

DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT

I - LÝ THUYẾT

1. Nhị thức bậc nhất

Nhị thức bậc nhất đối với x là biểu thức dạng $f(x) = ax + b$ trong đó a, b là hai số đã cho, $a \neq 0$.

2. Dấu của nhị thức bậc nhất

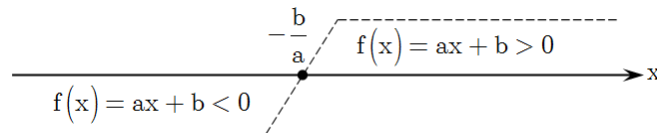
Định lí. Nhị thức $f(x) = ax + b$ có giá trị cùng dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$, trái dấu với hệ số a khi x lấy giá trị trong khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$.

a. Sử dụng bảng xét dấu (phải cùng – trái trái: với hệ số a)

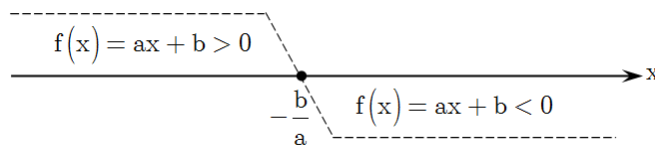
x		$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$	
$f(x) = ax + b$	$a > 0$		-	0	+
	$a < 0$		+	0	-

b. Sử dụng trục số

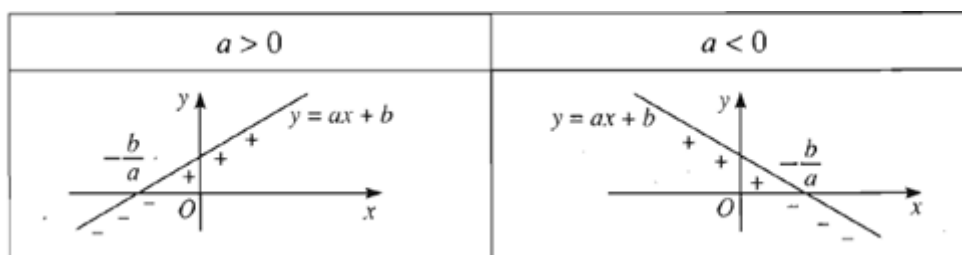
- Nếu $a > 0$ thì :



- Nếu $a < 0$ thì :



- Minh họa bằng đồ thị



3. Một số ứng dụng.

a) Bất phương trình tích

- Dạng: $P(x).Q(x) > 0$ (1) (trong đó $P(x)$, $Q(x)$ là những nhị thức bậc nhất.)
- Cách giải: Lập bảng xét dấu của $P(x).Q(x)$. Từ đó suy ra tập nghiệm của (1).

b) Bất phương trình chứa ẩn ở mẫu

- Dạng: $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ (2) (trong đó $P(x)$, $Q(x)$ là những nhị thức bậc nhất.)
- Cách giải: Lập bảng xét dấu của $\frac{P(x)}{Q(x)}$. Từ đó suy ra tập nghiệm của (2).

Chú ý. Không nên qui đồng và khử mẫu.

c) Bất phương trình chứa ẩn trong dấu GTTĐ

- Tương tự như giải phương trình chứa ẩn trong dấu GTTĐ, ta thường sử dụng định nghĩa hoặc tính chất của GTTĐ để khử dấu GTTĐ.

• Dạng 1: $|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ -g(x) < f(x) < g(x) \end{cases}$

• Dạng 2: $|f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \begin{cases} f(x) < -g(x) \\ f(x) > g(x) \end{cases} \end{cases} \end{cases}$

Chú ý. Với $B > 0$ ta có: $|A| < B \Leftrightarrow -B < A < B$; $|A| > B \Leftrightarrow \begin{cases} A < -B \\ A > B \end{cases}$.

II – DẠNG TOÁN

1. Dạng 1: Xét dấu của nhị thức bậc nhất

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho nhị thức bậc nhất $f(x) = 23x - 20$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(-\infty; \frac{20}{23}\right)$.

C. $f(x) > 0$ với $x > -\frac{5}{2}$.

D. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(\frac{20}{23}; +\infty\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $23x - 20 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{20}{23}$, $a = 23 > 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{20}{23}$	$+\infty$
$23x - 20$	-	0	+

Vậy $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(\frac{20}{23}; +\infty\right)$.

Ví dụ 2: Các số tự nhiên bé hơn 4 để $f(x) = \frac{2x}{5} - 23 - (2x - 16)$ luôn âm

A. $\{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

B. $-\frac{35}{8} < x < 4$.

C. $\{0; 1; 2; 3\}$.

D. $\{0; 1; 2; -3\}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $f(x) = \frac{2x}{5} - 23 - (2x - 16) = -\frac{8}{5}x - 7$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{35}{8}$, $a = -\frac{8}{5} < 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{35}{8}$	$+\infty$
$-\frac{8}{5}x - 7$	+	0	-

$f(x) < 0$ với $\forall x \in \left(-\frac{35}{8}; +\infty\right)$.

Vậy $x \in \{0, 1, 2, 3\}$.

Ví dụ 3: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = 5x - \frac{x+1}{5} - 4 - (2x - 7)$ luôn âm

A. \emptyset .

B. \mathbb{R} .

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } f(x) = 5x - \frac{x+1}{5} - 4 - (2x-7) = \frac{14}{5}x + \frac{14}{5}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1, a = \frac{14}{5} > 0.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$\frac{14}{5}x + \frac{14}{5}$	$-$	0	$+$

$$f(x) < 0 \text{ với } \forall x \in (-\infty; -1).$$

$$\text{Vậy } x \in (-\infty; -1).$$

Ví dụ 4: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $f(x) = m(x-m) - (x-1)$ không âm với mọi $x \in (-\infty; m+1]$.

A. $m = 1$.

B. $m > 1$.

C. $m < 1$.

D. $m \geq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$m(x-m) - (x-1) \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)x \geq m^2 - 1. \quad (1)$$

+ Xét $m = 1 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$. (không thỏa)

+ Xét $m > 1$ thì $(1) \Leftrightarrow x \geq m+1$ không thỏa điều kiện nghiệm đã cho.

+ Xét $m < 1$ thì $(1) \Leftrightarrow x \leq m+1$ thỏa điều kiện nghiệm đã cho.

Vậy $m < 1$.

Ví dụ 5: Gọi S là tập tất cả các giá trị của x để $f(x) = mx + 6 - 2x - 3m$ luôn âm khi $m < 2$.

Hỏi các tập hợp nào sau đây là phần bù của tập S ?

A. $(3; +\infty)$.

B. $[3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(-\infty; 3]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$mx + 6 - 2x - 3m < 0 \Leftrightarrow (2 - m)x > 6 - 3m \Leftrightarrow x > 3 \text{ (do } m < 2)$$

$$\text{Vậy } S = (3; +\infty) \Rightarrow C_{\mathbb{R}}S = (-\infty; 3].$$

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

NHẬN BIẾT.

Câu 1: Cho biểu thức $f(x) = 2x - 4$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) \geq 0$ là

- A. $S = [2; +\infty)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $S = (-\infty; 2]$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 2: Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{3x-6}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) \leq 0$ là

- A. $S = (-\infty; 2]$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = [2; +\infty)$.

THÔNG HIỂU.

Câu 3: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = 2x + \frac{3}{2x-4} - \left(3 + \frac{3}{2x-4}\right)$ âm

- A. $2x < 3$ B. $x < \frac{3}{2}$ và $x \neq 2$. C. $x < \frac{3}{2}$ D. Tất cả đều

đúng.

Câu 4: Các số tự nhiên bé hơn 6 để biểu thức $f(x) = 5x - \frac{1}{3} - \left(12 - \frac{2x}{3}\right)$ luôn dương

- A. $\{2; 3; 4; 5\}$ B. $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ C. $\{3; 4; 5\}$ D. $\{3; 4; 5; 6\}$

Câu 5: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = \frac{3x+5}{2} - 1 - \left(\frac{x+2}{3} + x\right)$ luôn

âm

- A. Vô nghiệm. B. Mọi x đều là nghiệm.
C. $x > 4,11$ D. $x < -5$.

VẬN DỤNG.

Câu 6: Tìm tham số thực m để tồn tại x thỏa $f(x) = m^2x + 3 - (mx + 4)$ âm

- A. $m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ hoặc $m = 0$ D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 7: Tìm các giá trị thực của tham số m để không tồn tại giá trị nào của x sao cho biểu thức $f(x) = mx + m - 2x$ luôn âm.

- A. $m = 0$ B. $m = 2$ C. $m = -2$ D. $\forall m \in \mathbb{R}$

2. Dạng 2: Ứng dụng dấu của nhị thức bậc nhất giải bất phương trình tích

Ví dụ 1: Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) = x(x^2 - 1) \geq 0$

- A. $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$. **B. $[-1; 0] \cup [1; +\infty)$.** C. $(-\infty; -1] \cup [0; 1)$. D. $[-1; 1]$.

Hướng dẫn giải **Chọn B.**

$$\text{Cho } x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases} .$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$x - 1$	-	-	-	0	+		
x	-	-	0	+	+		
$x + 1$	-	0	+	+	+		
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Căn cứ bảng xét dấu ta được $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$

Ví dụ 2: Số các giá trị nguyên âm của x để biểu thức $f(x) = (x+3)(x-2)(x-4)$ không âm là

- A. 0. B. 1. C. 2. **D. 3.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } (x+3)(x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-3	2	4	$+\infty$		
$x - 4$	-	-	-	0	+		
$x - 2$	-	-	0	+	+		
$x + 3$	-	0	+	+	+		
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, để $f(x)$ không âm thì $x \in [-3, 2] \cup [4, +\infty)$.

Vậy có 3 số nghiệm nguyên âm x thỏa YCBT.

Ví dụ 3: Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) = -3x^2 + x - 2 < 0$

A. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup [1; +\infty)$.

B. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

C. $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

D. $\left[\frac{2}{3}; 1\right]$.

Hướng dẫn giải Chọn C.

$$f(x) = (x-1)(2-3x)$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	1	$+\infty$	
$x-1$	-		-	0	+
$2-3x$	+	0	-		-
$(x-1)(2-3x)$	-	0	+	0	-

Suy ra bất phương trình có tập nghiệm là $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

Ví dụ 4: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x(5x+2) - x(x^2+6)$ không dương

A. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

B. $[1; 4]$.

C. $(1; 4)$.

D. $[0; 1] \cup [4; +\infty)$

Hướng dẫn giải Chọn D.

$$x(5x+2) - x(x^2+6) \leq 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 5x + 4) \geq 0$$

x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$		
$x-4$	-		-	0	+		
$x-1$	-		0	+	+		
x	-	0	+		+		
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Vậy $x \in [0; 1] \cup [4; +\infty)$.

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN NHẬN BIẾT.

Câu 1: Cho biểu thức $f(x) = (x+5)(3-x)$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) \leq 0$ là

- A. $x \in (-\infty; 5) \cup (3; +\infty)$. B. $x \in (3; +\infty)$.
C. $x \in (-5; 3)$. D. $x \in (-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$.

Câu 2: Cho biểu thức $f(x) = 9x^2 - 1$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) < 0$ là

- A. $S = \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $S = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 3: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = -x^2 + 6x + 7$ không âm

- A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$ **B. $[-1; 7]$** C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ D. $[-7; 1]$.

Câu 4: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = 2x^2 - 7x - 15$ không âm

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$. B. $(-\infty; -5] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.
C. $\left[-5; \frac{3}{2}\right]$. D. $\left[-\frac{3}{2}; 5\right]$.

Câu 5: Cho biểu thức $f(x) = x(x-2)(3-x)$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) < 0$ là

- A. $S = (0; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 0] \cup (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 0) \cup (2; 3)$.

THÔNG HIỂU.

Câu 6: Cho biểu thức $f(x) = (2x-1)(x^3-1)$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) \geq 0$ là

- A. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.
C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $2x(4-x)(3-x)(3+x) > 0$ là

A. Một khoảng

B. Hợp của hai khoảng.

C. Hợp của ba khoảng.

D. Toàn trục số.

Câu 8: Tập nghiệm $S = [0; 5]$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

A. $x(x-5) < 0$.

B. $x(x-5) \leq 0$.

C. $x(x-5) \geq 0$.

D. $x(x-5) > 0$.

Câu 9: Tập nghiệm $S = (-\infty; 3) \cup (5; 7)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

A. $(x+3)(x-5)(14-2x) \leq 0$.

B. $(x-3)(x-5)(14-2x) > 0$.

C. $(x-3)(x-5)(14-2x) < 0$.

D. $(x+3)(x-5)(14-2x) < 0$.

Câu 10: Tập nghiệm $S = (-4; 5)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $(x+4)(x+5) < 0$.

B. $(x+4)(5x-25) < 0$.

C. $(x+4)(5x-25) \geq 0$.

D. $(x-4)(x-5) < 0$.

VẬN DỤNG.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $(2x+8)(1-x) > 0$ có dạng $(a; b)$. Khi đó $b-a$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. 9.

D. không giới hạn.

Câu 12: Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $(x+3)(x-1) \leq 0$ là

A. 1.

B. -4.

C. -5.

D. 4.

Câu 13: Nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $x(x-2)(x+1) > 0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 14: Hỏi bất phương trình $(2-x)(x+1)(3-x) \leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương ?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 15: Tích của nghiệm nguyên âm lớn nhất và nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình $(3x-6)(x-2)(x+2)(x-1) > 0$ là

A. -9.

B. -6.

C. -4.

D. 8.

VẬN DỤNG CAO

Câu 16: Nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $(x-1)\sqrt{x(x+2)} \geq 0$ là

A. $x = -2$.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

3. Dạng 3: Ứng dụng dấu của nhị thức bậc nhất giải bất phương trình chứa ẩn ở mẫu

Ví dụ 1: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2}{1-x} < 1$

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-1; 1)$.

Hướng dẫn giải Chọn B

$$\frac{2}{1-x} < 1 \Leftrightarrow \frac{2-1+x}{1-x} < 0 \Leftrightarrow \frac{x+1}{1-x} < 0.$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$1-x$	$+$	$+$	0	$-$
$\frac{x+1}{1-x}$	$-$	0	$+$	$-$

Tập nghiệm của bất phương trình $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Ví dụ 2: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{-2x+4}{(2x-1)(3x+1)} \leq 0$

A. $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{2}; 2)$.

B. $(-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{2}; 2]$.

C. $(-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}) \cup [2; +\infty)$.

D. $[-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}] \cup [2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải Chọn C

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$3x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x-1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$-2x+4$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$\frac{-2x+4}{(2x-1)(3x+1)}$	$+$	$ $	$-$	$ $	$+$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}) \cup [2; +\infty)$

Ví dụ 3: Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) = \frac{2-x}{2x+1} \geq 0$

A. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup [2; +\infty)$.

D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$

$2x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

+ Xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$2-x$	+		+ 0	-
$2x+1$	-	0		+
$f(x)$	-		+ 0	-

+ Vậy $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Ví dụ 4: Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4x+3} \leq 0$

A. $S = (-\infty; 1)$.

B. $S = (-3; -1) \cup [1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$.

D. $S = (-3; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

+ $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4x+3}$.

Ta có $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

$x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=-1 \end{cases}$

+ Xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$x - 1$	-	-	-	0	+
$x + 1$	-	-	0	+	+
$x + 3$	-	0	+	+	+
$f(x)$	-	+	-	0	+

+ Vậy $f(x) \leq 0$ khi $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$.

Vậy $S = (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

NHẬN BIẾT.

Câu 1: Cho biểu thức $f(x) = \frac{(x+3)(2-x)}{x-1}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất

phương trình $f(x) > 0$ là

A. $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

B. $x \in (-3; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in (-3; 1) \cup (1; 2)$.

D. $x \in (-\infty; -3) \cup (1; 2)$.

Câu 2: Cho biểu thức $f(x) = \frac{(4x-8)(2+x)}{4-x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất

phương trình $f(x) \geq 0$ là

A. $x \in (-\infty; -2] \cup [2; 4)$.

B. $x \in (3; +\infty)$.

C. $x \in (-2; 4)$.

D. $x \in (-2; 2) \cup (4; +\infty)$.

Câu 3: Cho biểu thức $f(x) = \frac{x(x-3)}{(x-5)(1-x)}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất

phương trình $f(x) \geq 0$ là

A. $x \in (-\infty; 0] \cup (3; +\infty)$.

B. $x \in (-\infty; 0] \cup (1; 5)$.

C. $x \in [0; 1) \cup [3; 5)$.

D. $x \in (-\infty; 0) \cup (1; 5)$.

Câu 4: Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương

trình $f(x) \leq 0$ là

A. $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$. C. $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$. D.

$$x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4).$$

Câu 5: Cho biểu thức $f(x) = \frac{2-x}{x+1} + 2$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương

trình $f(x) < 0$ là

A. $x \in (-\infty; -1)$.

B. $x \in (-1; +\infty)$.

C. $x \in (-4; -1)$.

D. $x \in (-\infty; -4) \cup (-1; +\infty)$.

Câu 6: Cho biểu thức $f(x) = 1 - \frac{2-x}{3x-2}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất

phương trình $f(x) \leq 0$ là

A. $x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

B. $x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

C. $x \in \left[\frac{2}{3}; 1\right]$.

D. $x \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Câu 7: Bất phương trình $\frac{2-x}{2x+1} \geq 0$ có tập nghiệm là

A. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

B. $S = \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.

C. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right]$.

D. $S = \left[\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{(3-x)(x-2)}{x+1} \leq 0$ là

A. $S = (-1; 2] \cup [3; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 1) \cup [2; 3]$.

C. $S = [-1; 2] \cup [3; +\infty)$.

D. $S = (-1; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 9: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = \frac{x+2}{x-5}$ không dương

A. $[-2; 5]$.

B. $(-2; 5)$

C. $(-2; 5]$.

D. $[-2; 5)$.

Câu 10: Tìm x để $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1}$ không âm

A. $(1; 3]$.

B. $(1; 2] \cup [3; +\infty)$.

C. $[2; 3]$.

D. $(-\infty; 1) \cup [2; 3]$

THÔNG HIỂU.

Câu 11: Cho biểu thức $f(x) = \frac{-4}{3x+1} - \frac{3}{2-x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất

phương trình $f(x) > 0$ là

A. $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup [2; +\infty)$.

B. $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right] \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

D. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

Câu 12: Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+3}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 0$ là

A. $x \in (-12; -4) \cup (-3; 0)$.

B. $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right] \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

D. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

Câu 13: Bất phương trình $\frac{3}{2-x} < 1$ có tập nghiệm là

A. $S = (-1; 2)$.

B. $S = [-1; 2)$.

C. $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x-3}{x^2-4} \geq 1$ là

A. $S = (-\infty; -2) \cup (-1; 2)$.

B. $S = (-2; 1] \cup (2; +\infty)$.

C. $S = [-2; 1) \cup (2; +\infty)$

D. $S = (-2; 1] \cup [2; +\infty)$.

Câu 15: Bất phương trình $\frac{4}{x-1} - \frac{2}{x+1} < 0$ có tập nghiệm là

A. $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; -3) \cup (-1; 1)$.

C. $S = (-3; -1) \cup (1; +\infty)$.

D. $S = (-3; 1) \cup (-1; +\infty)$.

Câu 16: Bất phương trình $\frac{3}{1-x} \geq \frac{5}{2x+1}$ có tập nghiệm là

A. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{2}{11}; 1\right)$.

B. $S = \left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{11}\right) \cup (1; +\infty)$.

C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{2}{11}; 1\right)$.

D. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{2}{11}; 1\right)$.

Câu 17: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x+5}{x+1}$ không âm

A. $[1; +\infty)$

B. $(-\infty; -1) \cup (1; 3]$.

C. $(3; 5) \cup (6; 16)$.

D. $(-6; 4)$.

Câu 18: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x-1}$ không âm?

- A. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right]$. B. $(-2; +\infty)$. C. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$. **D.**

A. $(-\infty; -2) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 19: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$ luôn âm

- A. \mathbb{R} . B. \emptyset . **C. $(-1, 1)$.** D. Một đáp số khác.

Câu 20: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = \frac{4}{x+3} - 2$ không dương

- A. $(-\infty, -3) \cup [-1, +\infty)$.** B. $(-3, -1]$. C. $[-1, +\infty)$. D. $(-\infty, -1]$.

Câu 21: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = \frac{-4x+1}{3x+1} + 3$ không dương

- A. $\left[-\frac{4}{5}, -\frac{1}{3}\right]$** B. $\left[-\frac{4}{5}, -\frac{1}{3}\right)$ C. $\left(-\infty, -\frac{4}{5}\right]$. D. $\left[-\frac{4}{5}, +\infty\right)$.

VẬN DỤNG.

Câu 22: Cho biểu thức $f(x) = \frac{(x-3)(x+2)}{x^2-1}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên âm của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 1$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 23: Bất phương trình $\frac{2x}{x+1} - \frac{1}{x-1} \leq 2$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right] \cup (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$.
C. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -1] \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 24: Bất phương trình $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} < \frac{3}{x+3}$ có tập nghiệm là

- A. $S = (-\infty; -12) \cup (-4; 3) \cup (0; +\infty)$. B. $S = [-12; -4) \cup (-3; 0)$.
C. $S = (-\infty; -12) \cup [-4; 3] \cup (0; +\infty)$. D. $S = (-12; -4) \cup (-3; 0)$.

Câu 25: Bất phương trình $\frac{1}{x+1} < \frac{1}{(x-1)^2}$ có tập nghiệm S là

A. $T = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup [1; 3]$.

B. $T = [-1; 0) \cup (-3; +\infty)$.

C. $T = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup (1; 3)$.

D. $T = (-1; 0] \cup (-3; +\infty)$.

Câu 26: Bất phương trình $\frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} < \frac{4x}{3x-x^2}$ có nghiệm nguyên lớn nhất là

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -2$.

D. $x = -1$.

Câu 27: Tìm số nguyên nhỏ nhất của x để $f(x) = \frac{x-5}{(x+7)(x-2)}$ luôn dương

A. $x = -3$.

B. $x = -4$.

C. $x = -5$.

D. $x = -6$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-1})(\sqrt{x+1}-2)}{x-1} \leq 0$

A. $S = [2; 3]$

B. $S = (1; 2] \cup [3; +\infty)$

C. $S = [1; 3]$

D. $[3; +\infty)$

Câu 29: Tìm m để hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{(x-\sqrt{2})(2-2x)}{(2x-1)(x+2)} \geq 0 & (1) \\ mx > 2 & (2) \end{cases}$ có nghiệm

A. $m < -1$ và $m > \sqrt{2}$.

B. $0 < m < \sqrt{2}$.

C. $-1 < m < \sqrt{2}$.

D. $-1 < m < 0$ và $m > \sqrt{2}$.

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 30: ĐKXD: $\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \geq -1 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \neq 1 \end{cases}$

Vì $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x-1} > 0$, $\sqrt{x+1} - 2 > 0$ nên bất phương trình tương đương với

$$\frac{(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-1})(\sqrt{x+1}+\sqrt{2x-1})(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{x-1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(-x+2)(x-3)}{x-1} \leq 0$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$		
$x-1$	-	0	+		+		+
$-x+2$	+		+	0	-		-
$x-3$	-		-		-	0	+
$\frac{(-x+2)(x-3)}{x-1}$	+		-	0	+	0	-

Kết hợp với điều kiện xác định suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 2] \cup [3; +\infty)$.

4. Dạng 4: Ứng dụng dấu của nhị thức bậc nhất giải bất phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối

Ví dụ 1: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = |2x-5|-3$ không dương

A. $1 \leq x \leq 4$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = 0$.

D. $x < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } |2x-5|-3 \leq 0 \Leftrightarrow |2x-5| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5 \leq 3 \\ 2x-5 \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4.$$

Vậy $x \in [1, 4]$.

Ví dụ 2: Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) = |2x-1|-x > 0$ là

A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

B. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

C. \mathbb{R} .

D. \emptyset .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Xét $x \geq \frac{1}{2}$ thì ta có nhị thức $f(x) = x-1$ để $f(x) > 0$ thì $x > 1$.

+ Xét $x < \frac{1}{2}$ thì ta có nhị thức $f(x) = -3x+1$ để $f(x) > 0$ thì $x < \frac{1}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > 0$ là $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$

Ví dụ 3: Tìm x để biểu thức $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2} - 1$ luôn âm

- A. $x < -\frac{1}{2}, x > 2$. B. $-2 < x < \frac{1}{2}$. **C. $x < -2, x > -\frac{1}{2}$.** D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\frac{|x-1|}{x+2} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{|x-1|}{x+2} < 1 (*)$$

Trường hợp $x \geq 1$, ta có $(*) \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+2} < 1 \Leftrightarrow \frac{-3}{x+2} < 0 \Leftrightarrow x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$. So với trường hợp đang xét ta có tập nghiệm bất phương trình là $S_1 = [1, +\infty)$.

Trường hợp $x < 1$, ta có $(*) \Leftrightarrow \frac{1-x}{x+2} < 1 \Leftrightarrow \frac{-1-2x}{x+2} < 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$-1-2x$	+	+	0	-	
$x+2$	-	0	+	+	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Dựa vào bảng xét dấu, ta có $x \in (-\infty, -2) \cup \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$.

Vậy $x \in S_1 \cup S_2 = (-\infty, -2) \cup \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

Ví dụ 4: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = \frac{1}{|x|-3} - \frac{1}{2}$ luôn âm.

- A. $x < -5$ hay $x > -3$. **B. $x < 3$ hay $x > 5$.**
 C. $|x| < 3$ hay $|x| > 5$. D. $\forall x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \frac{1}{|x|-3} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{|x|-3} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{5-|x|}{2(|x|-3)} < 0.$$

Đặt $t = |x|$, bpt trở thành $\frac{5-t}{2(t-3)} < 0$.

Cho $5 - t = 0 \Leftrightarrow t = 5$.

Cho $t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

Bảng xét dấu

t	$-\infty$	3	5	$+\infty$
$t - 3$	-		- 0 +	
$5 - t$	+	0	-	-
$f(t)$	-		+ 0 -	

Căn cứ bảng xét dấu ta được $|x| < 3$ hay $|x| > 5$.

Ví dụ 5: Tìm nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình $f(x) = |x+1| + |x-4| - 7 > 0$

A. $x = 4$.

B. $x = 5$.

C. $x = 6$.

D. $x = 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $|x+1| + |x-4| - 7 > 0 \Leftrightarrow |x+1| + |x-4| > 7$ (*)

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$
$x - 4$	-		- 0 +	
$x + 1$	-	0	+	+

Trường hợp $x \leq -1$, ta có (*) $\Leftrightarrow -x-1-x+4 > 7 \Leftrightarrow x < -4$. So với trường hợp đang xét ta có tập nghiệm $S_1 = (-\infty, -4)$.

Trường hợp $-1 < x \leq 4$, ta có (*) $\Leftrightarrow x+1-x+4 > 7 \Leftrightarrow 5 > 7$ (vô lý). Do đó, tập nghiệm $S_2 = \emptyset$.

Trường hợp $x > 4$, ta có (*) $\Leftrightarrow x+1+x-4 > 7 \Leftrightarrow x > 5$. So với trường hợp đang xét ta có tập nghiệm $S_3 = (5, +\infty)$.

Vậy $x \in S_1 \cup S_2 \cup S_3 = (-\infty, -4) \cup (5, +\infty)$.

Nên $x = 6$ thỏa YCBT.

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

NHẬN BIẾT.

Câu 1: Tất cả các giá trị của x thoả mãn $|x-1| < 1$ là

- A. $-2 < x < 2$. B. $0 < x < 1$. C. $x < 2$. D. $0 < x < 2$.

Câu 2: Nghiệm của bất phương trình $|2x-3| \leq 1$ là

- A. $1 \leq x \leq 3$. B. $-1 \leq x \leq 1$. C. $1 \leq x \leq 2$. D. $-1 \leq x \leq 2$.

Câu 3: Bất phương trình $|3x-4| \leq 2$ có nghiệm là

- A. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup [2; +\infty)$. B. $\left[\frac{2}{3}; 2\right]$. C. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 4: Bất phương trình $|1-3x| > 2$ có nghiệm là

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $|x-3| > -1$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-3; 3)$. D. \mathbb{R} .

THÔNG HIỂU.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $|5x-4| \geq 6$ có dạng $S = (-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính tổng $P = 5a + b$.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 7: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên x thoả mãn bất phương trình $\left|\frac{2-x}{x+1}\right| \geq 2$?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 8: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $1 \leq |x-2| \leq 4$ là

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 9: Bất phương trình : $|3x-3| \leq |2x+1|$ có tập nghiệm là

- A. $[4; +\infty)$. B. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$. C. $\left[\frac{2}{5}; 4\right]$. D. $(-\infty; 4]$.

Câu 10: Bất phương trình $|x-3| > |2x+4|$ có tập nghiệm là

- A. $\left(-7; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(7; -\frac{1}{3}\right)$.
 C. $\left(-7; -\frac{1}{3}\right)$. D. $(-\infty; -7) \cup \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x-1|}{x+2} < 1$ là

- A. $S = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $S = (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. D. $S = \left(-2; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 12: Tìm x sao cho $f(x) = |2x-3| - 1$ không dương?

- A. $1 \leq x \leq 3$. B. $-1 \leq x \leq 1$. **C. $1 \leq x \leq 2$.** D. $-1 \leq x \leq 2$.

Câu 13: Tìm x sao cho $f(x) = 2|x+1| - (x+4)$ luôn dương

- A. $|x| > 2$. **B. $x < -2$ hoặc $x > 2$.** C. $-1 \leq x \leq 1$. D. Một đáp số khác.

Câu 14: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $f(x) = |x-2| - |x+4| \leq 0$

- A. $\{-2\}$. B. $\{-6\}$. C. Vô nghiệm. **D. $[-1, +\infty)$**

Câu 15: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $f(x) = \left|\frac{2x-1}{x-1}\right| - 2 > 0$

- A. $(1, +\infty)$. B. $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right) \cup (3, +\infty)$. C. $\left(\frac{3}{4}, 1\right)$. **D. $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right) \setminus \{1\}$.**

VẬN DỤNG.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên x trong $[-2017; 2017]$ thỏa mãn bất phương trình

$$|2x+1| < 3x$$

- A. 2016. B. 2017. C. 4032. D. 4034.

Câu 17: Số nghiệm nguyên thỏa mãn bất phương trình $x+12 \geq |2x-4|$ là

- A. 5. B. 8. C. 11. D. 16.

Câu 18: Bất phương trình $|3x-4| \geq x-3$ có tập nghiệm là

- A. $\left(-\infty; \frac{7}{4}\right]$. B. $\left[\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right]$. C. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. \mathbb{R} .

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x+2|-x}{x} \leq 2$ là

- A. $(0; 1]$. B. $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.
 C. $(-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$. D. $[0; 1]$.

Câu 20: Số nghiệm nguyên thỏa mãn bất phương trình $|x+2|+|-2x+1|\leq x+1$ là

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 0.

Câu 21: Bất phương trình $|x+2|-|x-1|<x-\frac{3}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $(-2;+\infty)$. B. $(-\frac{1}{2};+\infty)$. C. $(-\frac{3}{2};+\infty)$. D. $(\frac{9}{2};+\infty)$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $|x+1|-|x-2|\geq 3$ là

- A. $[-1;2]$. B. $[2;+\infty)$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(-2;1)$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\left|\frac{-5}{x+2}\right|<\left|\frac{10}{x-1}\right|$ là

- A. một khoảng. B. hai khoảng. C. ba khoảng. D. toàn trục số.

VẬN DỤNG CAO

Câu 24: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left|\frac{2-3|x|}{1+x}\right|\leq 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Nhận xét:

* Đối với bất phương trình phức tạp chúng ta nên đặt điều kiện xác định sau đó rồi rút gọn cho biểu thức chung hoặc rút gọn biểu thức luôn xác định một dấu.

* Nhiều khi chúng ta cần phải nhân hay chia với một biểu thức luôn xác định một dấu nhằm khử đi căn thức hay dấu giá trị tuyệt đối thì bài toán trở nên đơn giản hơn.