HavaMATH

ĐỀ SỐ 10

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau?

A. C_{10}^{3}. **B.** 3^{10}. **C.** A_{10}^{3}. **D.** $9.A_{9}^{2}$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = 6$ và $u_3 = -2$. Giá trị của u_8 bằng

A. -8. **B.** 22. **C.** 34. **D.** -22.

Câu 3: Cho hàmsố $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$ $+\infty$	↘	-1	↗		↘	-1	↗	4

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. . **B.** $(0;1)$.

C. $(-1;4)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$ $+\infty$			0			3
$f'(x)$		$+$	0	-	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$ $-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	

Hàmsố $f(x)$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 2$. **B.** $x = -5$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 0$.

Câu 5: Cho hàmsố $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm dưới đây

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

.

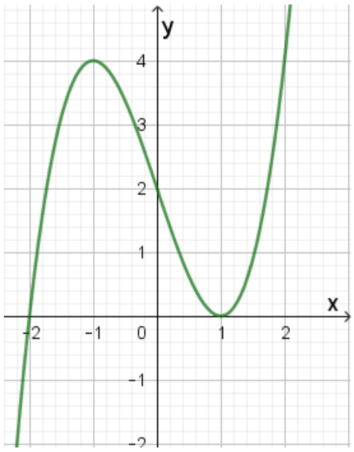
Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+3}{2x-1}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên:



A. $y=-x^3+3x+2$. **B.** $y=x^4-x^2+2$. **C.** $y=-x^2+x-2$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Câu 8: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x-1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\left(\dfrac{125}{a}\right)$ bằng

A. $3+\log_5 a$. **B.** $3\log_5 a$. **C.** $(\log_5 a)^3$. **D.** $3-\log_5 a$.

Câu 10: Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $\dfrac{x}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{1}{x.\ln 2}$. **C.** $x.\ln 2$. **D.** $2^x.\ln 2$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý , $\sqrt[4]{a^7}$ bằng

A. a^{28}. **B.** $a^{\frac{4}{7}}$. **C.** $a^{\frac{7}{4}}$. **D.** $a^{\frac{1}{28}}$.

Câu 12: Nghiệm dương của phương trình $7^{x^2+1}=16807$ là

A. $x=2$. **B.** $x=2; x=-2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=4$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-3)=3$ là:

A. $x=11$. **B.** $x=12$. **C.** $x=3+\sqrt{3}$. **D.** $x=3+\sqrt[3]{2}$.

Câu 14: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4-2$ là:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^5-x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^5-2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^5+2x+C$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)=\sin 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\cos 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\cos 2x+C$.

Câu 16: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=1$ thì $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 17: Tích phân $\int_1^2 x(x+2)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{15}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{15}{4}$.

Câu 18: Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là:

A. $\bar{z}=3-2i$. **B.** $\bar{z}=2+3i$. **C.** $\bar{z}=3+2i$. **D.** $\bar{z}=-2+3i$.

Câu 19: Cho hai số phức $z=2+3i$ và $w=5+i$. Số phức $z+iw$ bằng

A. $3+8i$ **B.** $1+8i$ **C.** $8+i$ **D.** $7+4i$

Câu 20: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $9-5i$ có tọa độ là

A. $(5;-9)$. **B.** $(5;9)$. **C.** $(9;-5)$. **D.** $(9;5)$.

Câu 21: Một khối chóp có thể tích bằng 90 và diện tích đáy bằng 5. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 54. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 450.

Câu 22: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 5; 7; 8 bằng

A. 35. **B.** 280. **C.** 40. **D.** 56.

Câu 23: Một khối nón tròn xoay có chiều cao $h=6$ cm và bán kính đáy $r=5$ cm. Khi đó thể tích khối nón là:

A. $V=300\pi cm^3$. **B.** $V=20\pi cm^3$. **C.** $V=\frac{325}{3}\pi cm^3$. **D.** $V=50\pi cm^3$.

Câu 24: Cho một khối trụ có độ dài đường sinh là $l = 6\text{cm}$ và bán kính đường tròn đáy là $r = 5\text{cm}$. Diện tích toàn phần của khối trụ là

A. $110\pi\text{cm}^2$ **B.** $85\pi\ cm^2$. **C.** $55\pi\text{cm}^2$ **D.** $30\pi\text{cm}^2$

Câu 25: Trong không gian Oxyz cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$ với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục Ox, Oy. Tọa độ điểm A là

A. $A(2;1;0)$. **B.** $A(0;2;1)$. **C.** $A(0;1;1)$. **D.** $A(1;1;1)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;2;-2); R = 4$. **B.** $I(1;2;-2); R = \sqrt{2}$.

C. $I(-1;-2;2); R = 4$. **D.** $I(-1;-2;2); R = 3$.

Câu 27: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(1;1;1)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 2 = 0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4} = (1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (0;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;3)$.

Câu 29: Hàm số $y = \dfrac{x-7}{x+4}$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-6;0)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-5;1)$.

Câu 30: Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ?

A. $\dfrac{219}{323}$. **B.** $\dfrac{219}{323}$. **C.** $\dfrac{442}{506}$. **D.** $\dfrac{443}{506}$.

Câu 31: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $M = 10$. **B.** $M = 6$. **C.** $M = 11$. **D.** $M = 15$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(7 + 4\sqrt{3}\right)^{a-1} < 7 - 4\sqrt{3}$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

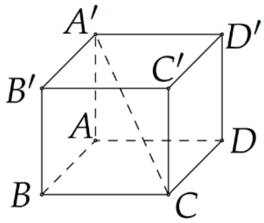
Câu 33: Cho $\int_2^4 f(x)dx=10$ và $\int_2^4 g(x)dx=5$. Tính $I=\int_2^4[3f(x)-5g(x)+2x]dx$

A. $I=17$. **B.** $I=15$. **C.** $I=-5$. **D.** $I=10$.

Câu 34: Cho số phức $z=2-3i$. Môđun của số phức $(1+i)\overline{z}$ bằng

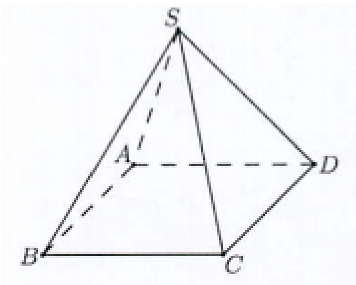
A. 26. **B.** 25. **C.** 5. **D.** $\sqrt{26}$.

Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=2\sqrt{2}$ và $AA'=4\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 6 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{7}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm là điểm $I(2;-3;1)$ và đi qua điểm $M(0;-1;2)$ có phương trình là:

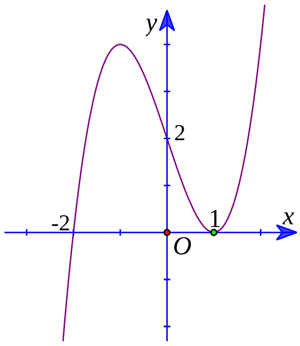
A. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-4;1;-3)$ và $B(0;-1;1)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=-4+2t\\y=-1-t\\z=-3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4t\\y=-1+2t\\z=1+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2t\\y=-1-t\\z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-4+4t\\y=-1-2t\\z=-3+4t\end{cases}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f\left(\frac{x}{2}\right)$ trên đoạn $[-5;3]$ bằng



A. $f(-2)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(-4)$. **D.** $f(2)$.

Câu 40: Có bao nhiêu số tự nhiên y sao cho ứng với mỗi y có không quá 148 số nguyên x thỏa mãn $\dfrac{3^{x+2}-\frac{1}{3}}{y-\ln x}\geq 0$?

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2-4x-1 & ,x\geq 5 \\ 2x-6 & ,x<5 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\ln 2} f\left(3e^x+1\right).e^x\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{77}{3}$. **B.** $\frac{77}{9}$. **C.** $\frac{68}{3}$. **D.** $\frac{77}{6}$.

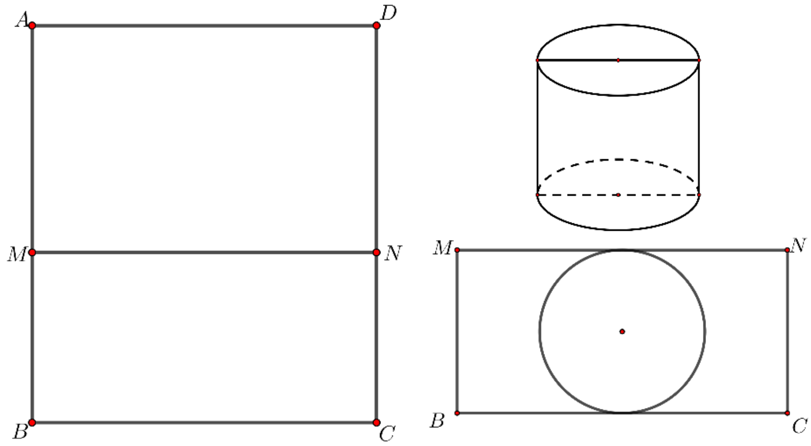
Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=|z+\overline{z}|=1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{6}$, $AD=\sqrt{3}$, tam giác SAC nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết hai mặt phẳng (SAB), (SAC) tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan\alpha=\frac{3}{4}$ và cạnh $SC=3$. Thể tích khối $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: Sử dụng mảnh inox hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 1m^2 và cạnh $BC=x(\text{m})$ để làm một thùng đựng nước có đáy, không có nắp theo quy trình như sau: Chia hình chữ nhật $ABCD$ thành 2 hình chữ nhật $ADNM$ và $BCNM$, trong đó phần hình chữ nhật $ADNM$ được gò thành phần xung quanh hình trụ có chiều cao bằng AM; phần hình chữ nhật $BCNM$ được cắt ra một hình tròn để làm đáy của hình trụ trên (phần inox thừa được bỏ đi) Tính gần đúng giá trị x để thùng nước trên có thể tích lớn nhất (coi như các mép nối không đáng kể).



A. $0,97m$. **B.** $1,37m$. **C.** $1,12m$. **D.** $1,02m$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình làcác mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		m		0		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘		↗	$+\infty$

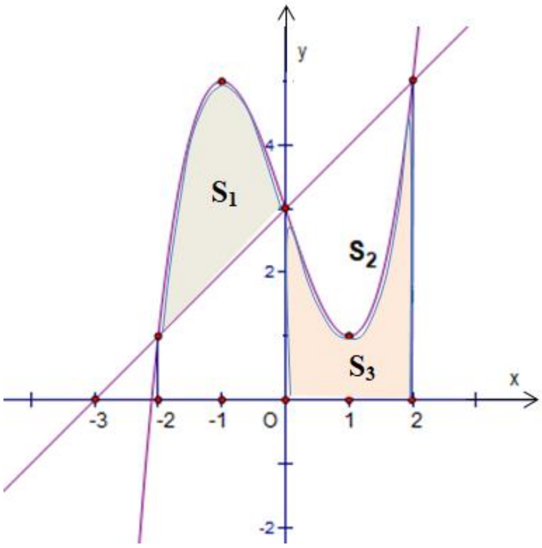
Hàm số $g(x)=\left|f(x^2)-x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m với $m>1$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn: $\left(m^{\log_5 x}+3\right)^{\log_5 m}=x-3 \quad (1)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ và đường thẳng $d:g\left(x\right)=mx+n$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S_1,S_2,S_3 lần lượt là diện tích của các phần giới hạn như hình bên. Nếu $S_1=4$ thì tỷ số $\dfrac{S_2}{S_3}$ bằng.



A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 49: Xét hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $\left|z_1\right|=2,\left|\left(1-i\right)z_2\right|=\sqrt{6}$ và $\left|z_1-z_2\right|=\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất $\left|2z_1+z_2-2021\right|$ bằng

A. 2044. **B.** $-\sqrt{23}+2021$. **C.** $\sqrt{23}+2021$. **D.** $2\sqrt{23}+2021$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $C\left(-1;2;11\right),H\left(-1;2;-1\right)$, hình nón $\left(N\right)$ có đường cao $CH=h$ và bán kính đáy là $R=3\sqrt{2}$. Gọi M là điểm trên đoạn CH, $\left(C\right)$ là thiết diện của mặt phẳng $\left(P\right)$ vuông góc với trục CH tại M của hình nón $\left(N\right)$. Gọi $\left(N'\right)$ là khối nón có đỉnh H đáy là $\left(C\right)$. Khi thể tích khối nón $\left(N'\right)$ lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp nón $\left(N'\right)$ có tọa độ tâm $I\left(a;b,c\right)$, bán kính là d. Giá trị $a+b+c+d$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -6.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	**2.D**	**3.B**	**4.D**	**5.C**	**6.C**	**7.D**	**8.C**	**9.D**	**10.B**
11.C	**12.A**	**13.A**	**14.C**	**15.B**	**16.A**	**17.B**	**18.B**	**19.B**	**20.D**
21.A	**22.B**	**23.D**	**24.A**	**25.A**	**26.A**	**27.D**	**28.D**	**29.C**	**30.D**
31.D	**32.A**	**33.A**	**34.D**	**35.A**	**36.B**	**37.D**	**38.C**	**39.A**	**40.C**
41.B	**42.C**	**43.B**	**44.D**	**45.C**	**46.C**	**47.B**	**48.B**	**49.C**	**50.C**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau?

A. C_{10}^3. **B.** 3^{10}. **C.** A_{10}^3. **D.** $9.A_9^2$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{abc}$.

Do $a \neq 0$ nên có 9 cách chọn chữ số a . Hai chữ số b và c có A_9^2 cách chọn.

Vậy có $9.A_9^2$ số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = 6$ và $u_3 = -2$. Giá trị của u_8 bằng

A. -8. **B.** 22. **C.** 34. **D.** -22.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết $u_1 = 6$ và $u_3 = -2$ suy ra ta có: $u_2 = \dfrac{u_1 + u_3}{2} = 2 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 2 - 6 = -4$.

Vậy $u_8 = u_1 + 7d = -22$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$ $+\infty$		-1		0		1	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ $+\infty$	↘		↗		↘		↗ 4

	-1	-1

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. . **B.** $(0;1)$.

C. $(-1;4)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lờigiải

ChọnB

Từ bảng biến thiên ta thấy hàmsố nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗ $+\infty$

Hàmsố $f(x)$đạt cực đại tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=-5$. **C.** $x=3$. **D.** $x=0$.

Lờigiải

Chọn D

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có

$f'(x)<0$, $\forall x\in(0;3)$ và $f'(x)>0$, $\forall x\in(3;+\infty)$ suy ra hàmsốđạtcựctiểutại $x=3$.

$f'(x)>0$, $\forall x\in(-\infty;0)$ và $f'(x)<0$, $\forall x\in(0;3)$ suy ra hàmsốđạtcựcđạitại $x=0$.

Câu 5: Cho hàmsố $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm dưới đây

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	+	0	+	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lờigiải

ChọnC

Hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 6: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+3}{2x-1}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lờigiải

ChọnC

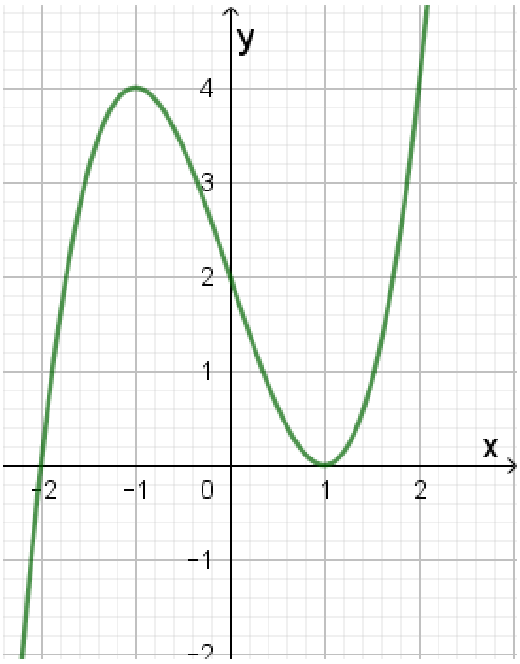
Ta có :

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{5x+3}{2x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{5+\dfrac{3}{x}}{2-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{5}{2}$ nên đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vì $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\dfrac{5x+3}{2x-1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-}\dfrac{5x+3}{2x-1}=-\infty$ nên đườngthẳng $x=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

Vậy độ thị hàm số đã cho có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên:



A. $y=-x^3+3x+2$. **B.** $y=x^4-x^2+2$. **C.** $y=-x^2+x-2$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị đã cho có hình dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ nên loại phương án **B** và **C.**

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$ nên loại phương án **A.**

Câu 8: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x-1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Để tìm tọa độ của giao điểm với trục hoành, ta cho $y=0 \Leftrightarrow \dfrac{x-3}{2x-1}=0 \Rightarrow x-3=0 \Leftrightarrow x=3$.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\left(\dfrac{125}{a}\right)$ bằng

A. $3+\log_5 a$. **B.** $3\log_5 a$. **C.** $(\log_5 a)^3$. **D.** $3-\log_5 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_5\left(\dfrac{125}{a}\right)=\log_5 125-\log_5 a=3-\log_5 a$.

Câu 10: Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $\dfrac{x}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{1}{x.\ln 2}$. **C.** $x.\ln 2$. **D.** $2^x.\ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=(\log_2 x)'=\dfrac{1}{x.\ln 2}$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý , $\sqrt[4]{a^7}$ bằng

A. a^{28}. **B.** $a^{\frac{4}{7}}$. **C.** $a^{\frac{7}{4}}$. **D.** $a^{\frac{1}{28}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$ với mọi $a>0$ và $m,n\in\mathbb{Z}^+$.

Câu 12: Nghiệm dương của phương trình $7^{x^2+1}=16807$ là

A. $x=2$. **B.** $x=2; x=-2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $7^{x^2+1}=16807 \Leftrightarrow 7^{x^2+1}=7^5 \Leftrightarrow x^2-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-3)=3$ là:

A. $x=11$. **B.** $x=12$. **C.** $x=3+\sqrt{3}$. **D.** $x=3+\sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2(x-3)=3 \Leftrightarrow \log_2(x-3)=\log_2 2^3 \Leftrightarrow x-3=2^3 \Leftrightarrow x=11$.

Câu 14: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4-2$ là:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^5-x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^5-2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^5+2x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(5x^4-2)\mathrm{d}x=x^5-2x+C$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)=\sin 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\cos 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức: $\int \sin(ax+b)\mathrm{d}x=-\frac{1}{a}\cos(ax+b)+C$.

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \sin 2x\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 16: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=1$ thì $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 1-(-3) = 4.$$

Câu 17: Tích phân $\int_1^2 x(x+2)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{15}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 x(x+2)\mathrm{d}x = \int_1^2 (x^2+2x)\mathrm{d}x = \left(\frac{x^3}{3}+x^2\right)\Big|_1^2 = \frac{16}{3}$.

Câu 18: Số phức liên hợp của số phức $z = 2-3i$ là:

A. $\bar{z} = 3-2i$. **B.** $\bar{z} = 2+3i$. **C.** $\bar{z} = 3+2i$. **D.** $\bar{z} = -2+3i$.

Lời giải

Chọn B

Phương pháp: Cho số phức $z = a+bi$ $(a,b \in \mathbb{R})$. Số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = a-bi$.

Ta có: Số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z = 2-3i$ là $\bar{z} = 2+3i$.

Câu 19: Cho hai số phức $z = 2+3i$ và $w = 5+i$. Số phức $z+iw$ bằng

A. $3+8i$ **B.** $1+8i$ **C.** $8+i$ **D.** $7+4i$

Lời giải

Chọn B

Ta có $z+iw = (2+3i)+i(5+i) = 1+8i$.

Câu 20: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $9-5i$ có tọa độ là

A. $(5;-9)$. **B.** $(5;9)$. **C.** $(9;-5)$. **D.** $(9;5)$.

Lời giải

Chọn D

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $9-5i$ có tọa độ là $(9;5)$.

HavaMATH

Câu 21: Một khối chóp có thể tích bằng 90 và diện tích đáy bằng 5. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 54. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 450.

Lời giải

Chọn A.

Chiều cao đáy của khối chóp có thể tích bằng 90 và diện tích đáy bằng 5 là $h=\frac{3V}{B}=54$.

Câu 22: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 5; 7; 8 bằng

A. 35. **B.** 280. **C.** 40. **D.** 56.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 5; 7; 8 bằng $V=a.b.c=280$.

Câu 23: Một khối nón tròn xoay có chiều cao $h=6$ cm và bán kính đáy $r=5$ cm. Khi đó thể tích khối nón là:

A. $V=300\pi cm^3$. **B.** $V=20\pi cm^3$. **C.** $V=\frac{325}{3}\pi cm^3$. **D.** $V=50\pi cm^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối nón: $V=\frac{1}{3}\pi.5^2.6=50\pi cm^3$.

Câu 24: Cho một khối trụ có độ dài đường sinh là $l=6$cm và bán kính đường tròn đáy là $r=5$cm. Diện tích toàn phần của khối trụ là

A. $110\pi \text{cm}^2$ **B.** $85\pi\ cm^2$. **C.** $55\pi \text{cm}^2$ **D.** $30\pi \text{cm}^2$

Lời giải

Chọn A

$S_{tp}=2S_{Đáy}+S_{Xq}=2\pi r^2+2\pi rl=2\pi r\left(r+l\right)=110\pi \text{cm}^2$

$S_{tp}=2S_{Đáy}+S_{Xq}=2\pi r^2+2\pi rl=2\pi r\left(r+l\right)=30\pi \text{cm}^2$

Câu 25: Trong không gian Oxyz cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+\vec{j}$ với $\vec{i},\vec{j}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục Ox, Oy. Tọa độ điểm A là

A. $A(2;1;0)$. **B.** $A(0;2;1)$. **C.** $A(0;1;1)$. **D.** $A(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+\vec{j}\Rightarrow\overrightarrow{OA}=(2;1;0)\Rightarrow A(2;1;0)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;2;-2)$; $R=4$.
B. $I(1;2;-2)$; $R=\sqrt{2}$.
C. $I(-1;-2;2)$; $R=4$.
D. $I(-1;-2;2)$; $R=3$.

Lời giải

Chọn A

$(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0\Rightarrow a=1;\ b=2;\ c=-2;\ d=-7$.

$\Rightarrow$ Mặt cầu (S) có bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=4$ và có tâm $I(1;2;-2)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y-z-3=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1;0)$.
B. $(0;1;-2)$.
C. $(2;-1;3)$.
D. $(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ từng điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy chỉ $(1;1;1)$ thỏa mãn

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$.
B. $\overrightarrow{u_4}=(1;2;3)$.
C. $\overrightarrow{u_3}=(0;-2;3)$.
D. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $d\perp(P)$ nên $\Rightarrow\overrightarrow{u_d}$ cùng phương $\overrightarrow{n_{(P)}}$ hay $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương của d

Câu 29: Hàm số $y=\dfrac{x-7}{x+4}$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;+\infty)$.
B. $(-6;0)$.
C. $(1;4)$.
D. $(-5;1)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-4\}$.

Ta có $y'=\frac{11}{(x+4)^2}>0, \forall x\in D$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-4)$ và $(-4;+\infty)$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(1;4)$.

Câu 30: Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ?

A. $\frac{219}{323}$. **B.** $\frac{219}{323}$. **C.** $\frac{442}{506}$. **D.** $\frac{443}{506}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố "4 học sinh được gọi có cả nam và nữ", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "4 học sinh được gọi toàn là nam hoặc toàn là nữ"

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{25}^4=12650$.

Ta có $n(\overline{A})=C_{15}^4+C_{10}^4=1575\Rightarrow P(\overline{A})=\frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)}=\frac{63}{506}$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{63}{506}=\frac{443}{506}$.

Câu 31: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $M=10$. **B.** $M=6$. **C.** $M=11$. **D.** $M=15$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=6x^2+6x-12=6(x^2+x-2)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-1;2]\\x=-2\notin[-1;2]\end{array}\right.$$

Ngoài ra $y(-1)=15; y(1)=-5; y(2)=6$ nên $M=15$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1}<7-4\sqrt{3}$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(7-4\sqrt{3}\right)=1$ nên $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1}<7-4\sqrt{3}\Leftrightarrow\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1}<\left(7+4\sqrt{3}\right)^{-1}$

$\Leftrightarrow a-1<-1\Leftrightarrow a<0$ (do $7+4\sqrt{3}>1$).

Câu 33: Cho $\int\limits_2^4 f\left(x\right)dx=10$ và $\int\limits_2^4 g\left(x\right)dx=5$. Tính $I=\int\limits_2^4\left[3f\left(x\right)-5g\left(x\right)+2x\right]dx$

A. $I=17$. **B.** $I=15$. **C.** $I=-5$. **D.** $I=10$.

Lời giải

Chọn A

$I=3\int\limits_2^4 f\left(x\right)dx-5\int\limits_2^4 g\left(x\right)dx+\int\limits_2^4 2xdx=3.10-5.5+12=17$.

Câu 34: Cho số phức $z=2-3i$. Môđun của số phức $\left(1+i\right)\overline{z}$ bằng

A. 26. **B.** 25. **C.** 5. **D.** $\sqrt{26}$.

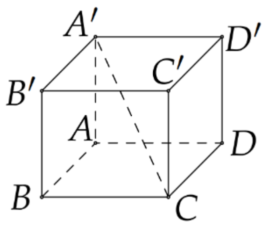
Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(1+i\right)\overline{z}=\left(1+i\right)\left(2+3i\right)=-1+5i$

Do đó $\left|\left(1+i\right)\overline{z}\right|=\sqrt{\left(-1\right)^2+5^2}=\sqrt{26}$.

Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=2\sqrt{2}$ và $AA'=4\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng

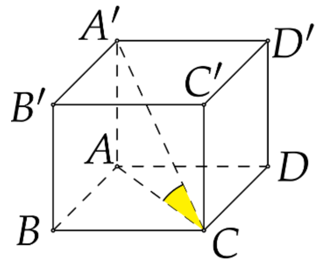


A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn A

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $AA'\perp\left(ABCD\right)$. Do đó góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là ACA'.

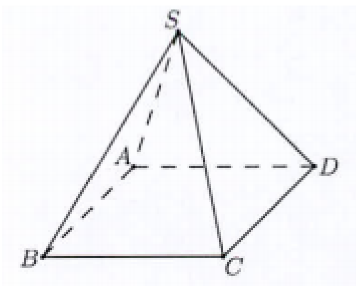


Vì $AB = AD = 2\sqrt{2}$ nên $ABCD$ là hình vuông có đường chéo $AC = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.\sqrt{2} = 4$.

Tam giác ACA' vuông tại A và có $AA' = 4\sqrt{3}$, $AC = 4$ nên $\tan ACA' = \dfrac{AA'}{AC} = \dfrac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

Suy ra $ACA' = 60^0$. Vậy góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 6 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{7}$

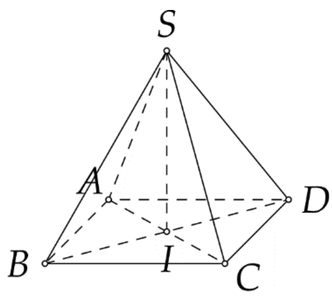
Lời giải

Chọn B

Gọi $I = AC \cap BD$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng 4 nên đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB = 4$ và hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ là tâm I của hình vuông $ABCD$.

Do đó, khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng SI



Ta có $AC = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow IA = \dfrac{1}{2}AC = 2\sqrt{2}$

Cạnh bên $SA=6$ và tam giác SAI vuông tại I nên

$SI=\sqrt{SA^2-AI^2}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{36-8}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

Vậy khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $2\sqrt{7}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm là điểm $I(2;-3;1)$ và đi qua điểm $M(0;-1;2)$ có phương trình là:

A. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=3.$ **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3.$

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9.$ **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9.$

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu tâm là điểm $I(2;-3;1)$ và đi qua điểm $M(0;-1;2)$ có bán kính là IM.

Ta có $\overrightarrow{IM}=(-2;2;1)\Rightarrow r=IM=\sqrt{(-2)^2+2^2+1^2}=\sqrt{9}=3$

Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9.$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-4;1;-3)$ và $B(0;-1;1)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=-4+2t \\ y=-1-t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4t \\ y=-1+2t \\ z=1+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2t \\ y=-1-t \\ z=1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-4+4t \\ y=-1-2t \\ z=-3+4t \end{cases}$.

Lời giải

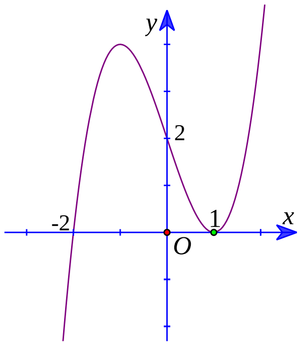
Chọn C

Đường thẳng đi qua điểm $A(-4;1;-3)$ và $B(0;-1;1)$ có vectơ chỉ phương là

$$\overrightarrow{AB}=(4;-2;4)=2(2;-1;2)$$

Phương trình tham số của đường thẳng (AB) đi qua điểm $B(0;-1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}(4;-2;4)=(2;-1;2)$ là $\begin{cases} x=2t \\ y=-1-t \\ z=1+2t \end{cases}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f\left(\frac{x}{2}\right)$ trên đoạn $[-5;3]$ bằng



A. $f(-2)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(-4)$. **D.** $f(2)$.

Lời giải

Chọn A

$$g'(x)=0\Leftrightarrow \frac{1}{2}f'\left(\frac{x}{2}\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{x}{2}=-2\\ \frac{x}{2}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-4\\ x=2\end{array}\right..$$

$$g'(x)<0\Leftrightarrow f'\left(\frac{x}{2}\right)<0\Leftrightarrow \frac{x}{2}<-2\Leftrightarrow x<-4.$$

Bảng biến thiên

x	-5		-4		2		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	$g(-4)$	$\nearrow$			

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên $[-5;3]$ bằng $g(-4)=f(-2)$.

Câu 40: Có bao nhiêu số tự nhiên y sao cho ứng với mỗi y có không quá 148 số nguyên x thỏa mãn

$$\frac{3^{x+2}-\frac{1}{3}}{y-\ln x}\geq 0?$$

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ x\neq e^{y}\\ y\geq 0\end{cases}$

+ Trường hợp 1: $\begin{cases} 3^{x+1} - \dfrac{1}{3} \le 0 \\ y - \ln x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le -3 \\ x > e^y \ge e^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow x \in \varnothing$

+ Trường hợp 2: $\begin{cases} 3^{x+1} - \dfrac{1}{3} \ge 0 \\ y - \ln x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -3 \\ x < e^y \end{cases}$

Kết hợp điều kiện $x > 0;\ e^y \ge e^0 = 1$. Ta có $0 < x < e^y$

Để có không quá 148 số nguyên x thì $1 \le e^y \le 149 \Leftrightarrow 0 \le y \le \ln 149 \approx 5{,}004$

$\Rightarrow y \in \{0;1;2;3;4;5\}$. Có 6 số nguyên y.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 1 & , x \ge 5 \\ 2x - 6 & , x < 5 \end{cases}$. Tích phân $\int\limits_0^{\ln 2} f\left(3e^x + 1\right).e^x \mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{77}{3}$. **B.** $\dfrac{77}{9}$. **C.** $\dfrac{68}{3}$. **D.** $\dfrac{77}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x \to 5^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 5^+} f(x) = f(5) = 4$ nên hàm số liên tục tại $x = 5$.

Vậy hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Đặt $t = 3e^x + 1 \Rightarrow e^x \mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\mathrm{d}t$

Đổi cận : $x = 0 \Rightarrow t = 4$; $x = \ln 2 \Rightarrow t = 7$

Khi đó $I = \dfrac{1}{3}\int\limits_4^7 f(t)\mathrm{d}t = \dfrac{1}{3}\int\limits_4^7 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\left(\int\limits_4^5 (2x-6)\mathrm{d}x + \int\limits_5^7 \left(x^2 - 4x - 1\right)\mathrm{d}x\right) = \dfrac{77}{9}$.

Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = |z + \overline{z}| = 1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có Giả sử $z = x + yi\ \ (x,\ y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z} = x - yi \Rightarrow z + \overline{z} = 2x$.

Bài ra ta có $\begin{cases} |z| = 1 \\ |z + \overline{z}| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \\ |2x| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x = \pm\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Với $x = \pm\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{4} + y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Do đó có 4 số phức thỏa mãn là $z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_3=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$,

$z_4=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{6}$, $AD=\sqrt{3}$, tam giác

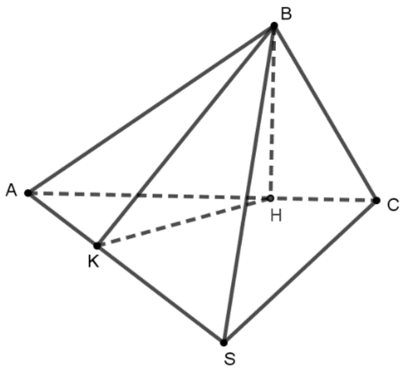
SAC nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết hai mặt phẳng (SAB), (SAC) tạo

với nhau góc α thỏa mãn $\tan\alpha=\frac{3}{4}$ và cạnh $SC=3$. Thể tích khối $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$V_{S.ABCD}=2V_{S.ABC}=2V_{B.SAC}$. Kẻ BH vuông góc với AC tại H.

Ta có: $AC=3, BH=\sqrt{2}$, $HC=1$.

$\tan\alpha=\tan BKH=\frac{BH}{KH}\Rightarrow KH=\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

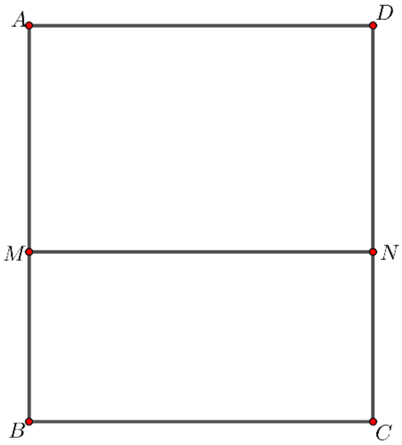
$\sin SAC=\frac{KH}{HA}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\Rightarrow\cos SAC=\frac{1}{3}$.

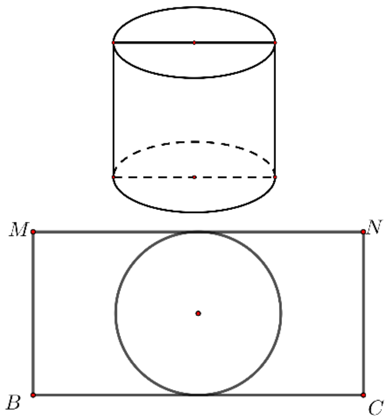
$SC^2=SA^2+AC^2-2AS.AC.\cos SAC\Rightarrow SA=2$.

$S_{SAC}=\frac{1}{2}SA.AC.\sin SAC=\frac{1}{2}.2.3.\frac{2\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=2.\frac{1}{3}.2\sqrt{2}.\sqrt{2}=\frac{8}{3}$.

Câu 44: Sử dụng mảnh inox hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 1m^2 và cạnh $BC = x(\text{m})$ để làm một thùng đựng nước có đáy, không có nắp theo quy trình như sau: Chia hình chữ nhật $ABCD$ thành 2 hình chữ nhật $ADNM$ và $BCNM$, trong đó phần hình chữ nhật $ADNM$ được gò thành phần xung quanh hình trụ có chiều cao bằng AM; phần hình chữ nhật $BCNM$ được cắt ra một hình tròn để làm đáy của hình trụ trên (phần inox thừa được bỏ đi) Tính gần đúng giá trị x để thùng nước trên có thể tích lớn nhất (coi như các mép nối không đáng kể).





A. $0,97m$. **B.** $1,37m$. **C.** $1,12m$. **D.** $1,02m$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $AB.BC = 1 \Rightarrow AB = \dfrac{1}{BC} = \dfrac{1}{x}(\text{m})$.

Gọi $r(\text{m})$ là bán kính đáy hình trụ inox gò được, ta có chu vi hình tròn đáy bằng $BC = x(\text{m})$. Do đó $2\pi r = x \Leftrightarrow r = \dfrac{x}{2\pi}(\text{m})$.

Như vậy $BM = 2r = \dfrac{x}{\pi} \Rightarrow AM = AB - BM = \dfrac{1}{x} - \dfrac{x}{\pi}(\text{m})$.

Thể tích khối trụ inox gò được là $V = \pi r^2 h = \pi.\left(\dfrac{x}{2\pi}\right)^2.\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{x}{\pi}\right) = \dfrac{1}{4\pi^2}x\left(\pi - x^2\right)$.

Xét hàm số $f(x) = x\left(\pi - x^2\right)$ với $x > 0$.

$f'(x) = \pi - 3x^2$; $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\dfrac{\pi}{3}}$;

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(0; \sqrt{\dfrac{\pi}{3}}\right)$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(\sqrt{\dfrac{\pi}{3}}; +\infty\right)$.

Bởi vậy $f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}};+\infty\right)$.

Suy ra $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)=\frac{2\pi\sqrt{3\pi}}{9}\Rightarrow V_{\max}\Leftrightarrow f(x)_{\max}\Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{\pi}{3}}\approx 1,02(\text{m})$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình làcác mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$.   **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $(\alpha): 3x+y-7=0$.

Đường thẳng cần tìm d cách đều hai điểm A, B nên d thuộc mặt phẳng (α).

Lại có $d\subset(P)$, suy ra $d=(P)\cap(\alpha)$ hay $d: \begin{cases} x+y+z-7=0 \\ 3x+y-7=0 \end{cases}$.

Chọn $x=t$, ta được $\begin{cases} z=2t \\ y=7-3t \end{cases}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		m		0		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f(x^2)-x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.   **B.** 3.   **C.** 5.   **D.** 7

Lời giải

Chọn C

Đặt $h(x)=f(x^2)-x^2\Rightarrow h(0)=0$.

Ta có $h'(x)=2xf'(x^2)-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'(x^2)=1 \end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $t = f'(x)$ ta có phương trình $f'(x)=1$ có duy nhất một nghiệm và nghiệm đó dương. Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $f'(x)=1$.

Suy ra $f'(x^2)=1 \Leftrightarrow x^2 = x_0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{x_0}$.

Ta có $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.

Khi đó $h(x) = f(x^2) - x^2$ là hàm bậc 8 và $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

Lập bảng biến thiên của $h(x)$ ta có

x	$-\infty$		$-\sqrt{x_0}$		0		$\sqrt{x_0}$		$+\infty$
$h'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$h(x)$	$+\infty$	↘		↗	0	↘		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m với $m > 1$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn: $\left(m^{\log_5 x} + 3\right)^{\log_5 m} = x - 3 \quad (1)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$

Đặt $m^{\log_5 x} + 3 = u$ thay vào phương trình (1) ta được: $u^{\log_5 m} = x - 3 \Leftrightarrow x = u^{\log_5 m} + 3$.

Vì $u^{\log_5 m} = m^{\log_5 u}$. Từ đó ta có hệ Phương trình $\begin{cases} u = m^{\log_5 x} + 3 \\ x = u^{\log_5 m} + 3 \end{cases}$.

Xét hàm đặc trưng $f(t) = m^t + 3$ trên $\mathbb{R}$.

Do $m > 1$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, $f(\log_5 x) = f(\log_5 u) \Leftrightarrow x = u$.

Vì thế, ta đưa về xét phương trình: $x = m^{\log_5 x} + 3 \Leftrightarrow x = x^{\log_5 m} + 3 \Leftrightarrow x - 3 = x^{\log_5 m}$

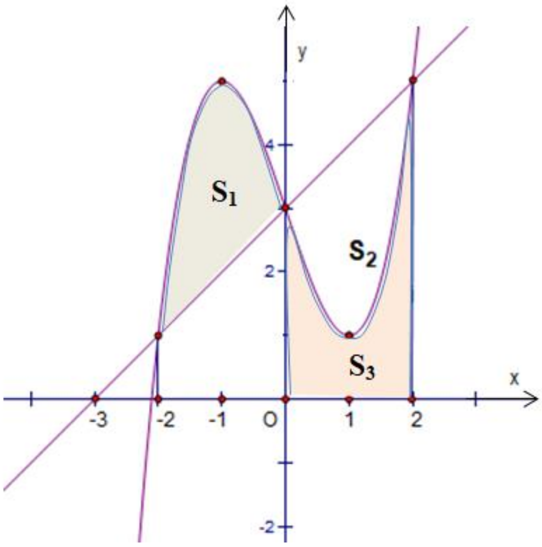
$\Leftrightarrow \log_5(x-3) = \log_5\left(x^{\log_5 m}\right) \Leftrightarrow \log_5(x-3) = \log_5 x.\log_5 m \Leftrightarrow \log_5 m = \dfrac{\log_5(x-3)}{\log_5 x}$

Do $x>0$ nên $x-3<x$ nên $\log_5 m=\dfrac{\log_5(x-3)}{\log_5 x}<1 \Leftrightarrow m<5$.

Suy ra $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ 1<m<5 \end{cases} \Rightarrow m\in\{2,3,4\}$.

Vậy, có 3 giá trị tham số m thỏa mãn.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và đường thẳng $d:g(x)=mx+n$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S_1,S_2,S_3 lần lượt là diện tích của các phần giới hạn như hình bên. Nếu $S_1=4$ thì tỷ số $\dfrac{S_2}{S_3}$ bằng.



A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

Chọn B

• Dựa vào đồ thị như hình vẽ, ta có: $f(x)-g(x)=k.x(x+2)(x-2)$.

$$g(x)=x+3$$

$$S_1=S_2=\int_{-2}^{0} kx(x+2)(x-2)dx=4k$$

$$S_2+S_3=\frac{\left(|g(0)|+|g(2)|\right).2}{2}=\frac{(3+5).2}{2}=8$$

Vì $S_1=4 \Rightarrow S_2=4 \Rightarrow S_3=8-4=4$. Vậy $\dfrac{S_2}{S_3}=1$.

Câu 49: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |(1-i)z_2| = \sqrt{6}$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất $|2z_1 + z_2 - 2021|$ bằng

A. 2044. **B.** $-\sqrt{23} + 2021$. **C.** $\sqrt{23} + 2021$. **D.** $2\sqrt{23} + 2021$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết thì

$|z_1| = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 4$

$|(1-i)z_2| = \sqrt{6} \Leftrightarrow |z_2| = \dfrac{\sqrt{6}}{|1-i|} = \sqrt{3} \Rightarrow c^2 + d^2 = 3$

$|z_1 - z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow (a-c)^2 + (b-d)^2 = 5$

Do đó $a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 5 \Rightarrow ac + bd = 1$

Ta có $2z_1 + z_2 = (2a + c) + (2b + d)i$ nên

$|2z_1 + z_2|^2 = (2a + c)^2 + (2b + d)^2 = 4(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 4(ac + bd) = 23$

Áp dụng bất đẳng thức $|z + z'| \le |z| + |z'|$, ta có

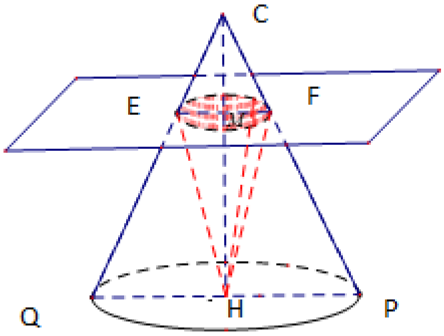
$|2z_1 + z_2 - 2021| \le |2z_1 + z_2| + |-2021| = \sqrt{23} + 2021$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $C(-1;2;11), H(-1;2;-1)$, hình nón (N) có đường cao $CH = h$ và bán kính đáy là $R = 3\sqrt{2}$. Gọi M là điểm trên đoạn CH, (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục CH tại M của hình nón (N). Gọi (N') là khối nón có đỉnh H đáy là (C). Khi thể tích khối nón (N') lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp nón (N') có tọa độ tâm $I(a;b,c)$, bán kính là d. Giá trị $a + b + c + d$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Chọn C



Đặt $HM = x$, $0 < x < h$. Gọi I, R, r lần lượt là tâm và bán kính đường tròn đáy của nón (N), bán kính đường tròn (C). Khi đó ta có $CH = h = 12$ là chiều cao của $(N), R = 3\sqrt{2}$.

Khi đó C, I, H thẳng hàng (I nằm giữa C, H).

Do tam giác $\Delta CEM \backsim \Delta CQH$ nên

$$\frac{EM}{QH} = \frac{CM}{CH} \Leftrightarrow EM = \frac{QH.CM}{CH} \Leftrightarrow r = EM = FM = \frac{R(h-x)}{h}.$$

Thể tích của khối nón đỉnh O đáy là (C) là

$$V = \frac{1}{3}\pi EM^2.HM = \frac{1}{3}\pi\left[\frac{R(h-x)}{h}\right]^2 x = \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x.$$

Ta có Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x$, $(0 < x < h)$

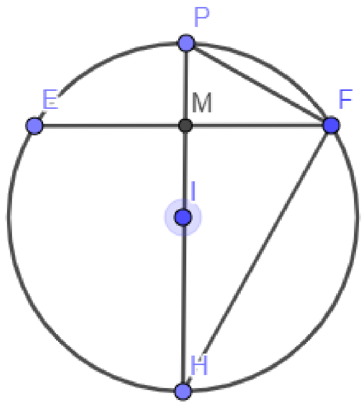
$$f'(x) = \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x);\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x) \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}.$$

Lập bảng biến thiên ta có

x	0		$\frac{h}{3}$		h
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{4\pi R^2 h}{81}$	$\searrow$	

Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất khi $x = \frac{h}{3}$

Chú ý: Có thể đánh giá dựa vào



$\left(h-x\right)^2 x=(h-x)(h-x)x=\dfrac{1}{2}(h-x)(h-x)2x\le \dfrac{1}{2}(\dfrac{h-x+h-x+2x}{3})^3$ với $0<x<h$ .Dấu "=" xảy ra khi ba số $(h-x)=(h-x)=2x \Leftrightarrow x=\dfrac{h}{3}$.

Khi đó $HM=x=\dfrac{h}{3}=4$, $r=\dfrac{R.CM}{h}=\dfrac{R.(h-x)}{h}=2\sqrt{2}=MF$

Gọi P là giao điểm của HM với mặt cầu ngoại tiếp nón $\left(N'\right)$. Ta có ΔHFP vuông tại F $\Rightarrow HF^2=HM.HP$

$\Leftrightarrow HM^2+MF^2=HM.HP \Leftrightarrow 16+\left(2\sqrt{2}\right)^2=4.HP \Rightarrow HP=6$

$\Rightarrow d=HI=3=\dfrac{1}{4}HC \Rightarrow \overrightarrow{HI}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{HC} \Rightarrow I(-1;2;2)$.

Vậy $a+b+c+d=6$.