\triangle ABC = \triangle ABD$  (c.c.c)

b) Từ câu a) suy ra  $CAB = DAB$ , từ đó ta có ĐPCM.

**2B.** Tương tự **2A.**

**3A.** a)  $\triangle ABM = \triangle ACM$  (c.c.c)

Suy ra  $BAM = CAM$  Suy ra đpcm

b) Suy ra  $AMB = AMC$  ( Góc tương ứng)

Mà  $AMB + AMC = 180^\circ$

$\Rightarrow AMB = AMC = 90^\circ$ . Suy ra  $AM \perp BC$ .

**3B.** Tương tự **3A.** HS tự làm.

**4.** Tương tự **3A.** HS tự làm.

**5.** a)  $\triangle NMB = \triangle NMC$  (c.c.c)

b) Suy ra  $MBN = MCN$  (c.g.t.u)

c) Điều kiện là  $AB = AC$ .

**6.** a)  $\triangle ABC = \triangle CDA$  (c.c.c).

b)  $\Rightarrow BAC = DCA \Rightarrow AB \parallel CD$

$DAC = BCA \Rightarrow AD \parallel BC$

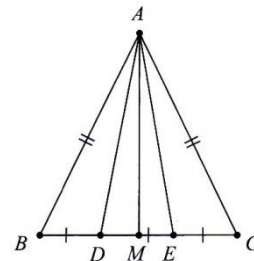
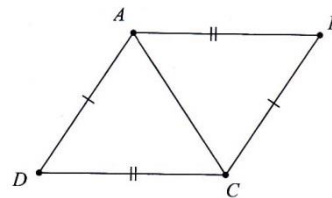
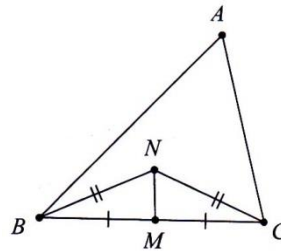
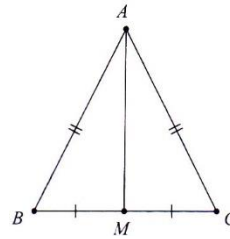
**7.** a)  $\triangle ABE = \triangle ACD$  (c.c.c)

$\Rightarrow EAB = DAC$ .

b)  $\triangle ADM = \triangle AEM$  (c.c.c)

$\Rightarrow DAM = EAM \Rightarrow AM$  là phân giác  $DAE$

c) Từ câu a  $\Rightarrow ADE = AED = (180^\circ - 60^\circ) : 2 = 60^\circ$

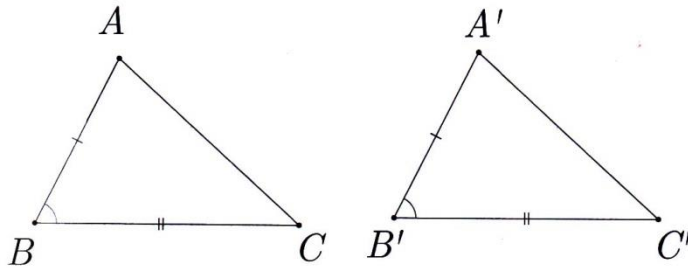


## CHỦ ĐỀ 4. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC CẠNH - GÓC - CẠNH (C.G.C)

### I - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Trường hợp bằng nhau: cạnh - góc - cạnh

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$  có:

$$\left. \begin{array}{l} B = A'B' \\ B = B' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C' (C.G.C)$$

**2. Hệ quả:** Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

### II - BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1. Vẽ tam giác khi biết độ dài hai cạnh và góc xen giữa

**Phương pháp giải:** Vẽ góc, rồi xác định vị trí hai đỉnh còn lại của tam giác.

**1A.** Vẽ tam giác ABC biết  $A = 90^\circ$ ,  $AB = AC = 5$  cm. Sau đó đo các góc B và C.

**1B.** Vẽ tam giác MNP biết  $M = 60^\circ$ ,  $MN = 3$  cm,  $MP = 4$  cm

#### Dạng 2. Chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh

**Phương pháp giải:**

- ✓ Xét hai tam giác.
- ✓ Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau cạnh - góc - cạnh.
- ✓ Kết luận hai tam giác bằng nhau.

**2A.** Cho hai tam giác ABC, DEF có  $A = 50^\circ$ ,  $E = 70^\circ$ ,  $F = 60^\circ$   $AB = DE$ ,  $AC = DE$ .

Chứng minh:  $\triangle ABC = \triangle DEE$ .

**2B.** Cho tam giác MNP, từ điểm P kẻ đường thẳng song song với MN, trên đường thẳng đó lấy điểm K sao cho PK = MN (K và M ở cùng phía so với NP). Chứng minh  $\triangle MNP = \triangle PKM$ .

### Dạng 3. Chứng minh hai đoạn thẳng (hoặc hai góc) bằng nhau

#### Phương pháp giải:

- ✓ Chọn hai tam giác có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) cần chứng minh bằng nhau.
- ✓ Chứng minh hai tam giác ấy bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh.
- ✓ Suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.

**3A.** Cho  $xOy$  có Om là tia phân giác,  $C \in Om$  ( $C \neq O$ ). Trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B sao cho  $OA = OB$ . Chứng minh:

- a)  $\triangle OAC = \triangle OBC$  .      b)  $\angle OAC = \angle OBC$  và  $CA = CB$ .

**3A.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$  . Phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm D. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho  $AE = AB$ . Chứng minh

- a)  $\triangle ABD = \triangle AED$ .  
 b) DA là tia phân giác của góc BDE. Từ đó suy ra  $\angle ABC > \angle ACB$ .

### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**4.** Vẽ tam giác ABC biết  $B = 60^\circ$ ,  $AB = BC = 4$  cm.

**5.** Cho tam giác ABC, kẻ AH vuông góc với BC, ( $H \in BC$ ). Trên tia đối của tia HA lấy điểm K sao cho  $HK = HA$ , nối KB, KC. Tìm các cặp tam giác bằng nhau.

**6.** Cho góc xAy, lấy điểm B trên tia Ax, điểm D trên tia Ay sao cho  $AB = AD$  . Trên tia Bx lấy điểm E, trên tia Dy lấy điểm C sao cho  $BE = DC$ . Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle ADE$ .

**7.** Cho đoạn thẳng AB có M là trung điểm. Qua M kẻ đường thẳng d vuông góc với AB. Lấy  $C \in d$  ( $C \neq M$ ). Chứng minh CM là tia phân giác của góc ACB

**8.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC$ , phân giác AM ( $M \in BC$ ).

Chứng minh:

- a)  $\triangle ABM = \triangle ACM$ .  
 b) M là trung điểm của BC và  $AM \perp BC$ .

**9.** Cho  $\triangle ABC$ , trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B, lấy điểm D sao cho  $AD \parallel BC$  và  $AD = BC$ . Chứng minh:

- a)  $\triangle ABC = \triangle CDA$ .      b)  $AB \parallel CD$  và  $\triangle ABD = \triangle CDB$ .

**10.** Cho  $\triangle ABC$  có  $A = 90^\circ$ , trên cạnh BC lấy điểm E sao cho  $BA = BE$ . Tia phân giác góc B cắt AC ở D.

- a) Chứng minh:  $\triangle ABD = \triangle EBD$ .



b) Chứng minh:  $DA = DE$ .

c) Tính số đo  $\angle BED$

d) Xác định độ lớn góc B để  $\angle EDB = \angle EDC$ .

**11.** Cho  $\triangle ABD$ , M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho  $ME = MA$ . Chứng minh:

a)  $\triangle ABM = \triangle ECM$ .

b)  $AB = CE$  và  $AC \parallel BE$

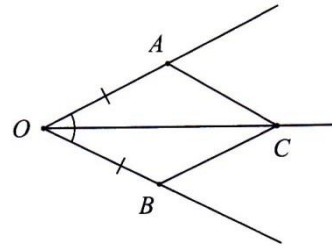
## HƯỚNG DẪN

**1A.** HS tự giải.

**1B.** HS tự giải.

**2A.** Tính được  $D = 50^\circ \Rightarrow \triangle ABC = \triangle DEF$  (c.g.c)

**2B.** Có  $\angle NMP = \angle MPK$  (so le trong) và  $MN = PK$ ; cạnh Mp chung  
 $\Rightarrow \triangle MNP = \triangle PKM$  (c.g.c).



**3A.** a)  $\triangle OAC = \triangle OBC$  (c.g.c).

b) Từ câu a)

suy ra  $\angle OAC = \angle OBC$  (c.g.t.u)

và  $AC = BC$  (c.c.t.u)

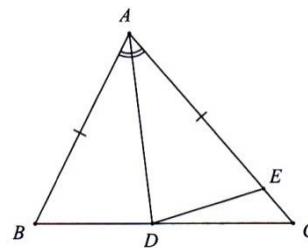
**3B.** a)  $\triangle ABD = \triangle AED$  (c.g.c)

b)  $\Rightarrow \angle BDA = \angle EDA$ . (c.g.t.u)

$\Rightarrow \angle DPCM$ .

Và  $\angle ADB = \angle AED$ . Mà  $\triangle DEC$  có

$\angle AED > \angle ACB \Rightarrow \angle DPCM$ .



**4.** Tương tự **1A.1B.** HS tự giải.

**5.**  $\triangle ABH = \triangle AKH$  (c.g.c)

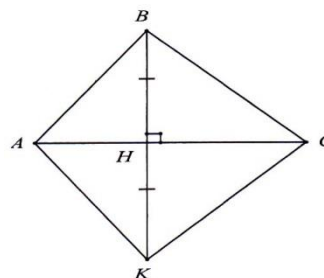
$\triangle BCH = \triangle KCH$  (c.g.c)

$\triangle ABC = \triangle AKC$  (c.c.c).

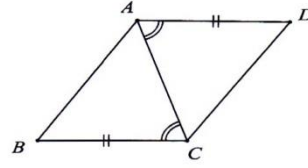
**6.**  $\triangle ABC = \triangle ADE$  (c.g.c)

**7.**  $\triangle MAC = \triangle MBC$  (c.g.c)

$\Rightarrow \angle ACM > \angle BCM \Rightarrow \angle DPCM$ .

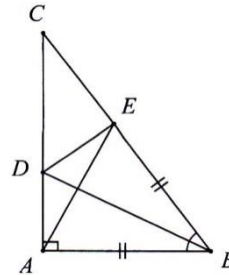


8. a)  $\triangle ABM = \triangle ACM$  (c.g.c)  
 b) Theo câu a)  $\Rightarrow BM = CM$  (c.c.t.u)  
 và  $\angle CMA > \angle AMB = 90^\circ \Rightarrow \text{đpcm}$



9.  $\triangle ABC = \triangle CDA$  (c.g. c).  
 Từ câu a)  $\Rightarrow AB = CD$  và  
 $\angle BAC = \angle DCA \Rightarrow \text{đpcm}$ .

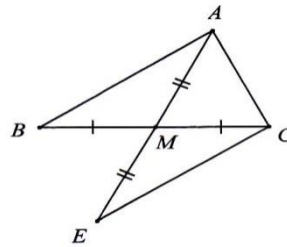
10. a)  $\triangle ABD = \triangle EBD$  (c.g.c)  
 b)  $\Rightarrow DA = DE$  (Cặp cạnh tương ứng)  
 c)  $\angle A = \angle E = 90^\circ$  (Cặp góc tương ứng)  
 d) Do câu c) nếu có  $\angle EDB = \angle EDC$  thì suy ra



$$\angle EBD = \angle ECD = \frac{\angle ABC}{2} \Rightarrow B = 2.C$$

Mà  $B + C = 90^\circ$  nên  $B = 60^\circ$ .

11.  $\triangle ABM = \triangle ECM$  (c.g.c)  
 b)  $AB = CE$  (Cặp cạnh tương ứng)  
 Tương tự a) có  $\triangle AMC = \triangle EMB$   
 $\Rightarrow \angle ACM = \angle EBM \Rightarrow BE \parallel AC$  (đpcm)

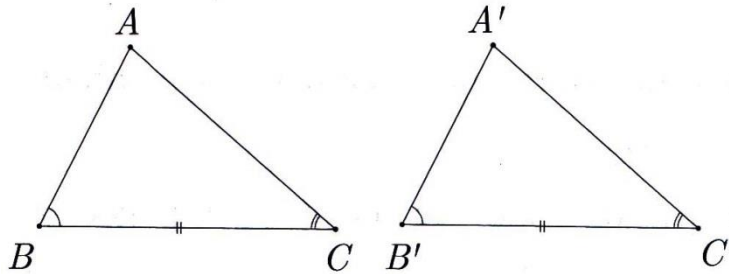


## CHỦ ĐỀ 5. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ BA CỦA TAM GIÁC GÓC - CẠNH - GÓC (G.C.G)

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$  có:



$$\left. \begin{array}{l} B = B' \\ BC = B'C' \\ C = C' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C' (C.G.C)$$

### II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1. Vẽ tam giác biết một cạnh và hai góc kề

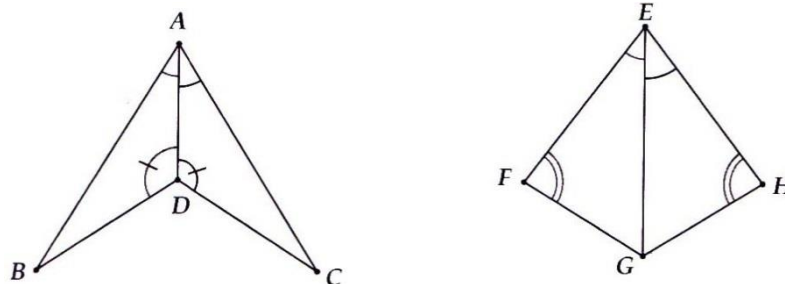
**Phương pháp giải:** Vẽ một cạnh của tam giác, rồi vẽ hai tia để xác định vị trí của đỉnh còn lại.

1A. Vẽ tam giác ABC biết BC 5 cm,  $A = 30^\circ, B = 60^\circ$

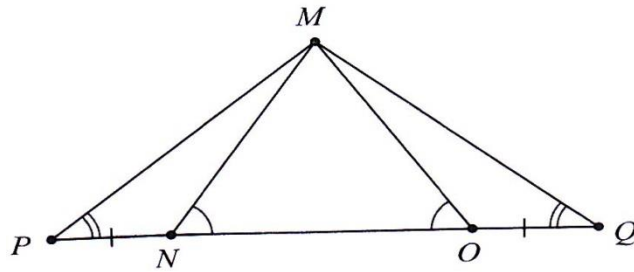
1B. Vẽ tam giác MNP biết MN = 3 cm,  $M = 90^\circ, N = 30^\circ$

#### Dạng 2. Chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh

2A. Trong các hình sau có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?



2B. Có những tam giác nào bằng nhau trong hình bên? Vì sao?



### Dạng 3. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau

#### Phương pháp giải:

- Chọn hai tam giác có hai đoạn thẳng cần chứng minh bằng nhau.
- Chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp góc - cạnh - góc.
- Suy ra cặp cạnh tương ứng bằng nhau.

**3A.** Cho tam giác ABC có  $B = C$ . Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Chứng minh:

- a)  $\triangle ADB = \triangle ADC$ .                      b)  $AB = AC$ .

**3B.** Cho tam giác có  $B = C$ . Chứng minh  $AB = AC$ .

**3C.** Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm M sao cho  $AM = AB$ . Qua M kẻ đường thẳng a song song với BC, đường thẳng a cắt tia CA tại N. Chứng minh:

- a)  $\triangle ABC = \triangle AMN$ .                      b) A là trung điểm của NC.

### Dạng 4. Sử dụng nhiều trường hợp bằng nhau của tam giác

#### Phương pháp giải:

Sử dụng các trường hợp cạnh - cạnh - cạnh, cạnh - góc - cạnh, góc - cạnh - góc để chứng minh các đoạn, thẳng (góc) bằng nhau.

**4A.** Cho góc xOy khác góc bẹt và có Ot là tia phân giác. Lấy điểm C thuộc Ot ( $C \neq O$ ). Qua C kẻ đường vuông góc với Ot, cắt Ox, Oy theo thứ tự ở A, B.

- a) Chứng minh:  $OA = OB$ .
- b) Lấy điểm D thuộc Ct. Chứng minh:  $DA = DB$  và  $\angle OAD = \angle OBD$ .

**4B.** Cho tam giác ABC  $AB \neq AC$ , tia Ax đi qua trung điểm M của BC. Kẻ BE và CF vuông góc với Ax ( $E, F \in Ax$ ).

- a) Chứng minh:  $BE \parallel CF$ .
- b) So sánh BE và FC; CE và BF.
- c) Tìm điều kiện về  $\triangle ABC$  để có  $BE = CE$ .

### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**5.** Vẽ tam giác ABC biết  $BC = 3\text{cm}$ ,  $A = 35^\circ$ ,  $B = 65^\circ$ .

6. Cho góc  $xOy$  khác góc bẹt,  $Oz$  là tia phân giác góc  $xOy$ . Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $Oz$  tại  $A$  ( $A$  khác  $O$ ) cắt các tia  $Ox$ ,  $Oy$  lần lượt tại  $B$ ,  $C$ . Chứng minh  $\triangle OAB = \triangle OAC$ . Từ đó suy ra  $A$  cách đều 2 tia  $Ox$  và  $Oy$ .

7. Cho tam giác  $ABC$ . Đường thẳng qua  $A$  song song với  $BC$  cắt đường thẳng qua  $C$  song song với  $AB$  ở  $D$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $BD$  và  $AC$ .

a) Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle CDA$ .

b) Chứng minh  $M$  là trung điểm của  $AC$ .

c) Đường thẳng  $d$  qua  $M$  cắt các đoạn thẳng  $AD, BC$  lần lượt ở  $I, K$ . Chứng minh  $M$  là trung điểm của  $IK$ .

8. Cho góc  $xOy$  khác góc bẹt,  $Oz$  là tia phân, giác. Trên các tia  $Ox$ ,  $Oy$  lần lượt lấy các điểm  $A, B$  sao cho  $OA = OB$ .  $C$  là điểm trên tia  $Oz$ . Gọi  $D$  là giao điểm của  $AC$  và  $Oy$ ,  $E$  là giao điểm của  $BC$  và  $Ox$ . Chứng minh:

a)  $AC = BC$ .

b)  $\triangle BCD = \triangle ACE$

9. Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ . Kẻ tia phân giác  $AD$  của  $BAC$  ( $D$  thuộc  $BC$ ). Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = AB$ , trên tia  $AB$  lấy điểm  $F$  sao cho  $AF = AC$ , Chứng minh:

a)  $\triangle BDF = \triangle EDC$  b)  $BF = EC$ , c)  $AD \perp FC$ .

10. Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$ . Trên tia đối của tia  $AC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AC$ .

a) Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle ABD$ .

b) Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $M$ . Chứng minh  $\triangle MBD = \triangle MBC$ .

## HƯỚNG DẪN

1A. Học sinh tự vẽ hình.

1B. Học sinh tự vẽ hình.

2A. a)  $\triangle ABD = \triangle ACD$  (g.c.g)

b) Suy ra được  $FGE = HGE$ .

Vậy  $EFG = EHG$  (c.g.c).

2B.  $\triangle MPN = \triangle MQO$  (c.g.c)

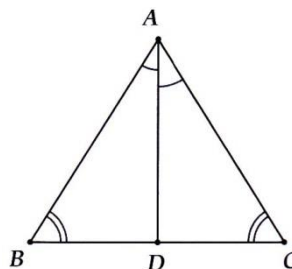
$\triangle PMO = \triangle QMN$  (c.g.c)

3A. a) Suy ra được  $ADB = ADC = 90^\circ$ .

Vậy  $\triangle ADB = \triangle ADC$  (g.c.g).

b)  $AB = AC$  (c.c.t.u)

3B. Kẻ phân giác góc  $A$ .

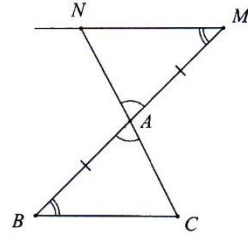


Tương tự 3A.

3C. a)  $\triangle ABC = \triangle AMN$  (g.c.g)

b) Từ câu a)  $AN = AC$  (c.c.t.u)

$\Rightarrow A$  là trung điểm  $NC$ .



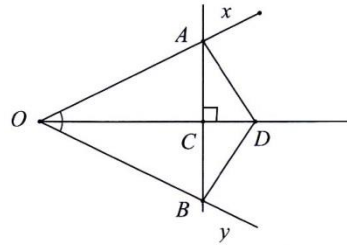
4A. a)  $\triangle OAC = \triangle OBC$  (g.c.g)

$\Rightarrow OA = OB$  (c.c.t.u).

b)  $\triangle MOD = \triangle BOD$  (c.g.c)

$\Rightarrow DA = DB$  (c.c.t.u).

$ODA = OBD$  (c.g.t.u).



4B. a)  $\left. \begin{array}{l} BE \perp Ax \\ CF \perp Ax \end{array} \right\} BE \parallel CF$  (Từ  $\perp \rightarrow \parallel$ )

b)  $\triangle BEM = \triangle CFM$  (g.c.g)

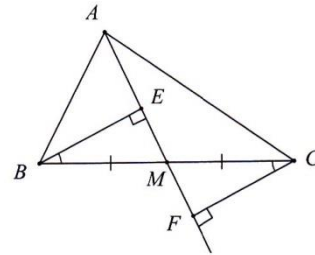
$\Rightarrow BE = CF$  (c.c.t.u)

Chứng minh được  $\triangle CME = \triangle BMF$

vậy  $CE = BF$

c) Nếu  $BE = CE$  thì  $\triangle BEM = \triangle CEM$

suy ra  $AM \perp BC$ . Khi đó ta có  $\triangle ABM = \triangle ACM$  và  $AB = AC$ . Lúc này cả E và F đều trùng nhau ở vị trí điểm M.



5. Học sinh tự giải

6. Tương tự 4A. học sinh tự CM.

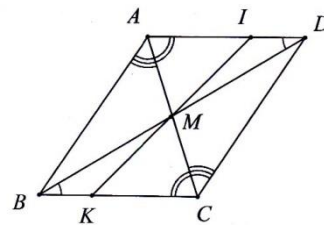
7.  $\triangle ABC = \triangle CDA$  (g.c.g)

b)  $\triangle ADM = \triangle CBM$  (g.c.g)

$\Rightarrow AM = CM$  (c.c.t.u)

c)  $\triangle DIM = \triangle BKM$  (g.c.g)

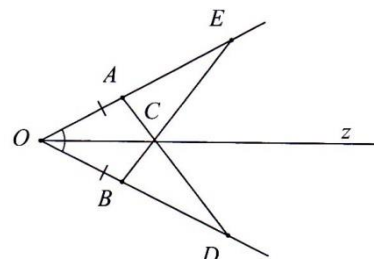
$\Rightarrow IM = MK \Rightarrow đpcm$ .



8. a)  $\triangle OAC = \triangle OBC$  (c.g.c)

$\Rightarrow AC = BC$  (c.c.t.u)

b)  $\triangle AEC = \triangle BDC$  (g.c.g)



9.  $\triangle ABD = \triangle AED$  (c.g.c)  $\Rightarrow BD = ED$

.  $\triangle AFD = \triangle ACD$  (c.g.c)  $\Rightarrow ED = CD$ .

Mà  $AF = AC; AB = AE$

$\Rightarrow AF - AB = AC - AE$  hay  $BF = CE$ .

Vậy  $\triangle BDF = \triangle EDC$  (c.c.c).

b) Đã có  $BF = EC$ .

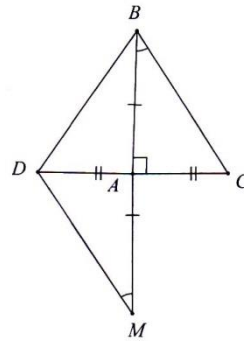
c) Gọi H là giao điểm của AD và FC.

Ta có  $\triangle AFH = \triangle ACH$  (c.g.c) nên

$\angle AHF = \angle AHC = 90^\circ \Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

10.  $\triangle ABC = \triangle ABD$  (c.g.c).

b)  $\triangle MBD = \triangle MBC$  (c.g.c).



## CHỦ ĐỀ 6. TAM GIÁC CÂN

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Tam giác cân

• Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

•  $\triangle ABC$  cân tại A:

-  $AB = AC$ .

- AB, AC là các cạnh bên; BC là cạnh đáy,

- B, C là các góc ở đáy; A là góc ở đỉnh.

• Một tam giác là tam giác cân nếu:

- Tam giác có hai cạnh bằng nhau.

- Tam giác có hai góc bằng nhau,

#### 2. Tam giác đều

• Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau,

• Trong tam. giác đều, mỗi góc bằng  $60^\circ$ .

• Một tam giác là tam giác đều nếu:

- Tam giác có ba cạnh bằng nhau,

- Tam giác có ba góc bằng nhau,

- Tam giác cân và có một góc bằng  $60^\circ$ .

### II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1. Nhận biết tam giác cân, tam giác đều

**Phương pháp giải:** Dựa và dấu hiệu nhận biết của tam giác cân, tam giác đều.

**1A.** Cho tam giác ABC có  $A = 80^\circ, B = 50^\circ$ . Chứng minh tam giác ABC cân.

**1B.** Cho tam giác ABC. Tia phân giác góc B cắt cạnh AC tại D. Qua D kẻ đường thẳng song song với BC, nó cắt cạnh AB tại E. Chứng minh tam giác EBD cân.

**2A.** Cho tam giác ABC cân tại A. Tia phân giác góc B cắt cạnh AC tại D, tia phân giác góc C cắt cạnh AB tại E. Chứng minh tam giác ADE cân.

**2B.** Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho  $BD = CE$ , Chứng minh tam giác ADE cân.

**3A.** Cho  $\angle xOy = 120^\circ$ , điểm A thuộc tia phân giác của góc  $\angle xOy$ . Kẻ  $AB \perp Ox$  ( $B \in Ox$ ) và  $AC \perp Oy$  ( $C \in Oy$ ). Tam giác ABC là tam giác gì? Tại sao?

**3B.** Cho  $\angle xOy = 60^\circ$ , điểm A thuộc tia phân giác của góc  $\angle xOy$ . Kẻ  $AB \perp Ox$  ( $B \in Ox$ ) và  $AC \perp Oy$  ( $C \in Oy$ ). Tam giác OBC là tam giác gì? Tại sao?

**Dạng 2. Vận dụng tính chất của tam giác cân, tam giác đều để tính số đo góc hoặc chứng minh các góc bằng nhau**

**Phương pháp giải:** Dựa vào tính chất về góc của tam giác cân, tam giác đều.

**4A.** Cho tam giác ABC cân tại A. Tính số đo các góc còn lại của tam giác ABC nếu biết:

a)  $A = 40^\circ$ ;                      b)  $B = 50^\circ$ ;                      c)  $C = 60^\circ$ .

**4B.** Cho tam giác ABC cân tại B. Gọi Bx là tia phân giác của góc ngoài tại đỉnh B. Chứng minh  $Bx \parallel AC$ .

**5A.** Cho tam giác ABD cân tại A có  $A = 40^\circ$ . Trên tia đối của tia DB lấy điểm C sao cho  $DC = DA$ . Tính số đo góc ACB.

**5B.** Cho tam giác ABC cân tại B có  $B = 80^\circ$ . Trên tia đối của tia CB lấy điểm M sao cho  $CM = CA$ . Tính số đo các góc  $\triangle AMB$ .

**6A.** Cho tam giác ABC có  $B = 50^\circ, C = 30^\circ$ . Trên cạnh BC lấy các điểm D, E sao cho  $BD = BA, CE = CA$ . Tính số đo góc DAE.

**6B.** Cho tam giác ABC có  $A = 100^\circ$ . Trên cạnh BC lấy các điểm D, E sao cho  $BD = BA, CE = CA$ . Tính số đo góc DAE

**Dạng 3. Vận dụng tính chất của tam giác cân, tam giác đều để chứng minh các đoạn thẳng bằng nhau**

**Phương pháp giải:** Dựa vào tính chất về cạnh của tam giác cân, tam. giác đều.

**7A.** Cho tam giác ABC cân tại A. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E sao cho  $AD = AE$ . Chứng minh  $BE = CD$ .



**7B.** Cho tam giác  $MON$  cân tại  $O$ . Gọi  $C, D$  theo thứ tự là trung điểm của  $OM, ON$ . Chứng minh  $CN = DM$ .

**8A.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $A = 36^\circ$ . Tia phân giác của góc  $B$  cắt cạnh  $AC$  tại  $D$ . Chứng minh  $DA = DB = BC$ .

**8B.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = 60^\circ, B = 40^\circ$ . Tia phân giác của góc  $C$  cắt cạnh  $AB$  tại  $K$ . Chứng minh  $KB = KC$ .

#### **Dạng 4. Một số bài tập tổng hợp**

**9A.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  ( $A < 90^\circ$ ). Kẻ  $BD$  vuông góc với  $AC$  tại  $D$ , kẻ  $CE$  vuông góc với  $AB$  tại  $E$ .

- Chứng minh tam giác  $ADE$  cân.
- Chứng minh  $DE // BC$ .
- Gọi  $I$  là giao điểm của  $BD$  và  $CE$ . Chứng minh  $IB = IC$
- Chứng minh.  $AI \perp BC$ .

**9B.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Trên tia đối của tia  $BA$  lấy điểm  $D$  trên tia đối của tia  $CA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BD = CE$ , Gọi  $I$  là giao điểm của  $BE$  và  $CD$ .

- Chứng minh  $IB = IC, ID = IE$ .
- Chứng minh  $DE // BC$ .
- Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh ba điểm  $A, M, I$  thẳng hàng.

#### **III. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**10.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Trên các cạnh  $AC, AB$  lần lượt lấy  $M, N$  sao cho  $AM = AN$ .

- Chứng minh  $ABM = ACN$
- Gọi  $O$  là giao điểm của  $BM$  và  $CN$ . Chứng minh tam giác  $OBC$  cân.

**11.** Cho tam giác  $ABC$  đều. Lấy các điểm  $D, E, F$  theo thứ tự thuộc các cạnh  $AB, BC, CA$  sao cho  $AD = BE = CF$ . Chứng minh:

- $\triangle ADF = \triangle BED$ .
- $\triangle DEF$  đều.

**12.** Cho tam giác  $ABC$ . Tia phân giác của góc  $B$  cắt  $AC$  ở  $D$ . Trên tia đối của tia  $BA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BE = BC$ . Chứng minh  $BD // EC$ .

**13.** Cho tam giác  $MAB$  cân tại  $M$ . Trên tia đối của tia  $MB$  lấy điểm  $C$  sao cho  $MC = MB$ . Tính số đo góc  $BAC$ .

**14.** Cho  $\Delta AMNP$  vuông tại M. Kẻ  $MK \perp NP$  ( $K \in NP$ ). Tia phân giác của góc PMK cắt NP tại I. Chứng minh  $NM = NI$ .

**15.** Cho tam giác ABC có  $AB < AC$ . Gọi Ax là tia phân giác góc A. Qua trung điểm M của BC kẻ đường thẳng vuông góc với Ax, cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D và E.

a) Chứng minh tam giác ADE cân.

b) Qua B kẻ đường thẳng song song với AC, cắt DE tại F. Chứng minh  $BD = BF$ .

c) Chứng minh  $BD = CE$ .

**16.** Cho tam giác ABC vuông tại A,  $B = 30^\circ$ . Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho  $AD = AC$ .

a) Tam giác BCD là tam giác gì? Tại sao?

b) Chứng minh  $BC = 2 AC$ .

## HƯỚNG DẪN

**1A.** Tính được  $C = 50^\circ$ , do đó tam giác ABC cân tại A.

**1B.** Chứng minh được  $EBD = DBC = EDB$ , từ đó tam giác EBD cân tại E.

**2A.** Chứng minh được  $\Delta ADB = \Delta AEC$  (g-c-g)  $\Rightarrow AD = AE$ , từ đó tam giác ADE cân tại A.

**2B.** Chứng minh được

$$\Delta ABD = \Delta ACE \text{ (c-g-c)} \Rightarrow AD = AE,$$

từ đó tam giác ADE cân tại A.

**3A.** Chứng minh được

$$\Delta OAB = \Delta OAC \text{ (c.g.c)}, \text{ suy ra}$$

$$AB = AC \text{ và } \angle OAB = \angle OAC.$$

Tính được  $\angle BAC = 60^\circ$  nên tam giác ABC đều.

**3B.** Chứng minh được

$$\Delta OAB = \Delta OAC \text{ (g.c.g)} \text{ suy ra}$$

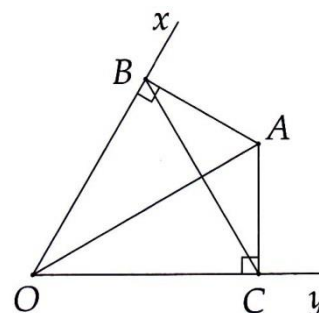
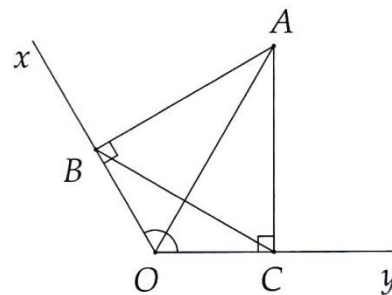
$$AB = AC \Rightarrow \text{ĐPCM.}$$

**4A.** a)  $B = C = 70^\circ$ .

b)  $C = 50^\circ; A = 80^\circ$

c)  $A = B = 60^\circ$ .

**4B.** Chứng minh được



$\angle B = \angle C \Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

**5A.** Tính được  $\angle ADB = 70^\circ$ , chú ý  $\triangle ADC$  cân tại D nên

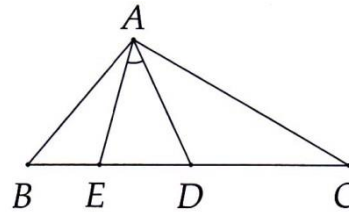
$$\angle ACB = \angle DAC = \frac{\angle ADB}{2} = 35^\circ$$

**5B.** Làm tương tự 5A, ta có  $\angle AMB = 25^\circ$  và  $\angle BAM = 75^\circ$

**6A.** Chú ý tam giác BAD cân tại B, tam giác CAE cân tại C, tính được

$$\angle BAD = \angle ADB = 60^\circ; \angle EAC = \angle AEC = 75^\circ,$$

từ đó  $\angle DAE = 40^\circ$ .



**6B.** Chứng minh được

$$\angle ADB = \frac{180^\circ - B}{2}, \angle AEC = \frac{180^\circ - C}{2}$$

$$\text{Suy ra } \angle DAE = \frac{B + C}{2} = \frac{180^\circ - A}{2} = 40^\circ$$

**7A.** Chứng minh được  $\triangle ADC = \triangle AEB$  (c-g-c)  $\Rightarrow BE = CD$ .

**7B.** Tương tự 7A.

**8A.** Tính được  $\angle DBA = 36^\circ, \angle BDC = \angle BCD = 72^\circ$ . Từ đó tam giác DAB cân tại D, tam giác BDC cân tại B  $\Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

**8B.** Chứng minh được  $\angle KCB = \angle KBC = 40^\circ \Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

**9A.** Chứng minh  $\triangle ABD = \triangle ACE$  (c.g.c)  $\Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

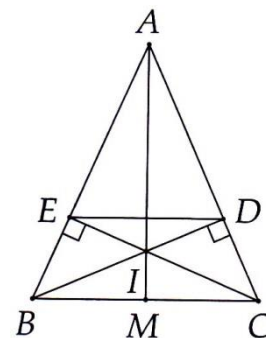
b) Chứng minh được

$$\angle ADE = \angle ACB = \frac{180^\circ - \angle BAC}{2} \Rightarrow DE \parallel BC$$

c) Chứng minh được  $\angle IBC = \angle ICB \Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

d) Gọi M là giao điểm của AI và BC,

chứng minh được AI là tia phân giác của góc  $\angle BAC$ ,



từ đó  $\angle AMB = 90^\circ \Rightarrow \triangle PCM$

**9B. a)** Chứng minh được  $\triangle ADE$  cân, từ đó

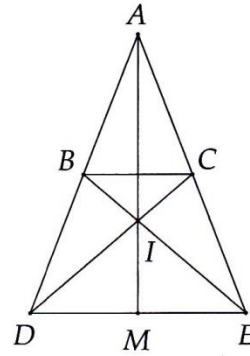
$$\triangle BDE = \triangle CED \text{ (c-g-c)}$$

$$\Rightarrow \angle IBC = \angle ICB \Rightarrow IB = IC.$$

b) Chú ý  $\angle ABC = \angle ADE$ .

c) Chứng minh được  $AI, AM$  cùng là

phân giác của  $\angle BAC \Rightarrow \triangle PCM$



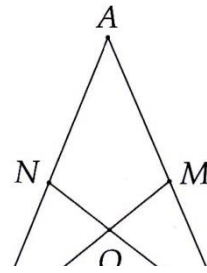
**10. a)** Chứng minh được

$$\triangle AMB = \triangle ANC \text{ (c-g-c)}$$

$$\Rightarrow \angle ABM = \angle ACN.$$

b) Dùng kết quả câu a, với chú ý rằng

$$\angle ABC = \angle ACB \text{ suy ra } \angle OBC = \angle OCB \Rightarrow \triangle PCM.$$



**11. a)** Chứng minh được  $AF = BD$ , với

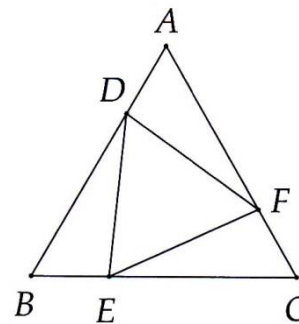
chú ý  $\angle A = \angle B = 60^\circ$

$$\triangle ADF = \triangle BED \text{ (c-g-c)}.$$

b) Từ kết quả câu a, ta có  $DE = DF$ ,

chứng minh tương tự cũng có

$$FD = FE \Rightarrow \triangle PCM$$



**12.** Chú ý  $\triangle BEC$  cân tại B, từ đó chứng

$$\text{minh được } \angle ABD = \angle AEC = \frac{\angle ABC}{2} \Rightarrow \triangle PCM$$

**13.** Chú ý các tam giác MAB, MAC cân, ta có

$$\angle MCA + \angle MBA = \angle MAC + \angle MAB = \angle BAC \Rightarrow \angle BAC = 90^\circ.$$

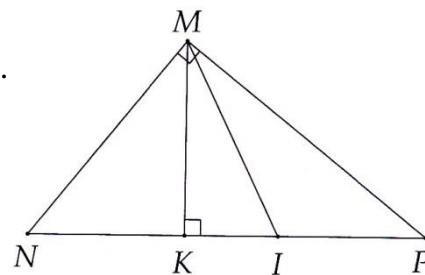
**14.** Chú ý rằng

$$\angle NMI = 90^\circ - \angle IMP,$$

$$\angle NIM = 90^\circ - \angle IMK \text{ và}$$

$$\angle IMK = \angle IMP \Rightarrow \angle NMI = \angle NIM$$

$$\Rightarrow \triangle PCM.$$



15. a) Chứng minh được

$ADE = AED$  nên tam giác ADE cân tại A.

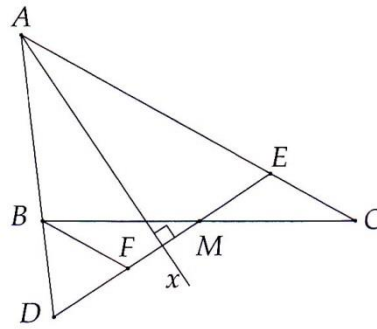
b) Dùng kết quả câu a, chứng minh

được  $BDF = BFD \Rightarrow BD = BF$

c) Dùng kết quả câu b, với chú ý rằng

$\triangle BMF = \triangle CME$  (g-c-g)

$\Rightarrow CE = BF = BD$ .



16. a) Chứng minh được  $\triangle ABC = \triangle A.BD$  (c-g-c), từ đó suy ra được tam giác BCD đều,

b) Dùng kết quả câu a, ta có  $BC = CD = 2AC$

## CHỦ ĐỀ 7. ĐỊNH LÝ PY-TA-GO

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Định lý Py-ta-go

Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.

$\triangle ABC$  vuông tại A  $\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$

#### 2. Định lý py-ta-go đảo

Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

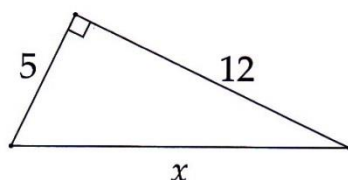
$\triangle ABC$  có  $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$

### II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

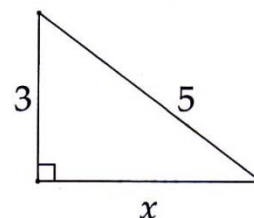
#### Dạng 1. Tính độ dài một cạnh của tam giác vuông

**Phương pháp giải:** Sử dụng định lý Py-ta-go.

1A. Tính độ dài x trong mỗi hình vẽ sau:

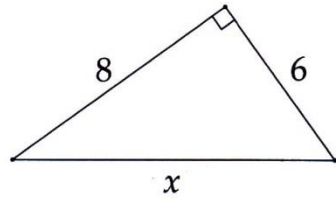


Hình 1

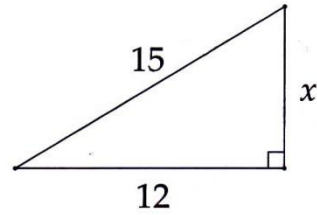


Hình 2

**1B.** Tính độ dài  $x$  trong mỗi hình vẽ sau:



Hình 1



Hình 2

**2A.** Một tam giác vuông có độ dài các cạnh góc vuông tỉ lệ với 5 và 12, chu vi bằng 30 cm. Tính độ dài cạnh huyền.

**2B.** Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 20 cm, độ dài các cạnh góc vuông tỉ lệ với 3 và 4. Tính độ dài các cạnh góc vuông.

**3A.** Cho tam giác ABC nhọn. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Biết rằng  $AB = 13\text{cm}$ ,  $AH = 12\text{cm}$ ,  $HC = 16\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh AC, BC.

**3B.** Cho tam. giác ABC nhọn. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Biết rằng  $AC = 20\text{ cm}$ ,  $AH = 12\text{ cm.}$ ,  $BH = 5\text{ cm}$ . Tính chu vi của tam giác ABC.

## Dạng 2. Sử dụng định lý Py-ta-go đảo để nhận biết tam giác vuông

### Phương pháp giải:

- Tính bình phương các độ dài ba cạnh của tam giác.
- So sánh, bình phương của cạnh lớn nhất với tổng các bình phương của hai cạnh còn lại.
- Nếu hai kết quả bằng nhau thì tam giác đó là tam giác vuông, cạnh lớn nhất là cạnh huyền.

**4A.** Tam giác nào là tam giác vuông trong các tam giác có độ dài ba cạnh như sau:

- a) 9cm, 15cm, 12cm;
- b) 5dm, 13dm, 12dm;
- c) 7m, 7m, 10m.

**4B.** Cho tam giác ABC có  $AB = 3\text{ cm}$ ,  $AC = 4\text{ cm}$ ,  $BC = 5\text{ cm}$ . Chứng minh  $BAC = 90^\circ$ .

## III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**5.** Tính độ dài cạnh góc vuông của một tam giác vuông biết cạnh huyền bằng 26 cm, cạnh góc vuông kia bằng 24 cm.

6. Tính độ dài đường chéo của một mặt bàn hình chữ nhật có chiều dài 8 dm, chiều rộng 6 dm

7. Một tam giác vuông có độ dài các cạnh góc vuông tỉ lệ với 3 và 4, chu vi bằng 24 cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác vuông.

8. Tính độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông cân có độ dài cạnh huyền bằng:

- a) 2 cm;                      b)  $\sqrt{2}$  cm.

9. Cho tam giác ABC có  $\angle BAC > 90^\circ$ . Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Biết  $AB = 15$  cm;  $AC = 41$  cm,  $BH = 12$  cm. Tính độ dài cạnh HC.

10. Cho tam giác ABC nhọn, cân tại A. Kẻ BH vuông góc với AC tại H. Tính độ dài cạnh BC biết

- a)  $HA = 7$  cm,  $HC = 2$  cm.                      b)  $AB = 5$  cm,  $HA = 4$  cm.

11. Cho tam giác ABC cân tại A có  $AB = 10$  cm,  $BC = 12$  cm. Gọi M là trung điểm của BC. Tính độ dài AM.

12. Tam giác nào là tam giác vuông trong các tam giác có độ dài ba cạnh như sau:

- a) 6cm, 10cm, 8cm;  
b) 10dm, 24dm, 26dm;  
c) 3m, 3m, 5m

## HƯỚNG DẪN

**1A.** Sử dụng định lý Py-ta-go

Hình 1:  $x^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow x = 13$ .

Hình 2:  $x^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow x = 4$ .

**1B.** Làm tương tự 1A

Hình 1:  $x = 10$ .                      Hình 2:  $x = 9$ .

**2A.** Gọi độ dài các cạnh góc vuông của tam giác lần lượt là  $5k$  và  $12k$  với  $k > 0$ . Dùng định lý Py-ta-go tính được độ dài cạnh huyền là  $13k$ , do đó

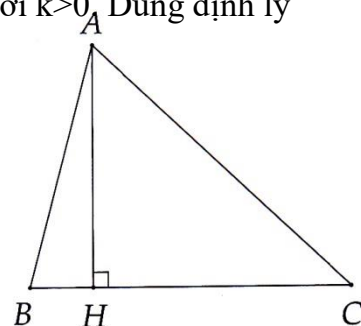
$$5k + 12k + 13k = 30 \Rightarrow k = 1.$$

Từ đó độ dài cạnh huyền là 13 cm.

**2B.** Gọi độ dài các cạnh góc vuông của tam giác lần lượt là  $3k$  và  $4k$  với  $k > 0$ . Dùng định lý Py-ta-go tính được độ dài cạnh huyền là  $5k$ , do đó  $5k = 20$

$$\Rightarrow k = 4.$$

Từ đó độ dài các cạnh góc vuông lần lượt là 12 cm và 16 cm.



**3A.** Dùng định lý Py-ta-go, ta có

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow AC = 20 \text{ cm.}$$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow BH = 5 \text{ cm.}$$

$$\text{Từ đó } BC = HB + HC = 21 \text{ cm.}$$

**3B.** Làm tương tự 3A, ta có

$$AB = 13 \text{ cm, } BC = 21 \text{ cm.}$$

Từ đó, chu vi của tam giác ABC là 54 cm.

**4A.** a)  $15^2 = 9^2 + 12^2$  nên tam giác vuông.

b)  $13^2 = 5^2 + 12^2$  nên tam giác vuông.

c)  $10^2 \neq 7^2 + 7^2$  nên tam giác không vuông.

**4B.** Kiểm tra được  $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$ .

**5.** Gọi độ dài cạnh góc vuông cần tính là x, ta có  $x^2 + 24^2 = 26^2 \Rightarrow x = 10 \text{ cm.}$

**6.** Độ dài đường chéo cần tính là  $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ cm.}$

**7.** Làm tương tự **2A**, tìm được độ dài các cạnh của tam giác lần lượt là:

6 cm, 8 cm, 10 cm.

**8.** Gọi độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông cân là x, dùng định lý Py-ta-go ta có

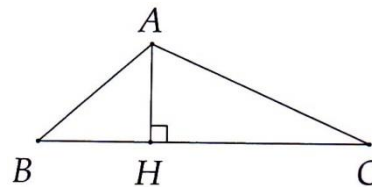
$$\text{a) } x^2 + x^2 = 2^2 \Rightarrow x = \sqrt{2} \text{ cm.}$$

$$\text{b) } x^2 + x^2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow x = 1 \text{ cm.}$$

**9.** Dùng định lý Py-ta-go, ta có

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AH = 9 \text{ cm.}$$

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow HC = 40 \text{ cm.}$$



**10.**  $AB = AC = HB + HC = 9 \text{ cm}$

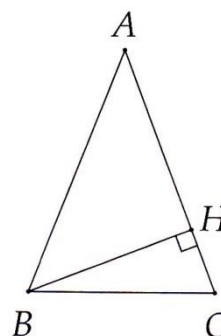
Dùng định lý Py-ta-go ta có

$$BC^2 = BH^2 + HC^2$$

$$= AB^2 - AH^2 + HC^2$$

Từ đó  $BC = 6 \text{ cm.}$

b) Tương tự câu a, tính được





$$HC = 1 \text{ cm} \Rightarrow BC = \sqrt{10} \text{ cm.}$$

**11.** Chứng minh được

$$\Delta AMB = \Delta AMC \text{ (c-c-c)} \Rightarrow \angle AMB = 90^\circ.$$

Từ đó tính được  $AM = 8 \text{ cm}$ .

**12.**  $10^2 = 6^2 + 8^2$  nên tam giác vuông.

b)  $26^2 = 10^2 + 24^2$  nên tam giác vuông.

c)  $5^2 \neq 3^2 + 3^2$  nên tam giác không vuông

## **CHỦ ĐỀ 8. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG**

### **I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

• Ngoài các trường hợp bằng nhau đã biết của hai tam giác vuông, còn có trường hợp bằng nhau theo cạnh huyền - cạnh góc vuông.

• Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

### **II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

#### **Dạng 1. Chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau**

##### ***Phương pháp giải:***

- Xét hai tam giác vuông.
- Kiểm tra các điều kiện bằng nhau của hai tam giác vuông (ưu tiên nhìn cạnh trước).
- Kết luận hai tam giác bằng nhau.

**1A.** Cho tam giác ABC cân tại A. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa A lần lượt vẽ các tia Bx, Cy sao cho  $Bx \perp BA$  và  $Cy \perp CA$ . Gọi D là giao điểm của các tia Bx và Cy. Chứng minh  $\Delta ABD = \Delta ACD$ .

**1B.** Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ AH vuông góc với BC ( $H \in BC$ ). Chứng minh  $\Delta AHB = \Delta AHC$ .

**2A.** Cho góc xOy. Tia Oz là tia phân giác góc xOy. Lấy điểm A thuộc tia Oz ( $A \neq O$ ). Kẻ AB vuông góc với Ox, AC vuông góc với Oy ( $B \in Ox, C \in Oy$ ). Chứng minh  $\Delta OAB = \Delta OAC$ .

**2B.** Cho tam giác ABC. Tia phân giác góc BAC cắt cạnh BC tại điểm D. Kẻ DM, vuông góc với AB, DN vuông góc với AC ( $M \in AB, N \in AC$ ). Chứng minh  $\Delta ADM = \Delta ADN$ .



c) Kẻ  $DH \perp MC$  ( $H \in MC$ ) và  $AK \perp ME$  ( $K \in ME$ ). Gọi  $N$  là giao điểm của hai tia  $DH$  và  $AK$ . Chứng minh  $MN$  là tia phân giác góc  $HMK$ .

d) Chứng minh ba điểm  $B, M, N$  thẳng hàng.

**8.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Trên tia đối của tia  $BC$  lấy điểm  $M$ , trên tia đối của tia  $CB$  lấy điểm  $N$  sao cho  $BM = CN$ .

a) Chứng minh tam giác  $AMN$  cân.

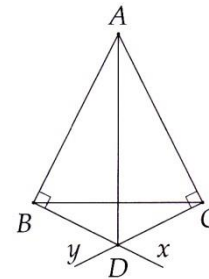
b) Kẻ  $BE \perp AM$  ( $E \in AM$ ),  $CF \perp AN$  ( $F \in AN$ ). Chứng minh  $\triangle BME = \triangle CNF$ .

c)  $EB$  và  $FC$  kéo dài cắt nhau tại  $O$ . Chứng minh  $AO$  là tia phân giác của góc  $MAN$ .

d) Qua  $M$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $AM$ , qua  $N$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $AN$ , chúng cắt nhau ở  $H$ . Chứng minh ba điểm  $A, O, H$  thẳng hàng.

## HƯỚNG DẪN

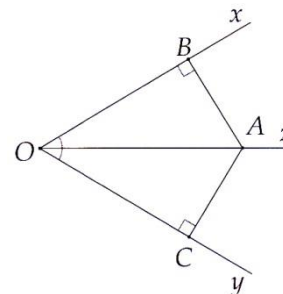
**1A.** Do tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  nên  $AB = AC$ , từ đó  $\triangle ABD = \triangle ACD$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông).



**1B.** Làm tương tự **1A**, chứng minh được  $\triangle AHB = \triangle AHC$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

**2A.** Do  $Oz$  là tia phân giác  $xOy$  nên

$\angle AOB = \angle AOC$ , từ đó  $\triangle OAB = \triangle OAC$  (cạnh huyền - góc nhọn).



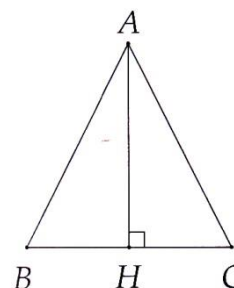
**2B.** Làm tương tự **2A**, chứng minh được  $\triangle ADM = \triangle ADN$  (cạnh huyền - góc nhọn).

**3A.** Chứng minh được  $\triangle OAM = \triangle OMB$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

từ đó  $\Rightarrow \triangle PCM$ .

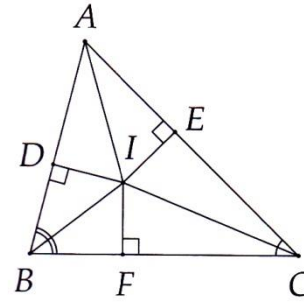
**3B.** Chứng minh được  $\triangle AHB = \triangle AHC$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

từ đó  $\Rightarrow \triangle PCM$ .



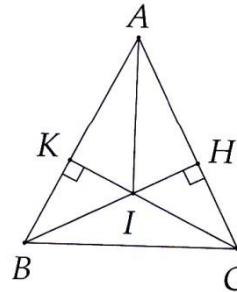
**4A. a)** Chứng minh được  $\triangle BID = \triangle BIF$  và  $\triangle CIE = \triangle CIF$  (cạnh huyền - cạnh góc nhọn), từ đó  $ID = IF = IE$ .

b) Từ kết quả câu a) chứng minh được  $\triangle AID = \triangle AIE$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)  $\Rightarrow$  ĐPCM.



**4B. a)** Chú ý  $AB = AC$ , từ đó chứng minh được  $\triangle AHB = \triangle AKC$  (cạnh huyền - góc nhọn)  $\Rightarrow AH = AK$

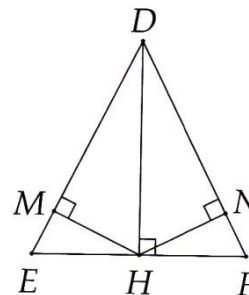
b) Từ kết quả câu a) chứng minh được  $\triangle AIK = \triangle AIH$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)  $\Rightarrow$  ĐPCM.



**5.** Ta có  $\triangle DHE = \triangle DHF$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông).

b) Từ kết quả câu a)  $HDE = HDF$  (góc tương ứng).

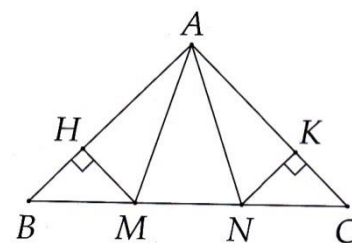
c) Từ kết quả câu b) chứng minh được  $\triangle DHM = \triangle DHN$  (cạnh huyền - góc nhọn), từ đó  $HM = HN$ .



**6. a)** Chú ý  $HBM = KCN$ , ta có  $\triangle MHB = \triangle NKC$  (cạnh huyền - góc nhọn)

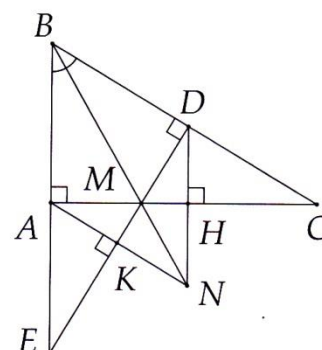
b) Từ kết quả câu a) ta có  $BH = CK$ , mà  $AB = AC$  suy ra  $AH = AK$ .

c) Chú ý  $MH = NK \Rightarrow \triangle AHM = \triangle AKN$  (c-g-c) suy ra  $AM = AN$  (ĐPCM).



**7.** Ta có  $\triangle BMA = \triangle BMD$  (cạnh huyền - góc nhọn), từ đó  $BA = BD$ .

b) Từ kết quả câu a) chứng minh được  $\triangle ABC = \triangle DBE$  (g-c-g).



c) Chú ý  $MA = MD$ , từ đó  $\triangle MAK = \triangle MDH$

(cạnh huyền - góc nhọn)  $\Rightarrow MK = MH$

Do đó  $\triangle MKN = \triangle MHN$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

$KMN = HMN \Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

d) Chứng minh được  $AMB = \frac{AMD}{2} = \frac{KMH}{2} = HMN$

Do đó  $AMB + AMN = HMN + AMN = 180^\circ \Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

## 8. Chứng minh được

$\triangle ABM = \triangle ACN$  (c-g-c)  $\Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

b) Từ kết quả câu a) chứng minh được

$\triangle BME = \triangle CNF$  (cạnh huyền - góc nhọn).

c) Từ kết quả câu b) ta có

$ME = NF$ , mà  $AM = AN$  (do  $\triangle AMN$ )

$\Rightarrow AE = AF$ .

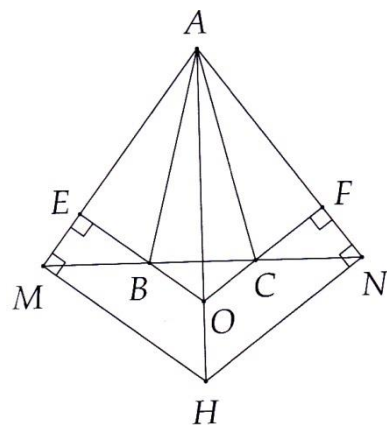
Bởi vậy  $\triangle AEO = \triangle AFO$  (c.h-c.g.v)  $\Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

e) Chứng minh được  $\triangle AMH = \triangle ANH$

f) (cạnh huyền - cạnh góc vuông), từ đó suy ra

g)  $AH$  là phân giác góc  $MAN$ .

Mặt khác  $AO$  là phân giác góc  $MAN$  nên  $AH$  và  $AO$  trùng nhau hay  $A, O, H$  thẳng hàng.



## ÔN TẬP CHUYÊN ĐỀ II

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem lại *Tóm tắt lý thuyết* từ **Bài 1** đến **Bài 8**.

### II. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

**1A.** Cho tam giác ABC, gọi M là trung điểm cạnh BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho  $MD = MA$ .

a) Chứng minh  $AB = CD$  và  $AB \parallel CD$ .

b) Chứng minh  $BD \parallel AC$ .

c) Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle DCB$ .

d) Trên các đoạn thẳng AB, CD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho  $AE = DF$ . Chứng minh, ba điểm E, M, F thẳng hàng.

**1B.** Cho tam giác ABC vuông tại A có  $B = 55^\circ$ . Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B, vẽ tia Cx vuông góc với AC. Trên tia Cx lấy điểm D sao cho  $CD = AB$ .

a) Tính số đo  $\angle ACB$

b) Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle CDA$  và  $AD \parallel BC$ .

c) Kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ ) và  $CK \perp AD$  ( $K \in AD$ ). Chứng minh  $BH = DK$ .

d) Gọi I là trung điểm của AC. Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng và 3 đường thẳng AC, HK, BD cùng gặp nhau ở I.

**2A.** Cho  $\triangle AMN$  cân tại A. Trên cạnh đáy MN lấy hai điểm B và C sao cho  $MB = NC$ .

a) Chứng minh  $\triangle ABC$  cân.

b) Vẽ MH vuông góc với đường AB. Vẽ NK vuông góc với đường AC. Chứng minh  $\triangle MBH = \triangle NCK$ .

c) Các đường thẳng HM và KN cắt nhau tại O. Tam giác OMN là tam giác gì? Tại sao?

d) Khi  $\angle BAC = 60^\circ$  và  $BM = CN = BC$ , tính số đo các góc của tam giác AMN và xác định dạng của tam giác OBC

e) Kẻ  $AD \perp BC$  ( $D \in BC$ ), biết rằng  $AB = 10$  cm,  $BC = 16$  cm. Tính độ dài AD.

**2B.** Cho góc xOy bằng  $100^\circ$ , tia Oz là tia phân giác góc xOy. Lấy điểm H thuộc tia Oz, đường thẳng vuông góc với OH tại H cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại A, B.

a) Chứng minh  $HA = HB$ ,  $OA = OB$ .

b) Tính số đo các góc của tam giác OAB.

c) Trên tia Oz lấy điểm C sao cho  $\angle HBC = 60^\circ$ . Chứng minh tam giác ABC đều.

d) Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho  $BE = BO$ . Chứng minh  $AB = OE$ .

e) Cho  $AH = 1$  cm. Tính độ dài  $HC$ .

## II. BÀI TẬP VỀ NHÀ

3. Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ). Gọi  $D$  là trung điểm của  $BC$ . Trên tia đối của tia  $DA$  lấy điểm  $M$  sao cho  $DM = DA$ .

a) Chứng minh  $AC = BM$  và  $AC \parallel BM$ .

b) Chứng minh  $\triangle ABM = \triangle MCA$ .

c) Kẻ  $AH \perp BC$ ,  $MK \perp BC$  ( $H, K \in BC$ ). Chứng minh  $BK = CH$ .

d) Chứng minh  $HM \parallel AK$ .

4. Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $D$  là trung điểm của  $AB$ ,  $E$  là trung điểm của  $BC$ . Trên tia đối của tia  $DE$  lấy điểm  $K$  sao cho  $DK = DE$ .

a) Chứng minh  $\triangle BDE = \triangle ADK$  và  $AK \parallel BC$ .

b) Chứng minh  $\triangle AKE = \triangle ECA$ .

c) Cho  $A = 65^\circ$ ,  $C = 55^\circ$ . Tính số đo các góc của  $\triangle DAK$ .

d) Gọi  $I$  là trung điểm của  $AE$ . Chứng minh  $I$  là trung điểm của  $CK$ .

5. Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Tia phân giác góc  $BAC$  cắt cạnh  $BC$  tại  $M$

a) Chứng minh  $\triangle AMB = \triangle AMC$ .

b) Kẻ  $ME \perp AB$  ( $E \in AB$ ),  $MF \perp AC$  ( $F \in AC$ ). Chứng minh tam giác  $AEF$  cân.

c) Chứng minh  $AM \perp EF$ .

d) Qua  $B$  kẻ đường thẳng song song với  $AC$  cắt đường thẳng  $FM$  tại  $I$  Chứng minh  $BE =$

$BI$

6. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $ACB = 30^\circ$ . Tia phân giác của góc  $ABC$  cắt cạnh  $AC$  tại  $M$ . Lấy điểm  $K$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BK = BA$ .

a) Chứng minh  $\triangle ABM = \triangle KBM$ .

b) Gọi  $E$  là giao điểm của các đường thẳng  $AB$  và  $KM$ . Chứng minh tam giác  $MEC$  cân.

c) Chứng minh tam giác  $BEC$  đều.

d) Kẻ  $AH \perp EM$ . ( $H \in EM$ ). Các đường thẳng  $AH$  và  $EC$  cắt nhau tại  $N$ . Chứng minh  $KN \perp AC$ .

7. Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Lấy điểm  $D$  thuộc cạnh  $AB$ ,  $E$  thuộc cạnh  $AC$  sao cho  $AD = AE$ .

a) Chứng minh  $BE = CD$ .

b) Gọi  $K$  là giao điểm của  $BE$  và  $CD$ . Chứng minh tam giác  $KBC$  cân.

c) Chứng minh  $AK$  là tia phân giác góc  $A$ .

d) Kéo dài  $AK$  cắt  $BC$  tại  $H$ . Cho  $AB = 5$  cm,  $BC = 6$  cm. Tính độ dài  $AH$ .

8. Cho tam giác ABC có  $B = 60^\circ$ ,  $AB = 2$  cm,  $BC = 5$  cm. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho  $BA = BD$ .

- Chứng minh tam giác ABD đều.
- Gọi H là trung điểm của BD. Chứng minh  $AH \perp BC$ .
- Tính độ dài cạnh AC.
- So sánh  $\angle BAC$  với  $90^\circ$ .

## HƯỚNG DẪN

1A. a) Chứng minh được

$\triangle MAB = \triangle MDC$  (c-g-c). Từ kết quả đó ta có  $AB = CD$  và

$$\angle MAB = \angle MDC \Rightarrow AB \parallel CD.$$

b) Tương tự câu a) Chứng minh

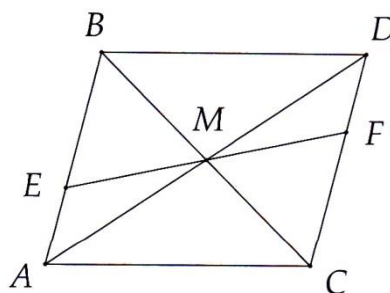
$$\triangle BMD = \triangle CMA$$

c) Dùng kết quả trên chứng minh được  $\triangle ABC = \triangle DCB$  (c-g-c).

d) Chứng minh được  $\triangle AEM = \triangle DFM$  (c-g-c), từ đó ta có

$$\angle AME = \angle DMF \text{ mà } \angle DMF + \angle AMF = 180^\circ \Rightarrow \angle AME + \angle AMF = 180^\circ$$

$\Rightarrow \text{ĐPCM}$



1B. a)  $\angle ACB = 35^\circ$

b) chứng minh được

$$\triangle ABC = \triangle CDA \text{ (c - g - c)}$$

$\Rightarrow \angle ACB = \angle CAD$ , từ đó  $AD \parallel BC$ .

c) Từ kết quả câu b) chứng minh được

$$\triangle AHB = \triangle CKD \text{ (cạnh huyền - góc nhọn)}$$

$\Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

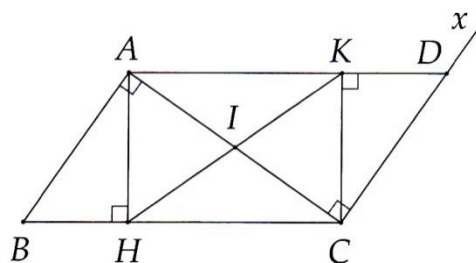
d) Chứng minh được  $AH \parallel CK$  chú ý  $AH = CK$ , từ đó

$$\triangle IAH = \triangle ICK \text{ (c-g-c)} \Rightarrow \angle AIH = \angle CIK$$

$\Rightarrow \angle AIH = \angle CIK = 180^\circ \Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

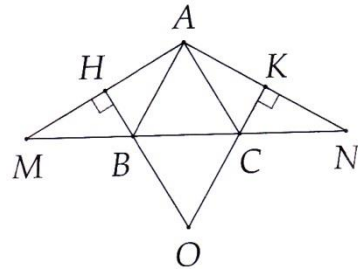
Tương tự với  $\triangle ABI$  và  $\triangle CDI$  suy ra B, I, D cũng thẳng hàng  $\Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

2A. a) Ta có  $\triangle ABM = \triangle CAN$  (c-g-c)  $\Rightarrow \text{ĐPCM}$ .





b) Dùng kết quả câu a) chứng minh, được  $\triangle BHM = \triangle CKN$  (cạnh huyền - góc nhọn).



c) Từ kết quả câu b) ta có  $HBM = KCN$ , từ đó chứng minh được

$OBC = OCB$  nên tam giác  $OBC$  cân tại  $O$ .

d) Chú ý các tam giác  $ABM, CAN$  cân và tam giác  $ABC$  đều, từ đó tính được

$$\angle AMN = \angle ANM = 30^\circ; \angle MAN = 120^\circ$$

Cũng có  $OBC = 60^\circ$  nên tam giác

$OBC$  là tam giác đều.

e) Chứng minh được  $DB = DC = 8$ , từ đó dùng định lý Py- ta-go tính được  $AD = 6$  cm.

**2B.** Chứng minh được

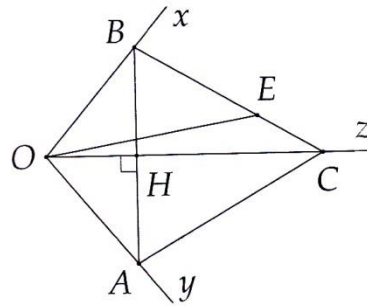
$$\triangle OHA = \triangle OHB \text{ (g-c-g)}$$

$\Rightarrow \triangle PCM$ .

b)  $\angle OAB = \angle OBA = 40^\circ; \angle AOB = 100^\circ$ .

c) Dùng kết quả câu a) chứng minh được  $CA = CB$ , chú ý

$$\angle HBC = 60^\circ \Rightarrow \triangle PCM.$$



d) Tính được  $\angle OBE = 100^\circ$ , từ đó  $\triangle BOE = \triangle OBA$  (c-g-c).

$\Rightarrow AB = OE$ .

e) Ta có  $AC = AB = 2AH = 2$  cm, dùng định lý Py- ta-go tính được

$$HC = \sqrt{3} \text{ cm.}$$

**3. a)** Chứng minh được

$$\triangle ADC = \triangle MDB \text{ (c.g.c). Từ kết đó}$$

ta có  $AC = BM$  và  $\angle DAC = \angle DMB$

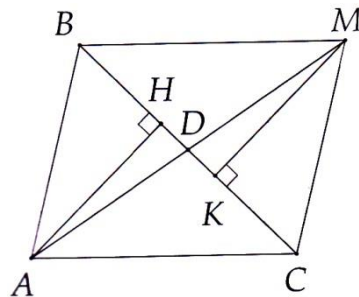
$\Rightarrow AC \parallel BM$

b)  $\triangle ABM = \triangle MCA$  (c-g-c).

c) Chứng minh được

$$\triangle BKM = \triangle CHA \text{ (cạnh huyền - góc nhọn)}$$

$\Rightarrow \triangle PCM$ .



d) Chú ý  $\triangle HDM = \triangle KDA \Rightarrow \text{ĐPCM}$

4.  $\triangle BDE = \triangle ADK$  (c-g-c).

Chú ý  $\angle DAK = \angle DBE \Rightarrow AK \parallel BC$ .

b) Chú ý  $AK = EB = EC$ , từ đó

$\triangle AKE = \triangle ECA$  (c.g.c).

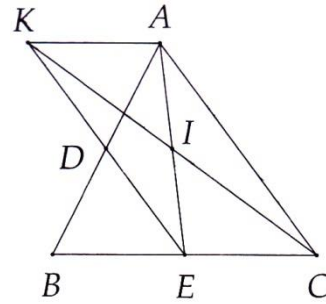
c) Từ kết quả câu b) chứng minh được  $DE \parallel AC$ , do đó tính được

$\angle DBE = 60^\circ, \angle BDE = 65^\circ, \angle BED = 55^\circ$ .

Suy ra các góc của  $\triangle DAK$ .

d) Chứng minh được  $\triangle AIK = \triangle EIC$  (c-g-c)  $\Rightarrow IK = IC$ .

Cũng có  $\angle AIK = \angle EIC \Rightarrow \angle AIK + \angle AIC = 180^\circ$ , từ đó ba điểm K, I, C thẳng hàng  $\Rightarrow \text{ĐPCM}$ .



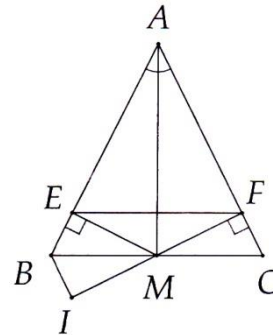
5. a)  $\triangle AMB = \triangle AMC$  (c-g-c)

b) Ta có  $\triangle AME = \triangle AMF$  (cạnh huyền góc nhọn) từ đó  $AE = AF \Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

c) Ta có  $\angle AEF = \angle ABC = \frac{180^\circ - \angle BAC}{2}$

từ đó  $EF \parallel BC$ , mà  $AM \perp BC$ .

$\Rightarrow \text{ĐPCM}$ .



d) Chú ý  $\angle BIM = 90^\circ, \angle EBM = \angle FCM = \angle IBM$

chứng minh được  $\triangle BEM = \triangle BIM$

(cạnh huyền - góc nhọn)  $\Rightarrow \text{ĐPCM}$

6. a)  $\triangle ABM = \triangle KBM$  (c-g-c).

b) Từ kết quả câu a) ta có

$\angle MKB = \angle MAB = 90^\circ, MA = MK$ .

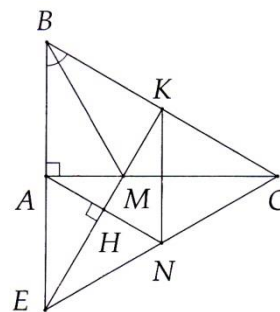
Bởi vậy  $\triangle MAE = \triangle MKC$  (cạnh huyền - góc nhọn)  $\Rightarrow \text{ĐPCM}$ .

c) Từ a) và b) suy ra

$BE = BA + AE = BK + KC = BC$ .

Lại có  $\angle EBC = 60^\circ = \angle ABEC$  đều

d) Chứng minh được  $AE = KC = \frac{EC}{2}$



chú ý  $AN \parallel BC \Rightarrow \triangle AEN$  đều  $\Rightarrow NE = AE = \frac{AE}{2} \Rightarrow CN = CK$ , mà  $\angle KCN = 60^\circ$

$\Rightarrow \Delta CKN$  đều  $\Rightarrow CKN = CBE = 60^\circ \Rightarrow KN \parallel AE \Rightarrow ĐPCM$ .

7. a) Chứng minh được

$$\Delta AEB = \Delta ADC \text{ (c-g-c)} \Rightarrow BE = CD.$$

b) Từ kết quả câu a) ta có

$$ABE = ACD, \text{ mà } ABC = ACB \text{ nên}$$

$$KBC = KCB \Rightarrow ĐPCM.$$

c) Từ kết quả câu b) ta có  $KB = KC$ .

$$\text{Từ đó } \Delta AKB = \Delta AKC \text{ (c-c-c)}$$

$\Rightarrow ĐPCM$ .

d) Chứng minh được  $AH \perp BC$ ,

$HB = HC = 3\text{cm}$ , từ đó dùng định lý

Py-ta-go tính được  $AH = 4\text{ cm}$ .

8. a) Do  $B = 60^\circ$ ,  $BA = BD$  nên tam giác  $ABD$  đều.

b) Chứng minh được  $\Delta AHB = \Delta AHD$  (c-c-c)

$\Rightarrow ĐPCM$ .

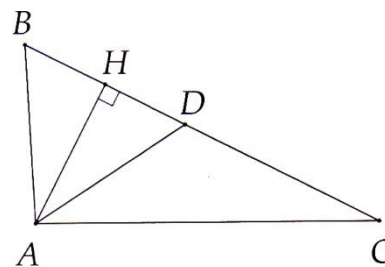
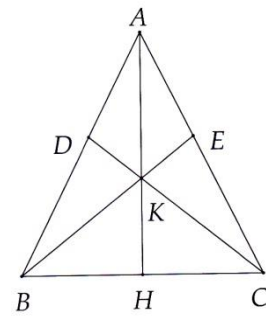
c) Chú ý  $BD = AB$  nên tính được

$$HB = HD = 1\text{ cm} \Rightarrow HC = 4\text{ cm},$$

$$AH = \sqrt{3}\text{ cm}. \text{ Dùng định lý Py- ta-go}$$

$$\text{tính được } AC = \sqrt{19}\text{ cm}.$$

d) Ta có  $AB^2 + AC^2 = 23$ ,  $BC^2 = 25$ , từ đó tam giác  $ABC$  không phải là tam giác vuông và  $BAC$  là góc tù. (Trên  $BC$  lấy  $CP = \sqrt{23} < 5 \Rightarrow P$  nằm giữa  $B$  và  $C$ , do đó  $PAC = 90^\circ$  thì  $BAC > 90$ ).



## HƯỚNG DẪN

### PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. D

Câu 2. B

Câu 3. C

Câu 4. C

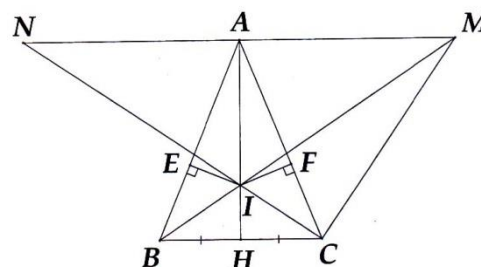
### PHẦN II. TỰ LUẬN

a) Vì  $\Delta ABC$  cân tại  $A$  nên  $AB = AC$ .

$$\Delta ABH = \Delta ACH \text{ (c - c - c)}$$

$$\Rightarrow \angle AHB + \angle AHC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AHB = \angle AHC = 90^\circ$$



$\Rightarrow AH \perp BC$

b) Ta có  $HB = HC = \frac{BC}{2} = 2$  (cm)

Áp dụng định lí Pitago đối với tam giác vuông AHB, ta có  
 $AB^2 = AH^2 + HB^2$

Từ đó tính được  $AH = \sqrt{32}$  (cm).

c) Từ a) và b) suy ra  $BH = CH$ ;  $IH$  chung,  $BIH = CIH = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle BIH = \triangle CIH \Rightarrow IB = IC \Rightarrow \triangle BIC$  cân ở I

d) Cách 1:  $\triangle BIH = \triangle CIH$  nên  $BIH = CIH = AIM = AIN$

Mà  $NM // BC$  nên  $IH \perp BC$  thì  $IA \perp NM$  hay  $IAN = IAM = 90^\circ$ .

$\triangle NAI = \triangle MAI$  (c.g.c) nên  $AN = AM$  mà A, M, N thẳng hàng nên A là trung điểm MN,

Cách 2: Ta có  $MN // BC \Rightarrow \angle AMB = \angle MBC$ ;

Mà  $\angle MBC = \angle ABM$ . Do đó  $\angle AMB = \angle ABM$

$\Rightarrow \triangle ABM$  cân tại A  $\Rightarrow AB = AM$  (1).

Chúng minh được  $\angle ACN = \angle BCN$ ,  $\triangle ANC$  cân tại A.

$\Rightarrow AN = AC$  (2).

Hơn nữa  $AB = AC$  (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra  $AM = AN$ . Mà N, A, M thẳng hàng. Do đó A là trung điểm của MN.

e) Chúng minh được các cặp tam giác vuông bằng nhau  $\triangle IBE = \triangle IBH$  và  $\triangle ICF = \triangle ICH$   
 $\Rightarrow IE = IH = IF$

f) Cách 1. Ta có  $MN // BC$  nên  $\angle AMC + \angle HCM = 180^\circ$ .

Mà  $\angle AMC = \angle ACM$ ;  $\angle HCM = \angle HCI + \angle ICF = 2 \cdot \angle ICF$ ; Do đó

$$2 \cdot \angle ACM + 2 \cdot \angle ICF = 180^\circ \Rightarrow \angle ACM + \angle ICF = \frac{180^\circ}{2} \Rightarrow \angle ICM = 90^\circ$$

Vậy  $IC \perp MC$ .

Cách 2. Theo câu d)  $AM = AB = AC = AN$

Suy ra  $\triangle NAM$  cân ở A  $\Rightarrow N = ACN$ ;

$\triangle MAC$  cân ở A  $\Rightarrow \angle AMC = \angle ACM$ ;

Suy ra  $\angle N + \angle AMC = \angle ACN + \angle ACM = \angle NCM$

Vậy  $\triangle MCN$  vuông ở C

## ĐỀ KIỂM TRA CHUYÊN ĐỀ II

Thời gian làm bài của mỗi đề là 45 phút

### ĐỀ SỐ 1

#### PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (2 ĐIỂM)

Khoanh vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng:

**Câu 1.** Hai tam giác bằng nhau nếu chúng thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

- A. Có một cặp cạnh bằng nhau và hai cặp góc bằng nhau.
- B. Có ba góc bằng nhau.
- C. Có một cặp góc bằng nhau và cặp cạnh bằng nhau.
- D. Có một cặp cạnh bằng nhau và hai cặp góc kề với cạnh đó bằng nhau.

**Câu 2.** Cho  $\triangle ABC = \triangle MNP$ ,  $P = 60^\circ$ ,  $A = 50^\circ$ .

Tính số đo góc B ? Kết quả nào sau đây là đúng?

- A.  $B = 60^\circ$ .
- B.  $B = 70^\circ$ .
- C.  $B = 80^\circ$ .
- D.  $B = 90^\circ$

**Câu 3.** Cho tam giác ABC vuông tại B và có  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ . Độ dài cạnh AC là:

- A. 2 cm.
- B. 4 cm.
- C. 10 cm.
- D.  $2\sqrt{7}$  cm.

**Câu 4.** Cho tam giác ABC có  $AB = AC$ . Tam giác ABC không là tam giác đều nếu thỏa mãn điều kiện:

- A.  $B = 60^\circ$ .
- B.  $AB = BC$ .
- C.  $AB < BC$ .
- D.  $A = 60^\circ$ .

#### PHẦN II. TỰ LUẬN (8 ĐIỂM)

Cho  $\triangle ABC$  cân tại A,  $AB > BC$ , H là trung điểm của BC .

a) Chứng minh:  $\triangle ABH = \triangle ACH$ . Từ đó suy ra AH vuông góc với BC.

b) Tính độ dài AH nếu  $BC = 4\text{ cm}$ ,  $AB = 6\text{ cm}$ .

c) Tia phân giác của góc B cắt AH tại I . Chứng minh tam giác BIC cân.

d) Đường thẳng đi qua A và song song với BC cắt tia BI, CI lần lượt tại M, N. Chứng minh A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

e) Kẻ IE vuông góc với AB tại E, IF vuông góc với AC tại F. Chứng minh  $IH = IE = IF$

f) Chứng minh: IC vuông góc với MC .

(Vẽ hình, ghi giả thiết và kết luận: 1,0 điểm)

## HƯỚNG DẪN

**Bài 1.** a) Sai; b) Sai; c) Đúng ; d) Đúng;

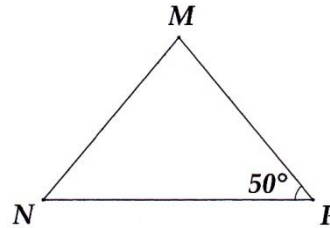
**Bài 2.**

Vì  $\triangle MNP$  cân tại M (GT)

nên  $N = P = 50^\circ$ .

Trong  $\triangle MNP$  có tổng ba góc bằng

$180^\circ$  nên  $M = 80^\circ$ .

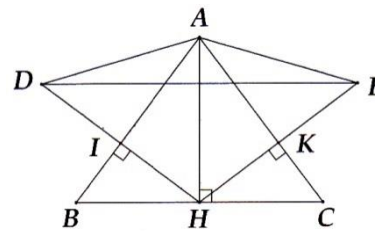


**Bài 3.** a) Vì  $AH \perp BC$  tại H (GT) nên

$$AHB = AHC = 90^\circ$$

$\triangle ABH = \triangle ACH$  (cạnh huyền -  
cạnh góc vuông).

Suy ra  $HB = HC$  nên H là trung  
điểm của BC.



b) Ta có  $HB = HC = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6(\text{cm})$

Áp dụng định lí Pytago đối với tam giác vuông AHB,  
ta có  $AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow AH = 8(\text{cm})$ .

c) Vì  $HK \perp AC$  tại K nên  $AKH = AKE = 90^\circ$ .

Do đó  $\triangle AKH = \triangle AKE$  (cạnh - góc - cạnh)

$$\Rightarrow AH = AE$$

d) Chứng minh tương tự câu c, ta có  $AH = AD$  Do đó  $AD = AE$ .

$$\Rightarrow \triangle ADE \text{ cân tại A.}$$

Gọi giao điểm, của AH và DE là F, chứng minh  $\triangle DAF = \triangle EAF$

nên  $AH \perp DE$  tại F. Suy ra  $DE \parallel BC$ .

e) Ta đã có  $AD = AE$  nên để A là trung điểm của DE thì phải có D, A, E thẳng hàng hay

$$DAE = 180^\circ.$$

Chú ý rằng:

$$DAB = BAH = CAH = CAE$$

$$DAB + BAH + CAH + CAE = DAE$$

Do đó

$$DAB = BAH = CAH = CAE = 180^\circ : 4 = 45^\circ \Rightarrow BAC = 90^\circ.$$

Do đó  $\triangle ABC$  là tam giác vuông cân tại A.

## ĐỀ SỐ 2

**Bài 1.** (2,0 điểm) Các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai?

- Góc ngoài của một tam giác lớn hơn góc trong của tam giác đó.
- Nếu  $\triangle ABC$  và  $\triangle DEE$  có  $AB = DF$ ,  $BC = EF$ ,  $AC = DE$  thì  $\triangle ABC = \triangle DEF$ .
- Tam giác cân có một góc bằng  $60^\circ$  là tam giác đều.
- Nếu  $\triangle ABC$  có  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ ,  $AC = 10\text{cm}$  thì  $\triangle ABC$  vuông tại B.

**Bài 2.** (1,0 điểm) Cho  $\triangle MNP$  cân tại M có  $P = 50^\circ$ . Tính các góc còn lại của  $\triangle MNP$ .

**Bài 3.** (7,0 điểm) Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC = 10\text{cm}$ ,  $BC = 12\text{cm}$ . Kẻ  $AH \perp BC$  tại H.

- Chứng minh rằng  $\triangle ABH = \triangle ACH$ . Từ đó suy ra H là trung điểm của đoạn thẳng BC.
- Tính độ dài đoạn thẳng AH.
- Kẻ  $HI \perp AB$  tại I và  $HK \perp AC$  tại K. Vẽ các điểm D và E sao cho I, K lần lượt là trung điểm của HD và HE. Chứng minh:  $AE = AH$
- Tam giác ADE là tam giác gì? Vì sao? Chứng minh  $DE \parallel BC$ .
- Tìm điều kiện của  $\triangle ABC$  để A là trung điểm của DE

## HƯỚNG DẪN

**Bài 1.** a) Sai; b) Sai; c) Đúng ; d) Đúng;

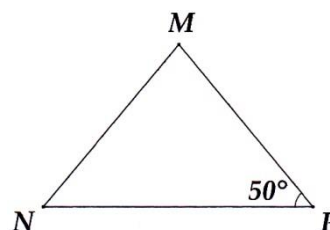
**Bài 2.**

Vì  $\triangle MNP$  cân tại M (GT)

nên  $N = P = 50^\circ$ .

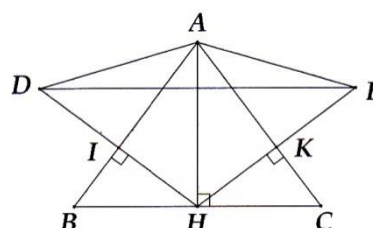
Trong  $\triangle MNP$  có tổng ba góc bằng

$180^\circ$  nên  $M = 80^\circ$ .



**Bài 3.** a) Vì  $AH \perp BC$  tại H (GT) nên

$$AHB = AHC = 90^\circ$$



$\triangle ABH = \triangle ACH$  (cạnh huyền -  
cạnh góc vuông).

Suy ra  $HB = HC$  nên H là trung  
điểm của BC.

b) Ta có  $HB = HC = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6(\text{cm})$

Áp dụng định lý Pytago đối với tam giác vuông AHB,  
ta có  $AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow AH = 8(\text{cm})$ .

c) Vì  $HK \perp AC$  tại K nên  $\angle AKH = \angle AKE = 90^\circ$ .

Do đó  $\triangle AKH = \triangle AKE$  (cạnh - góc - cạnh)

$\Rightarrow AH = AE$

d) Chứng minh tương tự câu c, ta có  $AH = AD$  Do đó  $AD = AE$ .

$\Rightarrow \triangle ADE$  cân tại A.

Gọi giao điểm, của AH và DE là F, chứng minh  $\triangle DAF = \triangle EAF$   
nên  $AH \perp DE$  tại F. Suy ra  $DE \parallel BC$ .

e) Ta đã có  $AD = AE$  nên  $\hat{A}$  là trung điểm của DE thì phải có D, A, E thẳng hàng hay

$\angle DAE = 180^\circ$ .

Chú ý rằng:

$$\angle DAB = \angle BAH = \angle CAH = \angle CAE$$

$$\angle DAB + \angle BAH + \angle CAH + \angle CAE = \angle DAE$$

Do đó

$$\angle DAB = \angle BAH = \angle CAH = \angle CAE = 180^\circ : 4 = 45^\circ \Rightarrow \angle BAC = 90^\circ.$$

Do đó  $\triangle ABC$  là tam giác vuông cân tại A.