ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

A. $C_{25}^{5}+C_{16}^{5}$. **B.** C_{25}^{5}. **C.** A_{41}^{5}. **D.** C_{41}^{5}.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1=-0,1;\ d=0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là

A. $1,6$. **B.** 6. **C.** $0,5$. **D.** $0,6$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

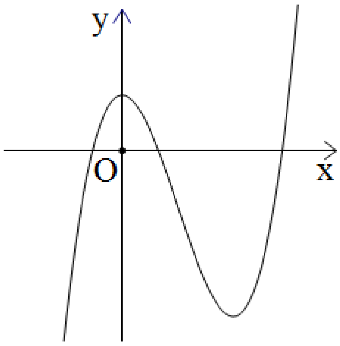
Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 6. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x-1}{x-1}$ có phương trình lần lượt là

A. $x=1; y=2$. **B.** $x=1; y=-2$. **C.** $x=2; y=-1$. **D.** $x=2; y=1$.

Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=-x^3-3x^2+1$.

C. $y=x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y=-4x^4-5x^2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 9. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\dfrac{a^2}{4}\right)$.

A. $I=\dfrac{1}{2}$. **B.** $I=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $I=2$. **D.** $I=-2$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=2021^x$ là:

A. $y'=x.2021^{x-1}$ **B.** $y'=2021^x$ **C.** $y'=\dfrac{2021^x}{\ln 2021}$. **D.** $y'=2021^x.\ln 2021$.

Câu 11. Cho biểu thức $P=\sqrt[4]{x^5}$, với $x>0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $P=x^{\frac{4}{5}}$. **B.** $P=x^9$. **C.** $P=x^{20}$. **D.** $P=x^{\frac{5}{4}}$.

Câu 12. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1}=8$.

A. $S=\{2\}$. **B.** $S=\{-1\}$. **C.** $S=\{4\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-2)=3$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=5$. **D.** $x=4$.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+2x+5$ là

A. $F(x)=x^3+x^2+5$. **B.** $F(x)=x^3+x+C$.

C. $F(x)=x^3+x^2+5x+C$. **D.** $F(x)=x^3+x^2+C$.

HavaMATH

Câu 15. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos\left(2-3x\right)$.

A. $\int\cos\left(2-3x\right)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\sin\left(2-3x\right)+C$. **B.** $\int\cos\left(2-3x\right)\mathrm{d}x=\sin\left(2-3x\right)+C$.

C. $\int\cos\left(2-3x\right)\mathrm{d}x=-3\sin\left(2-3x\right)+C$. **D.** $\int\cos\left(2-3x\right)\mathrm{d}x=3\sin\left(2-3x\right)+C$.

Câu 16. Cho $\int\limits_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x=17$ và $\int\limits_b^c f\left(x\right)\mathrm{d}x=-11$ với $a<b<c$. Tính $I=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=-6$. **B.** $I=28$. **C.** $I=6$. **D.** $I=-28$.

Câu 17. Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1}(4x^3-3)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=4$. **D.** $I=-4$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

A. $1+2i$ **B.** $-1-2i$ **C.** $2-i$ **D.** $-1+2i$

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ là

A. $z=2+2i$. **B.** $z=-2+2i$. **C.** $z=2-2i$. **D.** $z=-2-2i$.

Câu 20. Cho số phức $z=2-3i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z có tọa độ là

A. $\left(2;3\right)$. **B.** $\left(-2;-3\right)$. **C.** $\left(2;-3\right)$. **D.** $\left(-2;3\right)$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là a^2 và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 22. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $BB'=2m$.

A. $V=2m^3$. **B.** $V=8m^3$. **C.** $V=\frac{8}{3}m^3$. **D.** $V=6m^3$.

Câu 23. Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là:

A. $V=\pi rh.$ **B.** $V=\pi r^2h.$ **C.** $V=\frac{1}{3}\pi rh.$ **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h.$

Câu 24. Một hình nón có bán kính đáy $r=4cm$ và độ dài đường sinh $l=3cm.$ Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $12\pi cm^2$. **B.** $48\pi cm^2$. **C.** $24\pi cm^2$. **D.** $36\pi cm^2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz,$ cho hai điểm $A\left(5;3;4\right)$ và $B\left(3;1;0\right)$. Tìm tọa độ điểm I biết A đối xứng với B qua I.

A. $I\left(4;2;2\right)$. **B.** $I\left(-2;-2;-4\right)$. **C.** $I\left(-1;-1;-2\right)$. **D.** $I\left(1;1;2\right)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm và bán kính của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+5=0$ là

A. $I(-4;2;-6)$, $R=5$. **B.** $I(2;-1;3)$, $R=3$.

C. $I(4;-2;6)$, $R=5$. **D.** $I(-2;1;-3)$, $R=3$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+2t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ

A. $M(2;2;3)$ **B.** $M(1;1;2)$ **C.** $M(2;2;2)$ **D.** $M(2;2;-3)$

Câu 28. Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $x+2y+3z+4=0$ là?

A. $\vec{n}(0;-2;3)$ **B.** $\vec{n}(0;2;3)$ **C.** $\vec{n}(2;3;4)$ **D.** $\vec{n}(1;2;3)$

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên 2 số trong 10 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tích là một số chẵn là:

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{7}{9}$. **C.** $\frac{5}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x-1}{x-3}$. **B.** $y=x^3+2x$. **C.** $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Giá trị biểu thức $5M+m$ bằng:

A. 0. **B.** $-\frac{24}{5}$. **C.** $\frac{24}{5}$. **D.** -4.

Câu 32. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x}<8$ là:

A. $S=(-\infty;3)$. **B.** $S=(1;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $S=(1;3)$.

Câu 33. Cho $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=-3$, $\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ và $\int_1^5 g(x)\,\mathrm{d}x=6$. Tính tích phân $I=\int_1^5 \left[2.f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=-2$. **B.** $I=10$. **C.** $I=4$. **D.** $I=8$.

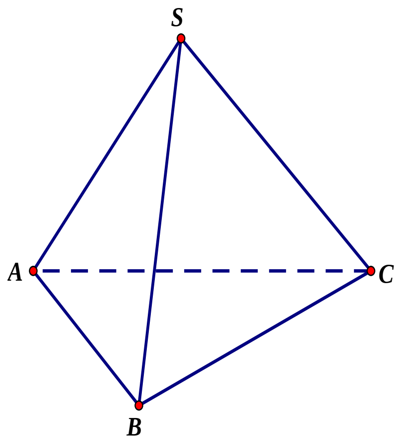
Câu 34. Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z=(1-2i)^2$.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{1}{25}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng $B'C$ với mặt phẳng đáy bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 36. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng 3 và độ dài cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng



A. $\sqrt{10}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm có tâm là $I(2;2;2)$ và đi qua điểm $M(6;5;2)$ có phương trình là:

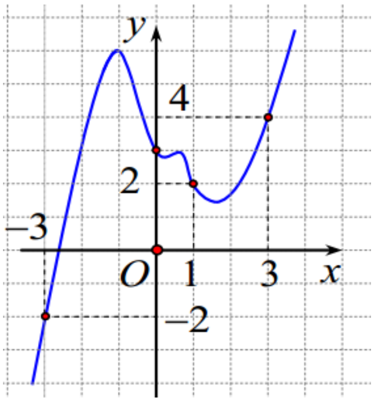
A. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=25$ **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$

C. $(x-6)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=25$ **D.** $(x-6)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=5$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $B(1;2;3)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ **C.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y=f'(x)$ cho như hình dưới đây.



Đặt $g\left(x\right)=2f\left(x\right)-\left(x+1\right)^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**.

A. $\min\limits_{[-3;3]} g\left(x\right)=g\left(1\right)$. **B.** $\max\limits_{[-3;3]} g\left(x\right)=g\left(1\right)$.

C. $\max\limits_{[-3;3]} g\left(x\right)=g\left(3\right)$. **D.** Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của $g\left(x\right)$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có không quá 10 số nguyên y thỏa mãn $\left(3^{y+3}-3\right)\left(3^y-x\right)>0$?

A. 19683. **B.** 59049. **C.** 6561. **D.** 19682.

Câu 41. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=1$, $y=g\left(x\right)=\left|x\right|$. Giá trị $I=\int\limits_{-1}^{2}\min\left\{f\left(x\right);g\left(x\right)\right\}\mathrm{d}x$

A. 1. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{5}{2}$.

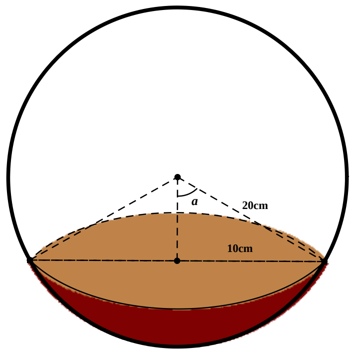
Câu 42. Có tất cả bao nhiêu số phức z mà phần thực và phần ảo của nó trái dấu đồng thời thỏa mãn $\left|z+\bar{z}\right|+\left|z-\bar{z}\right|=4$ và $\left|z-2-2i\right|=3\sqrt{2}$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB=a, BC=a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$. Tính thể tích V của khối khóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 44. Ông An cần làm một đồ trang trí như hình vẽ. Phần dưới là một phần của khối cầu bán kính $20\,cm$ làm bằng gỗ đặc, bán kính của đường tròn phần chỏm cầu bằng $10\,cm$. Phần phía trên làm bằng lớp vỏ kính trong suốt. Biết giá tiền của $1\,m^2$ kính như trên là 1.500.000 đồng, giá triền của $1\,m^3$ gỗ là 100.000.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông An mua vật liệu để làm đồ trang trí là bao nhiêu.

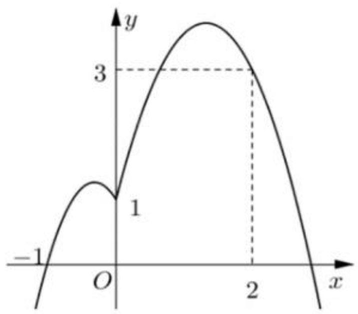


A. 1.000.000 **B.** 1.100.000 **C.** 1.010.000 **D.** 1.005.000

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$, $\Delta_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1,Δ_2 tương ứng tại H,K sao cho $HK=\sqrt{27}$. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-3}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{1}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập số thực và có $f(-1)=0$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



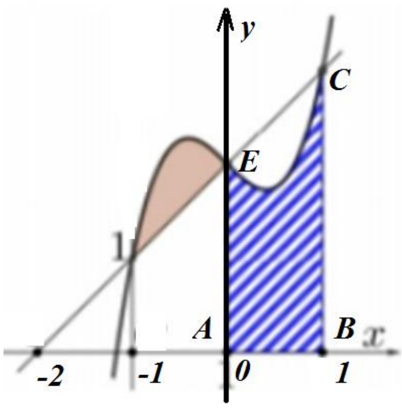
Hàm số $g(x)=\left|2f(x-1)-x^2\right|$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2020;2020)$ để $2a^{\sqrt{\log_a b}}-b^{\sqrt{\log_b a}}>m\sqrt{\log_a b}+1$ với a,b là các số thực lớn hơn 1?

A. vô số. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 1.

Câu 48. Cho hàm số bậc 3 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và đường thẳng d: $g(x)=mx+n$ có đồ thị như hình vẽ. Nếu phần tô màu đen có diện tích bằng $\frac{1}{2}$, thì phần gạch chéo có diện tích bằng bao nhiêu?



A. $\frac{5}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 49. Xét các số phức $z_1,\ z_2$ thỏa $|z_1+1-2i|+|z_1-3-3i|=2\left|z_2-1-\frac{5}{2}i\right|=\sqrt{17}$. Giá trị lớn nhất của $P=|z_1-z_2|+|z_1+2-i|$ bằng

A. $2\sqrt{17}$. **B.** $3\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{17}+\sqrt{29}$. **D.** $\sqrt{17}+2\sqrt{29}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3), B\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right), C(1;1;4), D(5;3;0)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu $(S_1),(S_2)$ đồng thời song song với đường thẳng đi qua C và D.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.C	4.B	5.A	6.B	7.D	8.A	9.C	10.D
11.D	12.A	13.C	14.C	15.A	16.B	17.B	18.A	19.D	20.A
21.C	22.B	23.B	24.A	25.A	26.D	27.A	28.D	29.B	30.C
31.A	32.C	33.A	34.D	35.D	36.B	37.A	38.A	39.B	40.A
41.C	42.C	43.C	44.D	45.A	46.D	47.B	48.C	49.C	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

A. $C_{25}^{5}+C_{16}^{5}$. **B.** C_{25}^{5}. **C.** A_{41}^{5}. **D.** C_{41}^{5}.

Lời giải

Chọn D

Chọn 5 học sinh trong lớp có 41 học sinh là tổ hợp chập 5 của 41 phần tử nên số cách chọn là C_{41}^{5}.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1=-0,1;\ d=0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là

A. $1,6$. **B.** 6. **C.** $0,5$. **D.** $0,6$.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n=u_1+(n-1).d \Rightarrow u_7=-0,1+(7-1).0,1=0,5$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-2		

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Do hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và có biểu thức đạo hàm đổi dấu ba lần tại x_1; x_2; x_3 nên hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 6. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x-1}{x-1}$ có phương trình lần lượt là

A. $x=1; y=2$. **B.** $x=1; y=-2$. **C.** $x=2; y=-1$. **D.** $x=2; y=1$.

Lời giải

Chọn B

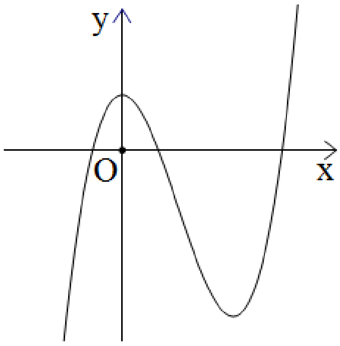
Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2x-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=-2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=-2$.

Suy ra, đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=-2$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{-2x-1}{x-1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{-2x-1}{x-1}=+\infty$.

Suy ra, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+1$.
B. $y=-x^3-3x^2+1$.
C. $y=x^3+3x^2+1$.
D. $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho là hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hệ số $a>0$.

Đồng thời phương trình $y'=0$ có nghiệm $x_1=0$ và nghiệm $x_2>0$.

Do đó, ta có hàm số thỏa mãn là $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y=-4x^4-5x^2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm : $-4x^4-5x^2=0 \Leftrightarrow -x^2\left(4x^2+5\right)=0 \Rightarrow x=0$.

Vậy đồ thị hàm số $y=-4x^4-5x^2$ cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 9. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$.

A. $I=\frac{1}{2}$. **B.** $I=-\frac{1}{2}$. **C.** $I=2$. **D.** $I=-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a}{2}\right)^2=2\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a}{2}\right)=2$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=2021^x$ là:

A. $y'=x.2021^{x-1}$ **B.** $y'=2021^x$ **C.** $y'=\frac{2021^x}{\ln 2021}$. **D.** $y'=2021^x.\ln 2021$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức: $\left(a^x\right)' = a^x.\ln a$. Ta có $y' = 2021^x.\ln 2021$.

Câu 11. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^5}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $P = x^{\frac{4}{5}}$. **B.** $P = x^9$. **C.** $P = x^{20}$. **D.** $P = x^{\frac{5}{4}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P = \sqrt[4]{x^5} = x^{\frac{5}{4}}$.

Câu 12. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

A. $S = \{2\}$. **B.** $S = \{-1\}$. **C.** $S = \{4\}$. **D.** $S = \{1\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-2) = 3$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 4$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $x > 1$.

Ta có: $\log_2(2x-2) = 3 \Leftrightarrow 2x-2 = 8 \Leftrightarrow x = 5$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = 5$.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ là

A. $F(x) = x^3 + x^2 + 5$. **B.** $F(x) = x^3 + x + C$.

C. $F(x) = x^3 + x^2 + 5x + C$. **D.** $F(x) = x^3 + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F(x) = \int (3x^2 + 2x + 5)\,dx = x^3 + x^2 + 5x + C$.

Câu 15. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos(2-3x)$.

A. $\int \cos(2-3x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\sin(2-3x) + C$. **B.** $\int \cos(2-3x)\,\mathrm{d}x = \sin(2-3x) + C$.

C. $\int \cos(2-3x)\,\mathrm{d}x = -3\sin(2-3x)+C$. **D.** $\int \cos(2-3x)\,\mathrm{d}x = 3\sin(2-3x)+C$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\int \cos(ax+b)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\sin(ax+b)+C$ ta có:

$\int \cos(2-3x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\sin(2-3x)+C$.

Câu 16. Cho $\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x = 17$ và $\int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x = -11$ với $a<b<c$. Tính $I=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=-6$. **B.** $I=28$. **C.** $I=6$. **D.** $I=-28$.

Lời giải

Chọn B

Với $a<b<c$ ta có: $\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow I = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x - \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x = 17+11 = 28$.

Câu 17. Tính tích phân $I=\int_{-1}^{1}(4x^3-3)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=4$. **D.** $I=-4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I=\int_{-1}^{1}(4x^3-3)\mathrm{d}x = \left(x^4-3x\right)\Big|_{-1}^{1} = -6$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

A. $1+2i$ **B.** $-1-2i$ **C.** $2-i$ **D.** $-1+2i$

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là $\bar{z}=1+2i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ là

A. $z=2+2i$. **B.** $z=-2+2i$. **C.** $z=2-2i$. **D.** $z=-2-2i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = z_1 + z_2 = 2 + 3i - 4 - 5i = -2 - 2i$.

Câu 20. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z có tọa độ là

A. $(2;3)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(-2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $z = 2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 3i$. Vậy điểm biểu diễn của $\bar{z}$ có tọa độ là $(2;3)$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là a^2 và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h = a^2.2a = 2a^3$.

Câu 22. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $BB' = 2m$.

A. $V = 2m^3$. **B.** $V = 8m^3$. **C.** $V = \frac{8}{3}m^3$. **D.** $V = 6m^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương: $V = 2^3 = 8m^3$.

Câu 23. Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là:

A. $V = \pi rh.$ **B.** $V = \pi r^2 h.$ **C.** $V = \frac{1}{3}\pi rh.$ **D.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 h.$

Câu 24. Một hình nón có bán kính đáy $r = 4cm$ và độ dài đường sinh $l = 3cm.$ Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $12\pi cm^2$. **B.** $48\pi cm^2$. **C.** $24\pi cm^2$. **D.** $36\pi cm^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi rl = \pi.4.3 = 12\pi cm^2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;3;4)$ và $B(3;1;0)$. Tìm tọa độ điểm I biết A đối xứng với B qua I .

A. $I(4;2;2)$. **B.** $I(-2;-2;-4)$. **C.** $I(-1;-1;-2)$. **D.** $I(1;1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Do A đối xứng với B qua I nên I là trung điểm của A và B

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \dfrac{5+3}{2} \\ y_I = \dfrac{3+1}{2} \\ z_I = \dfrac{4+0}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 4 \\ y_I = 2 \\ z_I = 2 \end{cases}$$

Vậy $I(4;2;2)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm và bán kính của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$ là

A. $I(-4;2;-6)$, $R = 5$. **B.** $I(2;-1;3)$, $R = 3$.

C. $I(4;-2;6)$, $R = 5$. **D.** $I(-2;1;-3)$, $R = 3$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có phương trình dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, $\left(a^2 + b^2 + c^2 - d > 0\right)$

Ta có: $\begin{cases} -2a = 4 \\ -2b = -2 \\ -2c = 6 \\ d = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = -3 \\ d = 5 \end{cases}$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-3)^2 - 5} = 3$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ

A. $M(2;2;3)$ **B.** $M(1;1;2)$ **C.** $M(2;2;2)$ **D.** $M(2;2;-3)$

Lời giải

Chọn A

Xét điểm $M\left(2;2;3\right)$ ta có: $\Delta:\begin{cases}2=1+t\\2=1+t\\3=1+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\\t=1\end{cases}\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M\in\Delta$

Câu 28. Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $x+2y+3z+4=0$ là?

A. $\vec{n}\left(0;-2;3\right)$ **B.** $\vec{n}\left(0;2;3\right)$ **C.** $\vec{n}\left(2;3;4\right)$ **D.** $\vec{n}\left(1;2;3\right)$

Lời giải

Chọn D

Vectơ pháp tuyến của $x+2y+3z+4=0$ là $\vec{n}\left(1;2;3\right)$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên 2 số trong 10 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tích là một số chẵn là:

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{7}{9}$. **C.** $\frac{5}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

10 số nguyên dương đầu tiên là: $1;2;3;4;5;6;7;8;9;10$.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n\left(\Omega\right)=C_{10}^{2}=45$

Gọi A là biến cố "Chọn được hai số có tích là một số chẵn".

Số cách chọn 2 số lẻ từ 5 số lẻ là: C_5^2 cách.

Suy ra: $n(A)=C_{10}^{2}-C_{5}^{2}=35$

Xác suất để chọn được hai số có tích là một số chẵn là:

$$P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{35}{45}=\frac{7}{9}$$

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x-1}{x-3}$. **B.** $y=x^3+2x$. **C.** $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=-3x^2+2x-1<0,\forall x\in\mathbb{R}$

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Giá trị biểu thức $5M+m$ bằng:

A. 0. **B.** $-\dfrac{24}{5}$. **C.** $\dfrac{24}{5}$. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;0]$

Ta có $y'=\dfrac{-3}{(2x-1)^2}<0, \forall x\neq\dfrac{1}{2}$.

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên đoạn $[-2;0]$

$$\Rightarrow\begin{cases} M=\max\limits_{[-2;0]} y=y(-2)=\dfrac{1}{5} \\ m=\min\limits_{[-2;0]} y=y(0)=-1 \end{cases}.$$

Khi đó: $5M+m=0$.

Câu 32. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-4x}<8$ là:

A. $S=(-\infty;3)$. **B.** $S=(1;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $S=(1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-4x}<8 \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-4x}<\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x^2-4x>-3 \Leftrightarrow x^2-4x+3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>3 \end{array}\right.$.

Vậy $S=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 33. Cho $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-3$, $\displaystyle\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\displaystyle\int_1^5 g(x)\mathrm{d}x=6$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^5\left[2.f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=-2$. **B.** $I=10$. **C.** $I=4$. **D.** $I=8$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\ dx + \int_2^5 f(x)dx = -3+5 = 2$.

$$I = \int_1^5 \left[2.f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x = 2\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^5 g(x)\mathrm{d}x = -2.$$

Câu 34. Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1-2i)^2$.

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{1}{25}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = -3-4i$.

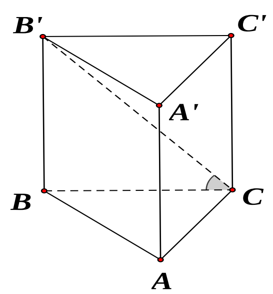
Suy ra $\frac{1}{z} = \frac{1}{-3-4i} = -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

Nên $\left|\frac{1}{z}\right| = \sqrt{\left(\frac{-3}{25}\right)^2 + \left(\frac{4}{25}\right)^2} = \frac{1}{5}$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng $B'C$ với mặt phẳng đáy bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải

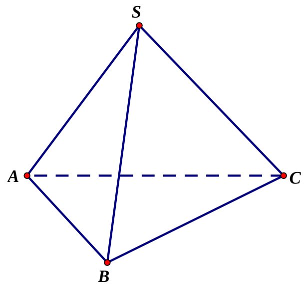


Chọn D

Góc giữa đường thẳng $B'C$ với mặt phẳng đáy (ABC) là $\widehat{B'CB}$.

$$\tan \widehat{B'CB} = \frac{B'B}{BC} = \frac{\sqrt{3}a}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{B'CB} = 60°.$$

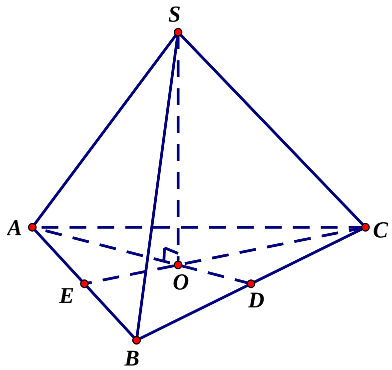
Câu 36. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng 3 và độ dài cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng



A. $\sqrt{10}$.　　**B.** 3.　　**C.** $\sqrt{15}$.　　**D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B



- Gọi O là tâm của tam giác đều ABC

Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều $\Rightarrow O$ là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABC) \Rightarrow d(S,(ABC)) = SO$.

- Xét tam giác đều ABC có cạnh bằng 3 ta có: $AD = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \dfrac{2}{3}AD = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

Xét tam giác SOA vuông tại O có: $SO^2 = SA^2 - AO^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 = 9 \Rightarrow SO = 3$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm có tâm là $I(2;2;2)$ và đi qua điểm $M(6;5;2)$ có phương trình là:

A. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=25$　　**B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$

C. $(x-6)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=25$　　**D.** $(x-6)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=5$

Lời giải

Chọn A

- Vì M thuộc mặt cầu tâm I nên bán kính mặt cầu là

$R = IM = \sqrt{(6-2)^2+(5-2)^2+(2-2)^2} = 5$.

- Mặt cầu có tâm I, bán kính $R=5$ có phương trình là: $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=25$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $B(1;2;3)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ **C.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

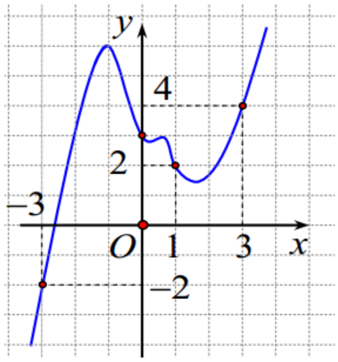
Lời giải

Chọn A

- Vì $O,B\in d \Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{u_d}=(1;2;3)$ là một vectơ chỉ phương.

- Đường thẳng d đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(1;2;3)$ nên đường thẳng d có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y=f'(x)$ cho như hình dưới đây.



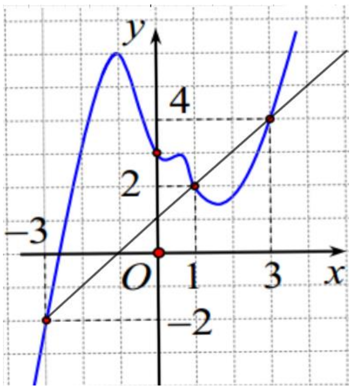
Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**.

A. $\min\limits_{[-3;3]} g(x)=g(1)$. **B.** $\max\limits_{[-3;3]} g(x)=g(1)$.

C. $\max\limits_{[-3;3]} g(x)=g(3)$. **D.** Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của $g(x)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$

$\Rightarrow g'(x)=2f'(x)-(2x+2)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x+1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy: trên khoảng $(-3;3)$ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=x+1$ cắt nhau tại điểm duy nhất có hoành độ là $x=1$.

Ta có bảng biến thiên:

x	-3		1		3
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Trên khoảng $(-3;3)$ hàm số $y=g(x)$ đạt GTLN tại $x=1$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} g(x)=g(1)$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có không quá 10 số nguyên y thỏa mãn $\left(3^{y+3}-3\right)\left(3^y-x\right)>0$?

A. 19683. **B.** 59049. **C.** 6561. **D.** 19682.

Lời giải

Chọn A

$\left(3^{y+3}-3\right)\left(3^y-x\right)>0$ với $\begin{cases} x\in\mathbb{Z}^+ \\ y\in\mathbb{Z} \end{cases}$.

Trường hợp 1: $\begin{cases} 3^{y+3}-3<0 \\ 3^y-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y+3<1 \\ y>\log_3 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y<-2 \\ y>\log_3 x \end{cases}$

Theo yêu cầu bài toán, một x có không quá 10 số nguyên y, mà $y<-2$

$\Rightarrow -13<\log_3 x\le -3$

$\Leftrightarrow 3^{-13} < x \le 3^{-3}$. Mà x nguyên dương $\Rightarrow$ Không tồn tại x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: $\begin{cases} 3^{y+3} - 3 > 0 \\ 3^y - x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y+3 > 1 \\ y < \log_3 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > -2 \\ y < \log_3 x \end{cases}$

Theo yêu cầu bài toán, một x có không quá 10 số nguyên y, mà $y > -2$

$\Rightarrow -1 \le \log_3 x \le 9$

$\Leftrightarrow 0 < x \le 3^9 = 19683$

Vì x nguyên dương $\Rightarrow x \in \{1;...;19683\}$ $\Rightarrow$ Có 19683 giá trị.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x) = 1$, $y = g(x) = |x|$. Giá trị $I = \int_{-1}^{2} \min\{f(x); g(x)\}dx$

A. 1. **B.** $\frac{3}{2}$. **<u>C</u>.** 2. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét bất phương trình $|x| > 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -1 \end{array}\right.$.

Vậy $\min\{1; |x|\} = 1$ khi $1 < x$ hoặc $x < -1$

$\min\{1; |x|\} = |x|$ khi $-1 < x < 1$

Xét $I = \int_{-1}^{2} \min\{f(x); g(x)\}dx = \int_{-1}^{2} \min\{1; |x|\}dx = \int_{-1}^{1} \min\{1; |x|\}dx + \int_{1}^{2} \min\{1; |x|\}dx$

$I = \int_{-1}^{1} |x|dx + \int_{1}^{2} dx = \int_{-1}^{0} -xdx + \int_{0}^{1} xdx + \int_{1}^{2} dx = \left.\frac{-x^2}{2}\right|_{-1}^{0} + \left.\frac{x^2}{2}\right|_{0}^{1} + x\Big|_{1}^{2} = 2.$

Câu 42. Có tất cả bao nhiêu số phức z mà phần thực và phần ảo của nó trái dấu đồng thời thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$ và $|z - 2 - 2i| = 3\sqrt{2}$.

A. 1. **B.** 3. **<u>C</u>.** 2. **D.** 0.

Lời giải

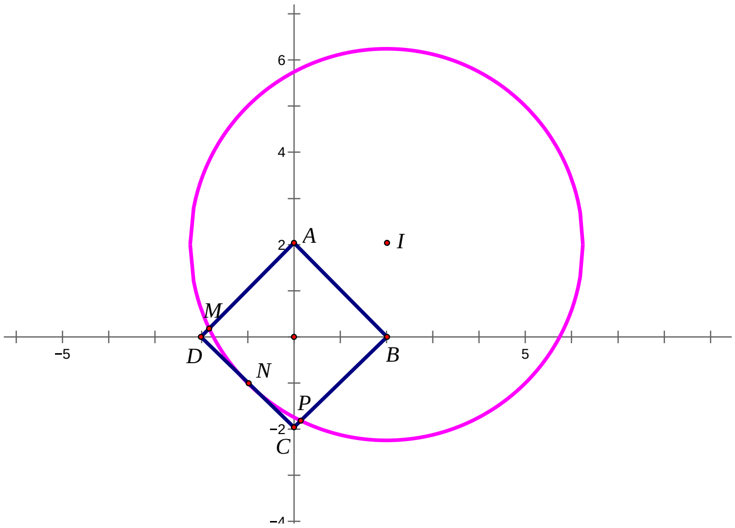
Chọn C

Gọi điểm $M(x; y)$ là điểm trên mp tọa độ Oxy biểu diễn số phức

$z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$

$\left|z+\bar{z}\right|+\left|z-\bar{z}\right|=4\Leftrightarrow\left|2x\right|+\left|2yi\right|=2\Leftrightarrow\left|x\right|+\left|y\right|=2$. Khi đó tập hợp điểm $M\left(x;y\right)$ biểu diễn số phức z là hai cạnh đối AD,BC của hình vuông $ABCD$ độ dài cạnh bằng $2\sqrt{2}$ và tâm là gốc tọa độ O

$\left|z-2-2i\right|=3\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+\left(y-2\right)^2=18$. Tập hợp điểm $M\left(x;y\right)$ biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(2;2\right),R=3\sqrt{2}$.



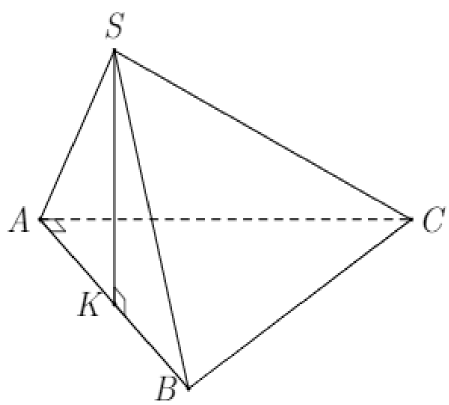
Vậy có 2 điểm biểu diễn M,P thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB=a,BC=a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$. Tính thể tích V của khối khóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi K là trung điểm của đoạn AB. Vì ΔSAB là tam giác đều nên $SK\perp AB$.

$(SAB)\perp(ABC)$ theo giao tuyến AB.

$SK\perp(ABC)\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SK.S_{\Delta ABC}$.

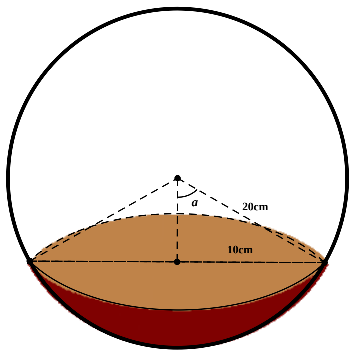
ΔABC vuông tại A có $AB=a, BC=a\sqrt{3}\Rightarrow AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=a\sqrt{2}$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}a.a\sqrt{2}=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

ΔSAB là tam giác đều $\Rightarrow SK=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SK.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 44. Ông An cần làm một đồ trang trí như hình vẽ. Phần dưới là một phần của khối cầu bán kính $20\,cm$ làm bằng gỗ đặc, bán kính của đường tròn phần chỏm cầu bằng $10\,cm$. Phần phía trên làm bằng lớp vỏ kính trong suốt. Biết giá tiền của $1\,m^2$ kính như trên là 1.500.000 đồng, giá triền của $1\,m^3$ gỗ là 100.000.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông An mua vật liệu để làm đồ trang trí là bao nhiêu.



A. 1.000.000 . **B.** 1.100.000 . **C.** 1.010.000 . **D.** 1.005.000

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu là $R=20\,cm$; bán kính đường tròn phần chỏm cầu là $r=10cm$.

Theo hình vẽ ta có $\sin\alpha=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=30^0$.

Diện tích phần làm kính là: $S=\frac{360-2.30}{360}.4\pi.20^2=\frac{4000\pi}{3}\left(cm^2\right)$.

Xét hình nón đỉnh là tâm mặt cầu, hình tròn đáy có bán kính bằng

$r=10\,cm; l=R=20\,cm\Rightarrow h=\sqrt{20^2-10^2}=10\sqrt{3}cm$

Thể tích phần chỏm cầu bằng

$$V_{chomcau} = \frac{2.30}{360}.\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{1}{3}\pi r^2.h = \frac{16000\pi}{9} - \frac{1000\pi\sqrt{3}}{3}\left(cm^3\right)$$

Vậy số tiền ông An cần mua vật liệu là:

$$\frac{4000\pi}{3}.150 + \left(\frac{16000\pi}{9} - \frac{1000\pi\sqrt{3}}{3}\right).100 \approx 1.005.000$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho $HK = \sqrt{27}$. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn A

$H \in \Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t; t; 1+t)$, $K \in \Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m; 2+2m; m)$.

Ta có $\overrightarrow{HK} = (m-2t-2; 2m-t+2; m-t-1)$. Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d} = (1;1;-2)$.

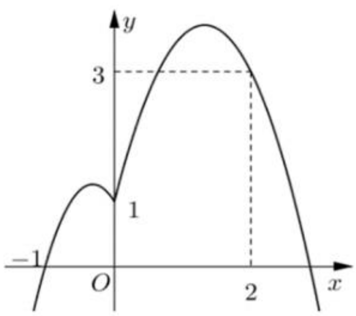
$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{HK} = 0 \Leftrightarrow m-t+2 = 0 \Leftrightarrow m = t-2 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-t-4; t-2; -3)$.

Ta có $HK^2 = (-t-4)^2 + (t-2)^2 + (-3)^2 = 2(t+1)^2 + 27 \geq 27, \forall t \in \mathbb{R}$.

$HK = \sqrt{27} \Leftrightarrow t = -1,\ m = -3.$ Khi đó $\overrightarrow{HK} = (-3;-3;-3) = -3(1;1;1)$, $H(1;-1;0)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập số thực và có $f(-1) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $g(x) = \left|2f(x-1) - x^2\right|$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;3)$.

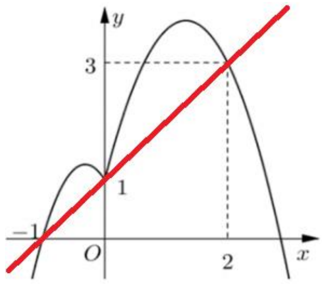
Lời giải

Chọn D

+ Ta xét hàm số $h(x)=2f(x-1)-x^2$, có $h'(x)=2f'(x-1)-2x=2\left[f'(x-1)-(x-1+1)\right]$

+ Đặt $u=x-1$ thì có $h'(x)=2\left[f'(u)-(u+1)\right]$

+ Quan sát đồ thị hàm số $y=f'(u)$ và $y=u+1$



ta suy ra bảng xét dấu

u	$-\infty$	-1		0		2		$+\infty$
$f'(u)-(u+1)$	-	0	+	0	+	0	-	

+ Giải các phương trình $\left[\begin{array}{l} x-1=-1 \\ x-1=0 \\ x-1=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$,

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0		1		3		$+\infty$
u	$-\infty$	-1		0		2		$+\infty$
$h'(x)=2\left[f'(u)-(u+1)\right]$	-	0	+	0	+	0	-	
$h(x)$	$\searrow$	$2f(-1)=0$	$\nearrow$				$\searrow$	

Từ bảng biến thiên dễ thấy hàm số $h(x)=2f(x-1)-x^2$ và $g(x)=\left|2f(x-1)-x^2\right|$ cùng đồng biến trên $(0;3)$.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2020;2020)$ để $2a^{\sqrt{\log_a b}}-b^{\sqrt{\log_b a}}>m\sqrt{\log_a b}+1$ với a,b là các số thực lớn hơn 1?

A. vô số. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{\log_a b}$ vì $a,b\in(1;+\infty)$ nên $t>0$. Suy ra $\begin{cases} b=a^{t^2} \\ \sqrt{\log_b a}=\dfrac{1}{t} \end{cases}$.

Bất phương trình trở thành $2a^t-\left(a^{t^2}\right)^{\frac{1}{t}}>mt+1 \Leftrightarrow a^t>mt+1$. Để bất phương trình

$2a^{\sqrt{\log_a b}}-b^{\sqrt{\log_b a}}>m\sqrt{\log_a b}+1$ đúng với a,b là các số thực lớn hơn 1 thì $m<\dfrac{a^t-1}{t}$ với mọi $t>0$.

Xét hàm $f(t)=\dfrac{a^t-1}{t}$ trên $(0;+\infty)$. Ta có $f'(t)=\dfrac{ta^t\ln a-a^t+1}{t^2}$.

- $g(t)=ta^t\ln a-a^t+1$ trên $[0;+\infty)$. Đạo hàm $g'(t)=ta^t\ln^2 a>0,\forall t>0$.
- Suy ra $g(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$ nên $g(t)>g(0)=0,\forall t>0$.

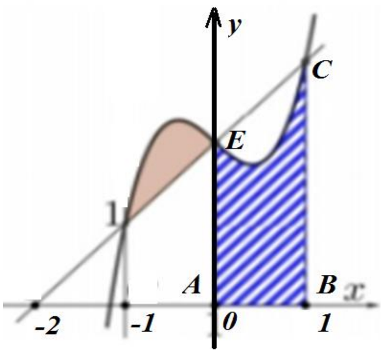
Suy ra $f'(t)>0,\forall t>0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Ta có bảng biến thiên sau

t	0	$+\infty$
$f'(t)$	$+$	
$f(t)$	$\ln a$ ↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m\le\ln a$. Do đúng với mọi $a>1$ và m là số nguyên thuộc $(-2020;2020)$ nên $m\in\{-2019;-2018;...0\}$.

Câu 48. Cho hàm số bậc 3 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và đường thẳng d: $g(x)=mx+n$ có đồ thị như hình vẽ. Nếu phần tô màu đen có diện tích bằng $\frac{1}{2}$, thì phần gạch chéo có diện tích bằng bao nhiêu?

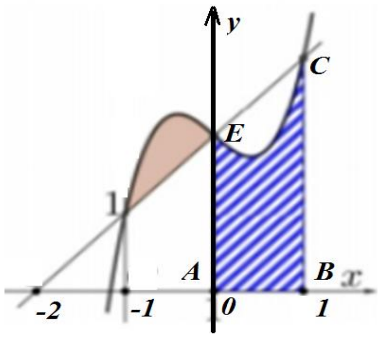


A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Không mất tính tổng quát, ta tịnh tiến đồ thị sang bên trái 1 đơn vị thì có đồ thị như hình dưới



Ta vẫn gọi đường cong và đường thẳng có phương trình dạng $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và $g(x)=mx+n$.

+ Quan sát đường thẳng đi qua điểm $M(-2;0)$ và $N(-1;1)$ nên đường thẳng có phương trình $y=x+2$.

+ Quan sát đường cong thấy hai điểm cực trị có hoành độ là $-1;1$, kết hợp với đạo hàm $f'(x)=3ax^2+2bx+c$ suy ra $b=0$ và $c=-3a$.

+ Quan sát giao điểm đồ thị với Oy ta thấy d=2; vậy $f(x)=ax^3-3ax+2$

+ Từ giả thiết về diện tích phần tô đen ta có

$$\int_{-1}^{0}\left(ax^3-3ax-x\right)dx=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a\int_{-1}^{0}\left(x^3-3x\right)dx-\int_{-1}^{0}xdx=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{5}{4}.a-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a=\frac{4}{5}$$

Vậy ta có hai đường có phương trình: $f(x)=\frac{4}{5}x^3-\frac{12}{5}x+2$.

+ Diện tích hình gạch chéo bằng $S=\int_0^1\left(\frac{4}{5}x^3-\frac{12}{5}x+2\right)dx=1$.

Câu 49. Xét các số phức $z_1,\ z_2$ thỏa $|z_1+1-2i|+|z_1-3-3i|=2\left|z_2-1-\frac{5}{2}i\right|=\sqrt{17}$. Giá trị lớn nhất của $P=|z_1-z_2|+|z_1+2-i|$ bằng

A. $2\sqrt{17}$. **B.** $3\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{17}+\sqrt{29}$. **D.** $\sqrt{17}+2\sqrt{29}$.

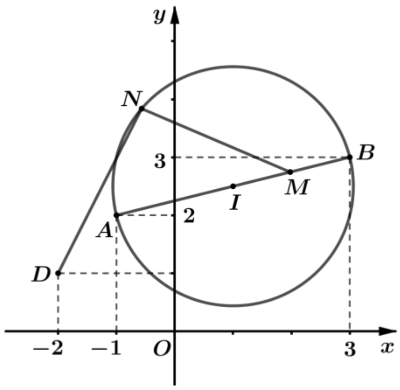
Lời giải

Chọn C

Đặt $z_1 = a + bi,\ z_2 = c + di\ \ (a,b,c,d \in \mathbb{R})$; Gọi $M(a;b),\ N(c;d),\ A(-1;2),\ B(3;3)$ lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $z_1,\ z_2,\ -1+2i,\ 3+3i$ trong mặt phẳng tọa độ.

- $|z_1 + 1 - 2i| + |z_1 - 3 - 3i| = \sqrt{17} \Leftrightarrow MA + MB = \sqrt{17} = AB \longrightarrow M$ thuộc đoạn thẳng AB.
- $2\left|z_2 - 1 - \frac{5}{2}i\right| = \sqrt{17} \Leftrightarrow NI = \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{AB}{2}$ với $I\left(1;\frac{5}{2}\right)$. Ta thấy I là trung điểm của AB.

Suy ra N thuộc đường tròn (C) có tâm I, đường kính AB (như hình bên dưới).



Ta có $P = |z_1 - z_2| + |z_1 + 2 - i| = MN + MD$ với $D(-2;1)$.

Nhận thấy M nằm trên đoạn thẳng AB và $N \in (C)$

$\Rightarrow MN \le AB = \sqrt{17}$ và $MD \le \max\{AD, BD\} = BD = \sqrt{29}$.

Suy ra $P = |z_1 - z_2| + |z_1 + 2 - i| = MN + MD \le \sqrt{17} + \sqrt{29}$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} M \equiv B \\ N \equiv A \end{cases}$.

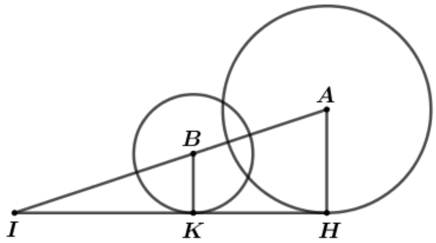
Vậy $P_{\max} = \sqrt{17} + \sqrt{29}$. **Chọn C.**

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3), B\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right), C(1;1;4), D(5;3;0)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng $3, (S_2)$ là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu $(S_1),(S_2)$ đồng thời song song với đường thẳng đi qua C và D.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A



Ta tính được $AB=\frac{3\sqrt{3}}{2}$, lại có $R_1+R_2=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ nên giao tuyến hai mặt cầu là một đường tròn.

Gọi $I=AB\cap(\alpha)$ với (α) là mặt phẳng thỏa mãn bài toán. Hạ BK,AH vuông góc với mặt phẳng (α). Khi đó ta có I nằm ngoài AB và B là trung điểm AI vì

$R_2=\frac{3}{2}=\frac{1}{2}R_1\longrightarrow BK=\frac{1}{2}AH.$

Suy ra $I(2;1;2)$. Gọi phương trình mặt phẳng

$(\alpha):a(x-2)+b(y-1)+c(z-2)=0,\left(a^2+b^2+c^2>0\right).$

Vì $(\alpha)//CD$ mà $\overrightarrow{CD}=(4;2;-4)$ nên ta có $2a+b-2c=0\Leftrightarrow b=2c-2a.$

Khi đó

$$d\left(A,(\alpha)\right)=3\Leftrightarrow\frac{|-a+b-5c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=3\Leftrightarrow(c+a)^2=a^2+(2c-2a)^2+c^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2c\to b=-2c\\ a=\frac{1}{2}c\to b=c\end{array}\right..$$

Khi đó ta có

Trường hợp 1.

$b=-2c;a=2c\Rightarrow(\alpha):2c(x-2)-2c(y-1)+c(z-2)=0\Leftrightarrow 2x-2y+z-4=0.$

Vì $C\in(\alpha)\longrightarrow$ mặt phẳng $2x-2y+z-4=0$ không thỏa.

Trường hợp 2.

$b=c;a=\frac{1}{2}c\Rightarrow(\alpha):\frac{1}{2}c(x-2)+c(y-1)+c(z-2)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-8=0.$

Ta thấy $C,D\notin(\alpha)\longrightarrow x+2y+2z-8=0$ thỏa.

Vậy $x+2y+2z-8=0$. **Chọn A.**