ĐỀ SỐ 11

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

A. C_{13}^2. **B.** A_{13}^2. **C.** 13. **D.** $C_5^2 + C_8^2$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 1; u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân.

A. $q = 21$. **B.** $q = \pm 4$. **C.** $q = 4$. **D.** $q = 2\sqrt{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	-26	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(-1; 4)$. **C.** $(-1; 2)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -4$. **D.** $x = -1$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

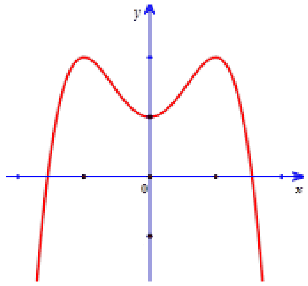
Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+4}{x-2}$ là đường thẳng:

A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = -3$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+5}{x-1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. $x=1$. **B.** $x=-5$. **C.** $x=5$. **D.** $x=-1$.

Câu 9. Với a và b là các số thực dương và $a\ne 1$. Biểu thức $\log_a\left(a^2b\right)$ bằng

A. $2-\log_a b$. **B.** $2+\log_a b$. **C.** $1+2\log_a b$. **D.** $2\log_a b$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2}$ là

A. $y'=\dfrac{x.2^{1+x^2}}{\ln 2}$. **B.** $y'=x.2^{1+x^2}.\ln 2$. **C.** $y'=2^x.\ln 2^x$.. **D.** $y'=\dfrac{x.2^{1+x}}{\ln 2}$.

Câu 11. Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$

A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=16$ là

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $x=7$. **D.** $x=8$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_9\ x+1\ =\dfrac{1}{2}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-4$. **C.** $x=4$. **D.** $x=\dfrac{7}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $f\left(x\right)=4x^3+\sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4-\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4-3\cos 3x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+3\cos 3x+C$.

Câu 15. Cho hàm số $f\left(x\right)=3x^2+\mathrm{e}^x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=6x+e^x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+e^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=6x-e^x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3-e^x+C$.

Câu 16. Cho $I=\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Khi đó $J=\int\limits_0^2\left[4f\left(x\right)-3\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 17. Tích phân $I=\int\limits_0^2 (2x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=6$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Câu 18. Mô đun của số phức $z=3+4i$ là

A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Phần ảo của số phức liên hợp $z=3z_1-2z_2$.

A. 12. **B.** -12. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 20. Cho số phức $z=1-2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $Q(1;2)$. **B.** $N(2;1)$. **C.** $M(1;-2)$. **D.** $P(-2;1)$.

Câu 21. Một khối chóp tam giác có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 8 **B.** 4. **C.** 12. **D.** 24

Câu 22. Thể tích của khối cầu có đường kính 6 bằng

A. 36π **B.** 27π. **C.** 288π. **D.** $\frac{4}{3}\pi$

Câu 23. Công thức tính diện tích toàn phần của hình nón có bán kính đáy r và đường sinh l là:

A. $S_{tp}=\pi r^2+\pi rl$ **B.** $S_{tp}=2\pi r+\pi rl$ **C.** $S_{tp}=2\pi rl$ **D.** $S_{tp}=\pi r^2+2\pi r$.

Câu 24. Một hình lập phương có cạnh là 4, một hình trụ có đáy nội tiếp đáy hình lập phương chiều cao bằng chiều cao hình hình lập phương. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $4\pi+4$ **B.** 8π. **C.** $4\pi^2+4\pi$ **D.** 16π

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;4;-1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(2;2;2)$ **B.** $(2;2;-4)$ **C.** $(2;2;-2)$ **D.** $(2;3;1)$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z=1$ có tâm là

A. $(2;4;-2)$ **B.** $(1;2;1)$ **C.** $(1;2;-1)$ **D.** $(-1;-2;1)$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;3)$ là:

A. $(P_1): 3x+2y+z=0$. **B.** $(P_2): x+2y+3z-1=0$.

C. $(P_3): x+2y+3z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+3z-1=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chi phương của đường thẳng AB biết tọa độ điểm $A(1;2;3)$ và tọa độ điểm $B(3;2;1)$?

A. $\vec{u}_1=(1;1;1)$ **B.** $\vec{u}_2=(1;-2;1)$ **C.** $\vec{u}_3=(1;0;-1)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;3;1)$

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một quân bài trong bộ bài tây 52 quân. Xác suất đề chọn được một quân 2 bằng:

A. $\frac{1}{26}$. **B.** $\frac{1}{52}$ **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y=-x^2+2x$ **C.** $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=-x^4-3x^2+2$

Câu 31. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+2x^2-3$ trên đoạn $[-1;2]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 21. **B.** -3 **C.** 18 **D.** 15.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2}\le 8$ là

A. $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]$

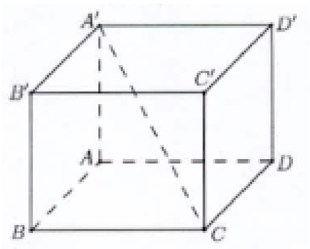
Câu 33. Nếu $\int_0^2\left[f(x)-x\right]dx=1$ thì $\int_0^2 f(x)\,dx$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 34. Cho số phức $z=1+2i$. Môđun của số phức $(1+i)z$ bằng

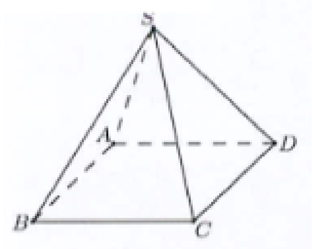
A. $\sqrt{10}$ **B.** 5 **C.** 10 **D.** $\sqrt{5}$

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $AB=1, AA'=\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $30°$ **B.** $45°$ **C.** $60°$ **D.** $90°$

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 5 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\sqrt{21}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{17}$ **D.** 3

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm tại gốc tọa độ và đi qua điểm $A(0;3;0)$ có phương trình là:

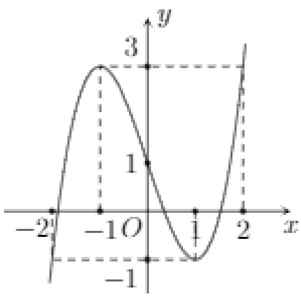
A. $x^2+y^2+z^2=3$ **B.** $x^2+y^2+z^2=9$

C. $x^2+(y-3)^2+z^2=3$ **D.** $x^2+(y-3)^2+z^2=9$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3;-1), B(1;-1;2)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=2-t \\ y=3-4t \\ z=-1+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=-1+2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=2-t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $g(x)=f(2x-1)-2x+1$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0;1]$ bằng



A. $f(1)-1$ **B.** $f(-1)+1$ **C.** $f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}$ **D.** $f(0)$

Câu 40. Số giá trị nguyên dương của y để bất phương trình $3^{2x+2}-3^x\left(3^{y+2}+1\right)+3^y<0$ có không quá 30 nghiệm nguyên x là

A. 28 **B.** 29 **C.** 30 **D.** 31

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $f(1)=-\frac{1}{2}$ và

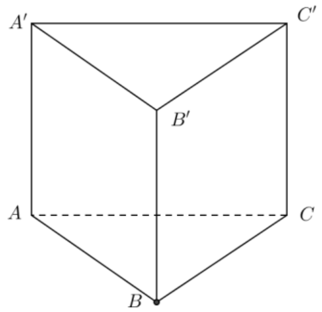
$f(x)+xf'(x)=\left(2x^3+x^2\right)f^2(x), \forall x\in[1;2]$. Giá trị của tích phân $\int_1^2 xf(x)dx$ bằng

A. $\ln\frac{4}{3}$. **B.** $\ln\frac{3}{4}$. **C.** $\ln 3$. **D.** 0.

Câu 42. Cho số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $(z+1+i)(\overline{z}-i)+3i=9$ và $|\overline{z}|>2$. Tính $P=a+b$.

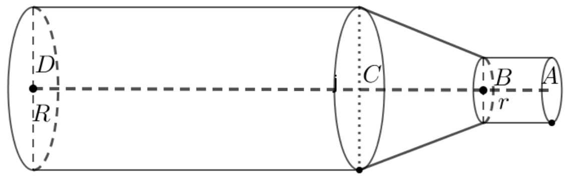
A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 43. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BC=a$ biết mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) một góc 60^0 (tham khảo hình bên).Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44. Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có hình dạng như hình bên.



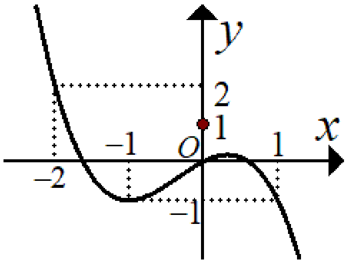
Biết bán kính đáy bằng $R=5\text{cm}$, bán kính cổ $r=2cm, AB=3\text{cm}, BC=6\text{cm}, \text{CD}=16\text{cm}.$ Thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó bằng

A. $495\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $462\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $490\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $412\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 45. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ dưới đây



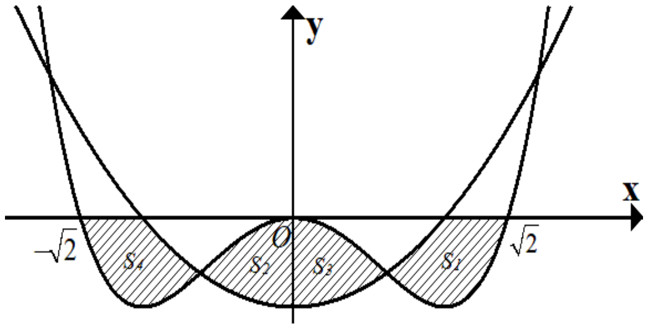
Gọi m,n là số điểm cực đại, số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=\left|f^3(x)-3f(x)\right|$. Đặt $T=n^m$ hãy chọn mệnh đề đúng?

A. $T\in(0;80)$. **B.** $T\in(80;500)$. **C.** $T\in(500;1000)$. **D.** $T\in(1000;2000)$.

Câu 47. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases}3^{2x+\sqrt{x+1}}-3^{2+\sqrt{x+1}}+2020x-2020\le 0\\ x^2-(m+2)x-m^2+3\ge 0\end{cases}$ (m là tham số). Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hệ bất phương trình đã cho có nghiệm. Tính tổng các phần tử của S.

A. 10. **B.** 15. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)=x^4-2x^2$ và hàm số $y=g(x)=x^2-m^2$, với $0<m<\sqrt{2}$ là tham số thực. Gọi S_1,S_2,S_3,S_4 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Ta có diện tích $S_1+S_4=S_2+S_3$ tại m_0. Chọn mệnh đề đúng.



A. $m_0\in\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$. **B.** $m_0\in\left(\frac{2}{3};\frac{7}{6}\right)$. **C.** $m_0\in\left(\frac{7}{6};\frac{5}{4}\right)$. **D.** $m_0\in\left(\frac{5}{4};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 49. Giả sử z là số phức thỏa mãn $|iz-2-i|=3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2|z-4-i|+|z+5+8i|$ có dạng $\sqrt{abc}$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 15.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-y+2z-14=0$ và quả cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$. Tọa độ điểm $H(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ H đến mặt phẳng (α) là lớn nhất. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu của

H xuống mặt phẳng $(Oxy),(Oyz),(Ozx)$. Gọi S là diện tích tam giác ABC, hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $S\in(0;1)$. **B.** $S\in(1;2)$. **C.** $S\in(2;3)$. **D.** $S\in(3;4)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.A	5.A	6.A	7.A	8.B	9.B	10.B
11.D	12.A	13.A	14.A	15.B	16.B	17.B	18.D	19.B	20.B
21.B	22.A	23.A	24.D	25.B	26.C	27.C	28.C	29.C	30.C
31.C	32.B	33.B	34.A	35.C	36.C	37.B	38.A	39.D	40.B
41.B	42.C	43.A	44.C	45.C	46.C	47.D	48.B	49.B	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

A. C_{13}^2. **B.** A_{13}^2. **C.** 13. **D.** $C_5^2+C_8^2 \min P=8$.

Lời giải

Chọn A

◆Từ giả thiết ta có 13 học sinh.

◆ Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 13 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 13.

◆Vậy số cách chọn là C_{13}^2.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1=1;u_4=64$. Tính công bội q của cấp số nhân.

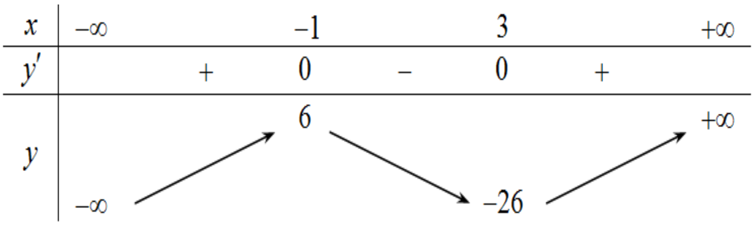
A. $q=21$. **B.** $q=\pm4$. **C.** $q=4$. **D.** $q=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

◆ Theo công thức tổng quát của cấp số nhân $u_4=u_1q^3 \Leftrightarrow 64=1.q^3 \Leftrightarrow q=4$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

◆ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$ nên sẽ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$

.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

◆ Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

◆ Hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+4}{x-2}$ là đường thẳng:

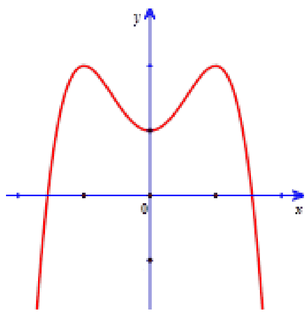
A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x+4}{x-2}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x+4}{x-2}=+\infty$ nên $x=2$ là tiệm cận đứng.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

- Gọi (C) là đồ thị đã cho.
- Thấy (C) là đồ thị của hàm trùng phương có $a<0$ và có 3 cực trị.
- Suy ra $\begin{cases} a<0 \\ a.b<0 \end{cases}$. Nên A (đúng).

Câu 8. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+5}{x-1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. $x=1$. **B.** $x=-5$. **C.** $x=5$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có $y=0 \Leftrightarrow x=-5$

Câu 9. Với a và b là các số thực dương và $a\neq 1$. Biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng

A. $2-\log_a b$. **B.** $2+\log_a b$. **C.** $1+2\log_a b$. **D.** $2\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_a(a^2b)=\log_a a^2+\log_a b=2+\log_a b$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2}$ là

A. $y'=\dfrac{x.2^{1+x^2}}{\ln 2}$. **B.** $y'=x.2^{1+x^2}.\ln 2$. **C.** $y'=2^x.\ln 2^x$.. **D.** $y'=\dfrac{x.2^{1+x}}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có: $\left(2^{x^2}\right)'=\left(x^2\right)'.2^{x^2}.\ln 2=2x.2^{x^2}.\ln 2=x.2^{x^2+1}.\ln 2$.

Câu 11. Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$

A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{7}{6}}$.

Lời giải

Chọn D

- Với $a>0$, ta có $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=16$ là

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $x=7$. **D.** $x=8$.

Lời giải

Chọn A

◆ Phương trình đã cho tương đương với

$2^{x+1}=16 \Leftrightarrow 2^{x+1}=2^4 \Leftrightarrow x+1=4 \Leftrightarrow x=3$

◆ Vậy phương trình có nghiệm $x=3$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_9\ x+1\ =\frac{1}{2}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-4$. **C.** $x=4$. **D.** $x=\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn A

◆ Phương trình đã cho tương đương với $x+1=9^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x=2.$

◆ Vậy phương trình có nghiệm $x=2$.

Câu 14. Cho hàm số $f\left(x\right)=4x^3+\sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4-\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4-3\cos 3x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+3\cos 3x+C$.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có $\int\left(4x^3+\sin 3x\right)\mathrm{d}x=x^4-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

Câu 15. Cho hàm số $f\left(x\right)=3x^2+\mathrm{e}^x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=6x+e^x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+e^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=6x-e^x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3-e^x+C$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $\int\left(3x^2+\mathrm{e}^x\right)\mathrm{d}x=x^3+e^x+C$.

Câu 16. Cho $I=\int_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Khi đó $J=\int_0^2\left[4f\left(x\right)-3\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $J=\int\limits_0^2\left[4f\left(x\right)-3\right]\mathrm{d}x=4\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-3\int\limits_0^2\mathrm{d}x=4.3-3x\Big|_0^2=6$.

Câu 17. Tích phân $I=\int\limits_0^2(2x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=6$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $I=\int\limits_0^2(2x+1)dx=\left(x^2+x\right)\Big|_0^2=4+2=6$.

Câu 18. Mô đun của số phức $z=3+4i$ là

A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

$|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5.$

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Phần ảo của số phức liên hợp $z=3z_1-2z_2$.

A. 12. **B.** -12. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $z=3z_1-2z_2=3\ \ 1+2i\ \ -2\ \ 2-3i\ \ =\ \ 3+6i\ \ +\ \ -4+6i\ \ =-1+12i.$

◆ Số phức liên hợp của số phức $z=3z_1-2z_2$ là $\overline{z}=\overline{-1+12i}=-1-12i$.

◆ Vậy phần ảo của số phức liên hợpcủa số phức $z=3z_1-2z_2$ là -12.

Câu 20. Cho số phức $z=1-2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $Q\left(1;2\right)$. **B.** $N\left(2;1\right)$. **C.** $M\left(1;-2\right)$. **D.** $P\left(-2;1\right)$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $z=1-2i \Rightarrow w=iz=i(1-2i)=2+i$. Suy ra điểm biểu diễn của số phức w là $N(2;1)$.

Câu 21. Một khối chóp tam giác có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 8 **B.** 4. **C.** 12. **D.** 24

Lời giải

Chọn B

◆ Thể tích của khối chóp đó bằng $V=\frac{1}{3}S_đ.h=\frac{1}{3}.4.3=4\ (đvtt)$.

Câu 22. Thể tích của khối cầu có đường kính 6 bằng

A. 36π **B.** 27π. **C.** 288π. **D.** $\frac{4}{3}\pi$

Lời giải

Chọn A

◆ Thể tích của khối cầu được tính theo công thức $V=\frac{4\pi r^3}{3}=\frac{4\pi.3^3}{3}=36\pi(đvtt)$.

Câu 23. Công thức tính diện tích toàn phần của hình nón có bán kính đáy r và đường sinh l là:

A. $S_{tp}=\pi r^2+\pi rl$ **B.** $S_{tp}=2\pi r+\pi rl$ **C.** $S_{tp}=2\pi rl$ **D.** $S_{tp}=\pi r^2+2\pi r$.

Lời giải

Chọn A

◆ Công thức diện tích toàn phần của hình nón có bán kính đáy r và đường sinh l là $S_{tp}=\pi r^2+\pi rl$.

Câu 24. Một hình lập phương có cạnh là 4, một hình trụ có đáy nội tiếp đáy hình lập phương chiều cao bằng chiều cao hình hình lập phương. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $4\pi+4$ **B.** 8π. **C.** $4\pi^2+4\pi$ **D.** 16π

Lời giải

Chọn D

◆ Diện tích xung quanh của hình trụ được tính theo công thức $S=2\pi rl=2\pi.2.4=16\pi$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;4;-1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(2;2;2)$ **B.** $(2;2;-4)$ **C.** $(2;2;-2)$ **D.** $(2;3;1)$

Lời giải

Chọn B

◆ Tọa độ vec tơ $\overrightarrow{AB}$ được tính theo công thức

◆ $\overrightarrow{AB}=\left(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A\right)=\left(3-1;4-2;-1-3\right)=\left(2;2;-4\right)$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z=1$ có tâm là

A. $(2;4;-2)$ **B.** $(1;2;1)$ **C.** $(1;2;-1)$ **D.** $(-1;-2;1)$

Lời giải

Chọn C

◆ Tâm mặt cầu (S) là $I(1;2;-1)$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;3)$ là:

A. $(P_1):3x+2y+z=0$.

B. $(P_2):x+2y+3z-1=0$.

C. $(P_3):x+2y+3z=0$.

D. $(P_4):x+2y+3z-1=0$.

Lời giải

Chọn C

◆ Phương trình tổng quát mặt phẳng:

$a\left(x-x_\circ\right)+b\left(y-y_\circ\right)+c\left(z-z_\circ\right)=0\Rightarrow 1\left(x-1\right)+2\left(y+2\right)+3\left(z-1\right)=0\Leftrightarrow x+2y+3z=0$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chi phương của đường thẳng AB biết tọa độ điểm $A(1;2;3)$ và tọa độ điểm $B(3;2;1)$?

A. $\vec{u}_1=(1;1;1)$ **B.** $\vec{u}_2=(1;-2;1)$ **C.** $\vec{u}_3=(1;0;-1)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;3;1)$

Lời giải

Chọn C

◆Một véc tơ chỉ phuong của AB là: $\vec{u}_{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}(2;0;-2)=(1;0;-1)$

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một quân bài trong bộ bài tây 52 quân. Xác suất đề chọn được một quân 2 bằng:

A. $\frac{1}{26}$. **B.** $\frac{1}{52}$ **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có: $n(\Omega)=C_{52}^1=52$, $n(A)=C_4^1=4\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y=-x^2+2x$ **C.** $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=-x^4-3x^2+2$

Lời giải

Chọn C

◆ Xét hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$ ta có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}\Rightarrow$ Tập xác định không phải $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Loại **A.**

◆ Hàm số đa thức bậc chẵn không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Loại **B, D.**

◆ Hàm số $y=-x^3+x^2-x$ có $y'=-3x^2+2x-1<0;\ \forall x\in\mathbb{R}$ vậy chọn **C.**

Câu 31. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+2x^2-3$ trên đoạn $[-1;2]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 21. **B.** -3 **C.** 18 **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

◆ Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-1;2]$

◆ Ta có $y'=4x^3+4x$

$y'=0\Leftrightarrow 4x^3+4x=0\Leftrightarrow x=0\in[-1;2]$

$y(0)=-3, y(-1)=0, y(2)=21$

◆ Suy ra $M=21, m=-3\Rightarrow M+m=18$

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2}\le 8$ là

A. $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]$

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $2^{x^2+2}\le 8\Leftrightarrow 2^{x^2+2}\le 2^3\Leftrightarrow x^2+2\le 3\Leftrightarrow x^2\le 1\Leftrightarrow x\in[-1;1]$

Câu 33. Nếu $\int\limits_0^2 [f(x)-x]dx=1$ thì $\int\limits_0^2 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

- Ta có $1=\int\limits_0^2\left[f(x)-x\right]dx=\int\limits_0^2 f(x)dx-\int\limits_0^2 xdx=\int\limits_0^2 f(x)dx-2 \Leftrightarrow \int\limits_0^2 f(x)dx=3$

Câu 34. Cho số phức $z=1+2i$. Môđun của số phức $(1+i)z$ bằng

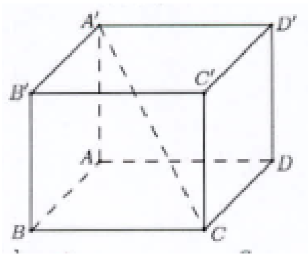
A. $\sqrt{10}$ **B.** 5 **C.** 10 **D.** $\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn A

- Ta có $\left|(1+i)z\right|=|1+i|.|z|=|1+i||1+2i|=\sqrt{1^2+1^2}.\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{10}$

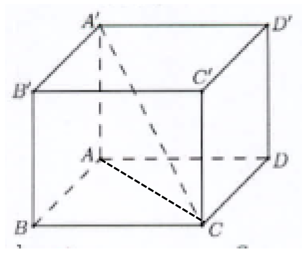
Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $AB=1, AA'=\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $30°$ **B.** $45°$ **C.** $60°$ **D.** $90°$

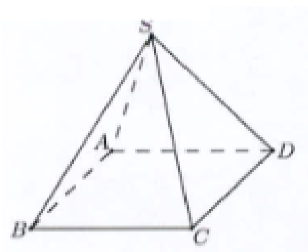
Lời giải

Chọn C



- Ta có góc giữa $(CA',(ABCD))=(CA',\text{CA})=A'CA$
- Tam giác ABC vuông tại B nên $AC=\sqrt{2}$
- Trong tam giác vuông $A'AC$ có
- $\tan\left(A'CA\right)=\dfrac{AA'}{AC}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3} \Rightarrow A'CA=60°$

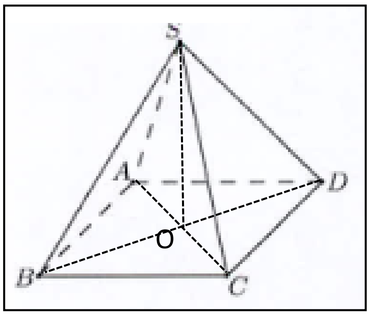
Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 5 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\sqrt{21}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{17}$ **D.** 3

Lới giải

Chọn C



◆ Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình vuông $ABCD$. ◆ Khi đó khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng đoạn SO

◆ Tam giác ABC vuông tại B nên $AC = 4\sqrt{2} \Rightarrow AO = 2\sqrt{2}$

◆ Áp dụng định lý pi-ta-go cho tam giác vuông SAO ta được

$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{5^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{25-8} = \sqrt{17}$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm tại gốc tọa độ và đi qua điểm $A(0;3;0)$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ **B.** $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

C. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 3$ **D.** $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $R = OA = \sqrt{0^2 + 3^2 + 0^2} = 3$

◆ Khi đó phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3;-1), \mathrm{B}(1;-1;2)$ có phương trình tham số là:

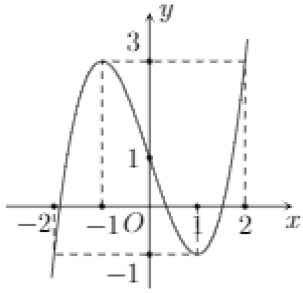
A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 4t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-1;-4;3)$, khi đó phương trình tham số của đường thẳng đi qua A và nhận vectơ $\vec{u}$ làm vectơ chỉ phương là $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 4t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

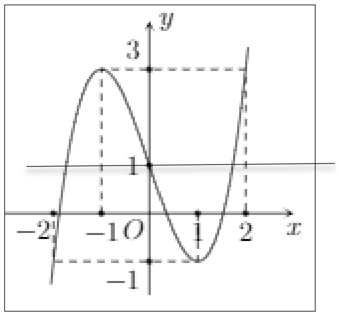
Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $g(x) = f(2x-1) - 2x + 1$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0;1]$ bằng



A. $f(1)-1$ **B.** $f(-1)+1$ **C.** $f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}$ **D.** $f(0)$

Lời giải

Chọn D



- Ta có $g'(x)=2f'(2x-1)-2$
- Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow 2f'(2x-1)-2=0 \Leftrightarrow f'(2x-1)=1$
- Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy trên đoạn $[0;1]$

đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tại $x=0$

- Do đó $f'(2x-1)=1 \Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$
- BBT

x	0		$\frac{1}{2}$		1
$g'(x)$		+	0	-	
$g(x)$		↗	$f(0)$	↘	

Từ BBT giá trị lớn nhất của hàm số $y=g(x)$ trên đoạn $[0;1]$ là $f(0)$

Câu 40. Số giá trị nguyên dương của y để bất phương trình $3^{2x+2}-3^x\left(3^{y+2}+1\right)+3^y<0$ có không quá 30 nghiệm nguyên x là

A. 28 **B.** 29 **C.** 30 **D.** 31

Lời giải

Chọn B

- Ta có $9.3^{2x}-9.3^x.3^y-3^x+3^y<0 \Leftrightarrow \left(3^x-3^y\right)\left(3^{x+2}-1\right)<0$
- TH1. $\begin{cases} x<y \\ x>-2 \end{cases}$ vì có không quá 30 nghiệm nguyên x nên $y\le 29$ kết hợp với y

nguyên dương có 29 số nguyên dương y.

◆ TH2. $\begin{cases} x > y \\ x < -2 \end{cases}$ mà y nguyên dương nên trong trường hợp này vô nghiệm.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $f(1) = -\dfrac{1}{2}$ và

$f(x) + xf'(x) = \left(2x^3 + x^2\right) f^2(x), \forall x \in [1;2]$. Giá trị của tích phân $\int_1^2 x f(x)dx$ bằng

A. $\ln\dfrac{4}{3}$. **B.** $\ln\dfrac{3}{4}$. **C.** $\ln 3$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

◆ Từ giả thiết, ta có $f(x) + xf'(x) = \left(2x^3 + x^2\right) f^2(x) \Rightarrow \dfrac{f(x) + xf'(x)}{[xf(x)]^2} = 2x + 1$

$$\Rightarrow \left[\frac{1}{xf(x)}\right]' = -2x - 1 \Rightarrow \frac{1}{xf(x)} = \int (-2x-1)dx \Rightarrow \frac{1}{xf(x)} = -x^2 - x + C.$$

◆ $f(1) = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow xf(x) = -\dfrac{1}{x(x+1)}$

$$\Rightarrow \int_1^2 x f(x)dx = \int_1^2 \frac{-1}{x(x+1)}dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}\right)dx = \ln\frac{x+1}{x}\Big|_1^2 = \ln\frac{3}{4}.$$

Câu 42. Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $(z+1+i)(\overline{z} - i) + 3i = 9$ và $|\overline{z}| > 2$. Tính $P = a + b$.

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

◆ Đặt $z = a + bi$

◆ Theo giải thiết ta có:

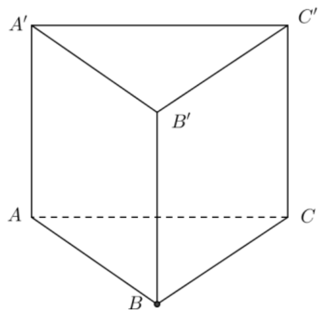
$[(a+1) + (b+1)i](a - bi - i) + 3i = 9$

$\Leftrightarrow a(a+1) + (b+1)^2 + a(b+1)i - (a+1)(b+1)i = 9 - 3i$

$\Leftrightarrow a(a+1) + (b+1)^2 - (b+1)i = 9 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a(a+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0; b = 2 \\ a = -1; b = 2 \end{array}\right.$

◆ Do $|z| > 2 \Rightarrow a = -1; b = 2 \Rightarrow a + b = 1$.

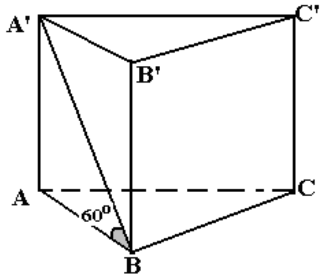
Câu 43. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BC = a$ biết mặt phẳng$(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) một góc 60^0 (tham khảo hình bên).Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

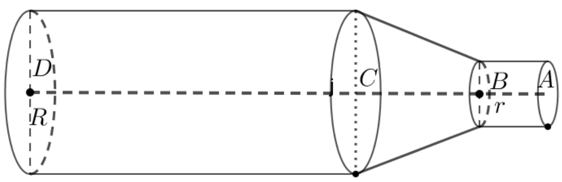
Lời giải

Chọn A



- Ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp AA'$, mà $BC \perp AB$ nên $BC \perp A'B$
- Hơn nữa, $BC \perp AB \Rightarrow \left((A'BC),(ABC)\right) = \left(A'B, AB\right) = A'BA = 60^0$.
- Xét tam giác $A'BA$ vuông A, ta có $AA' = \tan 60^0.AB = a\sqrt{3}$.
- $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = \dfrac{1}{2}a.a.a\sqrt{3} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44. Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có hình dạng như hình bên.



Biết bán kính đáy bằng $R = 5\text{cm}$, bán kính cổ $r = 2cm, AB = 3\text{cm}, BC = 6\text{cm}, \text{CD} = 16\text{cm}$. Thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó bằng

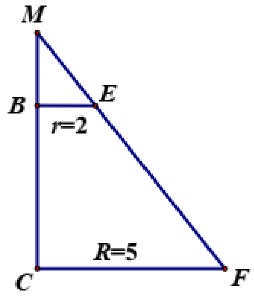
A. $495\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $462\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $490\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $412\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn C

- Thể tích khối trụ có đường cao $CD: V_1 = \pi R^2 \cdot CD = 400\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

◆ Thể tích khối trụ có đường cao $AB: V_2 = \pi r^2 \cdot AB = 12\pi\left(\text{cm}^3\right)$.



◆ Ta có $\dfrac{MC}{MB} = \dfrac{CF}{BE} = \dfrac{5}{2} \Rightarrow MB = 4$

◆ Thể tích phần giới hạn giữa $BC: V_3 = \dfrac{\pi}{3}\left(R^2MC - r^2 \cdot MB\right) = 78\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

◆ Suy ra: $V = V_1 + V_2 + V_3 = 490\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 45. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 6t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

◆Gọi d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ

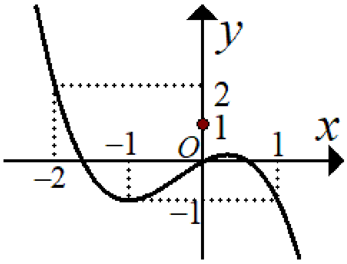
◆ $M = \Delta \cap d$, mà d nằm trong mặt phẳng (P) nên $M = \Delta \cap (P)$.

◆ $M \in \Delta \Rightarrow M(-1 + 2t; -t; -2 + 2t)$

◆ $M \in (P) \Rightarrow -1 + 2t + (-t) - (-2 + 2t) + 1 = 0 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow M(3; -2; 2)$.

◆ d có VTCP $\vec{a} = \left[\overrightarrow{n_P}, \vec{a}_\Delta\right] = (1; -4; -3)$ và đi qua $M(3; -2; 2)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Gọi m,n là số điểm cực đại, số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=\left|f^3(x)-3f(x)\right|$. Đặt $T=n^m$ hãy chọn mệnh đề đúng?

A. $T\in(0;80)$. **B.** $T\in(80;500)$. **C.** $T\in(500;1000)$. **D.** $T\in(1000;2000)$.

Lời giải

Chọn C

- Đặt $h(x)=f^3(x)-3f(x)$.
- Ta có: $h'(x)=3f^2(x)f'(x)-3f'(x)$.
- Suy ra $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=1\\f(x)=-1\end{array}\right.$.
- Dựa vào đồ thị, ta có
- $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=a(0<a<1)\end{array}\right.$.
- $f(x)=1\Leftrightarrow x=b(-2<b<-1)$.
- $f(x)=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$ (Lưu ý: $x=-1$ là nghiệm kép).
- Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$.

x	$-\infty$		b		-1		a		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$h(b)$	$\nearrow$	$h(-1)$	$\searrow$	$h(a)$	$\nearrow$	$h(1)$	$\searrow$	$-\infty$

- Mặt khác $h(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f(x)=\sqrt{3}\\f(x)=-\sqrt{3}\end{array}\right.$.
- Dựa vào đồ thị ta thấy:

- $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt không trùng với các điểm cực trị của hàm số $y=h(x)$;
- $f(x)=\sqrt{3}$ có 1 nghiệm không trùng với các điểm nghiệm trên.
- $f(x)=-\sqrt{3}$ có 1 nghiệm không trùng với các điểm nghiệm trên.
- Vậy ta có tổng số điểm cực trị của hàm số $g(x)=|h(x)|$ là 9 điểm, trong đó có 4 điểm cực đại và 5 điểm cực tiểu. Hay $m=4;n=5$, suy ra $T=n^m=5^4=625\in(500;1000)$.

Câu 47. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases}3^{2x+\sqrt{x+1}}-3^{2+\sqrt{x+1}}+2020x-2020\le 0\\ x^2-(m+2)x-m^2+3\ge 0\end{cases}$ (m là tham số). Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hệ bất phương trình đã cho có nghiệm. Tính tổng các phần tử của S.

A. 10. **B.** 15. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

- Điều kiện xác định: $x\ge -1$.
- Ta có: $3^{2x+\sqrt{x+1}}-3^{2+\sqrt{x+1}}+2020x-2020\le 0\Leftrightarrow 3^{2x+\sqrt{x+1}}+2020x\le 3^{2+\sqrt{x+1}}+2020$
$\Leftrightarrow 3^{2x+\sqrt{x+1}}+1010\left(2x+\sqrt{x+1}\right)\le 3^{2+\sqrt{x+1}}+1010\left(2+\sqrt{x+1}\right)$.
- Xét hàm số $f(t)=3^t+1010t$ trên $\mathbb{R}$.
- Dễ dàng nhận thấy $f'(t)>0,\forall t\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số $f(t)=3^t+1010t$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Do đó $f\left(2x+\sqrt{x+1}\right)\le f\left(2+\sqrt{x+1}\right)\Leftrightarrow 2x+\sqrt{x+1}\le 2+\sqrt{x+1}\Leftrightarrow -1\le x\le 1$.
- Vậy tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+\sqrt{x+1}}-3^{2+\sqrt{x+1}}+2020x-2020\le 0$ là $[-1;1]$.
- Hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình $x^2-(m+2)x-m^2+3\ge 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1;1]$. Gọi $g(x,m)=x^2-(m+2)x-m^2+3$.
- TH1: $\Delta=(m+2)^2+4m^2-12\le 0\Leftrightarrow 5m^2+4m-8\le 0\Leftrightarrow \dfrac{-2-2\sqrt{11}}{5}\le m\le\dfrac{-2+2\sqrt{11}}{5}$, khi đó $g(x,m)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (thỏa điều kiện đề bài).

◆ TH2: $\Delta=(m+2)^2+4m^2-12>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\dfrac{-2+2\sqrt{11}}{5} \\ m<\dfrac{-2-2\sqrt{11}}{5} \end{array}\right.$, khi đó $g(x,m)=0$ có hai nghiệm $x_1<x_2$.

Để $g(x,m)\ge 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1;1]$ khi $\left[\begin{array}{l} x_1<x_2\le 1 \\ -1\le x_1<x_2 \end{array}\right.$.

◆ KN1: Xét $x_1<x_2\le 1$, tức là $\begin{cases} g(1,m)\ge 0 \\ \dfrac{m+2}{2}<1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m^2-m+2\ge 0 \\ m<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -2\le m<0$.

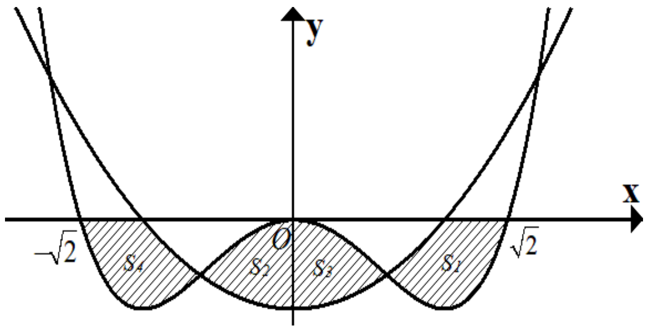
◆ KN2: Xét $-1\le x_1<x_2$, tức là $\begin{cases} g(-1,m)\ge 0 \\ \dfrac{m+2}{2}>-1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m^2+m+6\ge 0 \\ m>-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow -2\le m\le 3$.

◆ Từ các trường hợp (1) và (2) vậy ta có $m\in[-2;3]$ thì hệ bất phương trình trên có nghiệm.

◆ Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên tập hợp $S=\{-2;-1;0;1;2;3\}$.

◆ Vậy tổng các phần tử trong tập hợp S bằng 3.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)=x^4-2x^2$ và hàm số $y=g(x)=x^2-m^2$, với $0<m<\sqrt{2}$ là tham số thực. Gọi S_1,S_2,S_3,S_4 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Ta có diện tích $S_1+S_4=S_2+S_3$ tại m_0. Chọn mệnh đề đúng.



A. $m_0\in\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $m_0\in\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{6}\right)$. **C.** $m_0\in\left(\dfrac{7}{6};\dfrac{5}{4}\right)$. **D.** $m_0\in\left(\dfrac{5}{4};\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

◆ Để ý, hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đồ thị đối xứng qua trục tung. Do đó diện tích $\begin{cases} S_1=S_4 \\ S_2=S_3 \end{cases}$.

◆ Vì vậy, yêu cầu bài toán trở thành tìm m_0 để $S_1 = S_3$ (1).

◆ Gọi a là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$, với điều kiện: $0 < a < m < \sqrt{2}$.

◆ Dựa vào đồ thị, ta có:

$S_3 = \int_0^a (x^4 - 3x^2 + m^2)\mathrm{d}x = \frac{a^5}{5} - a^3 + am^2$ (2).

◆ $S_1 = \int_a^m (-x^4 + 3x^2 - m^2)\mathrm{d}x + \int_m^{\sqrt{2}} (-x^4 + 2x^2)\mathrm{d}x = \frac{a^5}{5} - a^3 + am^2 - \frac{2m^3}{3} + \frac{8\sqrt{2}}{15}$ (3).

◆ Từ (1), (2), (3) ta có:

$S_3 = S_1 \Leftrightarrow \frac{8\sqrt{2}}{15} - \frac{2}{3}m^3 = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{\frac{4\sqrt{2}}{5}} \approx 1.04 \in \left(\frac{2}{3}; \frac{7}{6}\right)$.

Câu 49. Giả sử z là số phức thỏa mãn $|iz - 2 - i| = 3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2|z - 4 - i| + |z + 5 + 8i|$ có dạng $\sqrt{abc}$. Khi đó $a + b + c$ bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $|iz - 2 - i| = 3 \Leftrightarrow |i|.\left|z - \frac{2+i}{i}\right| = 3 \Leftrightarrow |z - 1 + 2i| = 3(1)$

◆ Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

◆ Từ (1), ta có $(a-1)^2 + (b+2)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 + 3\sin t \\ b = -2 + 3\cos t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

◆ Suy ra $z = (1 + 3\sin t) + (-2 + 3\cos t)i$.

Đặt $P = 2|z - 4 - i| + |z + 5 + 8i|$. Khi đó:

$$P = 2\sqrt{(-3 + 3\sin t)^2 + (-3 + 3\cos t)^2} + \sqrt{(6 + 3\sin t)^2 + (6 + 3\cos t)^2}$$

$$= 6\sqrt{3 - 2\sin t - 2\cos t} + 3\sqrt{9 + 4\sin t + 4\cos t} = 6\sqrt{3 - 2\sqrt{2}\sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)} + 3\sqrt{9 + 4\sqrt{2}\sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)}$$

Cách 1: Đặt $u = \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$, $u \in [-1; 1]$.

◆ Xét hàm số $f(u) = 6\sqrt{3 - 2\sqrt{2}u} + 3\sqrt{9 + 4\sqrt{2}u}$ trên đoạn $[-1; 1]$

$f'(u)=\dfrac{-6\sqrt{2}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}u}}+\dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{9+4\sqrt{2}u}}$. Cho $f'(u)=0\Rightarrow u=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\in[-1;1]$

◆ Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(u)$:

u	-1		$\frac{-1}{\sqrt{2}}$		1
f '(u)		+	0	—	
f(u)	$12\sqrt{2}+3$	↗	$9\sqrt{5}$	↘	$12\sqrt{2}-3$

◆ Do vậy giá trị lớn nhất của P là $9\sqrt{5}$. Dấu bằng xảy ra khi

$$u=\frac{-1}{\sqrt{2}}\Rightarrow \sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ t=\pi+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})\Rightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2-2i \\ z=1-5i \end{array}\right.$$

Cách 2: Sử dụng Bất đẳng thức Bunhia đánh giá

$$P=6\sqrt{3-2\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}+3\sqrt{9+4\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$=3\sqrt{2}\sqrt{6-4\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}+3\sqrt{9+4\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}\le\sqrt{(18+9)(6+9)}=9\sqrt{5}.$$

Cách 3 :

◆ Ta có: $|iz-2-i|=3\Leftrightarrow |i|.\left|z-\dfrac{2+i}{i}\right|=3\Leftrightarrow |z-1+2i|=3(1)$

◆ Gọi $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$.

◆ Từ (1), ta có $(a-1)^2+(b+2)^2=9\Leftrightarrow a^2+b^2=2a-4b+4$.

◆ Khi đó: $P=2\sqrt{(a-4)^2+(b-1)^2}+\sqrt{(a+5)^2+(b+8)^2}$

$$=2\sqrt{a^2+b^2-8a-2b+17}+\sqrt{a^2+b^2+10a+16b+89}=2\sqrt{-6a-6b+21}+\sqrt{2}.\sqrt{6a+6b+\frac{91}{2}}$$

$$\le\sqrt{(4+2)\left(21+\frac{93}{2}\right)}=\sqrt{405}=9\sqrt{5}.$$

◆ Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là $\sqrt{405}$, suy ra $a=4;b=0;c=5$.

Tổng $a+b+c=9$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-y+2z-14=0$ và quả cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$. Tọa độ điểm $H(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ H đến mặt phẳng (α) là lớn nhất. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của H xuống mặt phẳng $(Oxy),(Oyz),(Ozx)$. Gọi S là diện tích tam giác ABC, hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $S\in(0;1)$. **B.** $S\in(1;2)$. **C.** $S\in(2;3)$. **D.** $S\in(3;4)$.

Lời giải

Chọn C

- Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=3$.
- Ta có: $d(I,(\alpha))=\dfrac{|2.1-(-2)+2.(-1)-14|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=4>R$, suy ra (α) không cắt quả cầu (S).
- Vậy khoảng cách lớn nhất từ một điểm thuộc mặt cầu (S) xuống mặt phẳng (α) là giao điểm của mặt cầu với đường thẳng qua tâm I và vuông góc với (α).
- Gọi d là phương trình đường thẳng qua I và vuông góc với mặt phẳng (α) nên có phương trình $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=-1+2t\end{cases}$ với $(t\in\mathbb{R})$.
- Ta tìm giao điểm của d và (S). Xét hệ: $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=-1+2t\\x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=-1+2t\\(1+2t)^2+(-2-t)^2+(-1+2t)^2-2(1+2t)+4(-2-t)+2(-1+2t)-3=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=-1+2t\\9t^2-9=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}t=1\\x=3\\y=-3\\z=1\end{cases}\\\begin{cases}t=-1\\x=-1\\y=-1\\z=-3\end{cases}\end{array}\right.$$

. Suy ra có hai giao điểm là $M(3;-3;1)$ và $N(-1;-1;-3)$.

- Ta có: $d\left(M,\left(\alpha\right)\right)=\dfrac{\left|2.3-\left(-3\right)+2.1-14\right|}{\sqrt{2^2+\left(-1\right)^2+2^2}}=1$; $d\left(N,\left(\alpha\right)\right)=\dfrac{\left|2.\left(-1\right)-\left(-1\right)+2\left(-3\right)-14\right|}{\sqrt{2^2+\left(-1\right)^2+2^2}}=7$.
- Suy ra $H\equiv N\left(-1;-1;-3\right)$. Từ đó $a=-1$; $b=-1$; $c=-3$.
- Mặt khác, theo giả thiết A,B,C là hình chiếu của H xuống mặt phẳng

$\left(Oxy\right),\left(Oyz\right),\left(Ozx\right)$.

- Suy ra $A\left(-1;-1;0\right),B\left(0;-1;-3\right),C\left(-1;0;-3\right)$.
- Vậy $S=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\dfrac{\sqrt{19}}{2}\in\left(2;3\right)$.