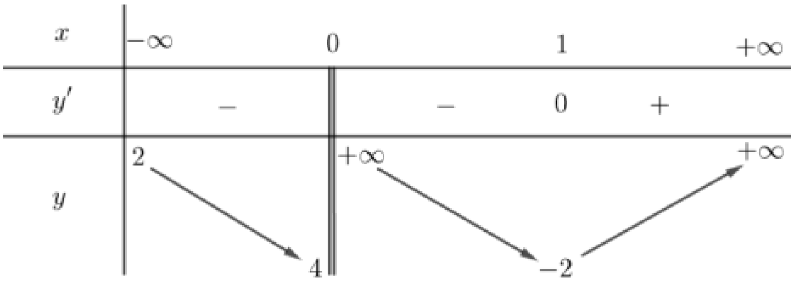
ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 0.
B. 3.
C. 2.
D. 1.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên trục Oy là điểm

A. $M'(1;0;0)$.
B. $M'(1;0;3)$.
C. $M'(0;2;0)$.
D. $M'(0;0;3)$.

Câu 3. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1, giá trị của $\log_{\sqrt{a}}\left(a^{\frac{1}{4}}\right)$ bằng

A. 1.
B. $\frac{1}{4}$.
C. $\frac{1}{2}$.
D. 2.

Câu 4. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$

A. $\bar{z} = 3 - 2i$.
B. $\bar{z} = 2 + 3i$.
C. $\bar{z} = -3 + 2i$.
D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Câu 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2$, $y = x$, $x = 0$, $x = 2$.

A. $\frac{8}{3}$.
B. 8.
C. $\frac{26}{3}$.
D. $\frac{14}{3}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua gốc O và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;3)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 3t \\ z = -2t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 3t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 3t \end{cases}$.

Câu 7. Giá trị của $\int_1^{3^{2021}} \frac{dx}{x}$ bằng

C. 3^{2021}.
B. $2021.\ln 3$.
C. $2021.\ln 3 - 1$.
D. 2021.

Câu 8. Tìm tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - 3x + 2\right)^{\frac{3}{2}}$.

A. $(-\infty;1) \cup (2;+\infty)$.
B. $(-\infty;1] \cup [2;+\infty)$.
C. $(1;2)$.
D. $[1;2]$.

Câu 9. Viết công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng H giới hạn bởi các đường $x=a$, $x=b$, $y=0$, $y=f(x)$ trong đó $y=f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$.

A. $\pi^2\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\left(\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right)^2$. **D.** $\left(\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right)^2$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+1=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (P)?

A. $B(1;2;-8)$. **B.** $C(-1;-2;-7)$. **C.** $A(0;0;1)$. **D.** $D(1;5;18)$.

Câu 11. Hàm số $F(x)$ gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a;b)$ nếu có

A. $f'(x)=F(x),\forall x\in(a;b)$. **B.** $F'(x)=f(x)+C,\forall x\in(a;b)$.

C. $f'(x)=F(x)+C,\forall x\in(a;b)$. **D.** $F'(x)=f(x),\forall x\in(a;b)$.

Câu 12. Cho hình nón có bán kính đáy R, đường cao h. Diện tích xung quanh của hình nón này là

A. πRh. **B.** $2\pi Rh$. **C.** $\pi R\sqrt{R^2+h^2}$. **D.** $2\pi R\sqrt{R^2+h^2}$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$.

C. $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 14. Số nghiệm của phương trình $\log(x+1)=\log_{0,1}(x+4)$ là

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 15. Cho a, b là các số dương và $\log_2 x=2\log_2 a+\frac{1}{3}\log_2 b$. Biểu thị x theo lũy thừa của a và b.

A. $x=ab^{\frac{1}{3}}$. **B.** $x=a^2b^{\frac{1}{3}}$. **C.** $x=a^2\sqrt{2}$. **D.** $x=a^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{b}$.

Câu 16. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(3x^3+\frac{2}{x}\right)^{20}$, $x\neq 0$.

A. $C_{20}^{15}.3^5.2^{15}$. **B.** $C_{20}^{15}.2^{15}$. **C.** $3^5.2^{15}$. **D.** C_{20}^{15}.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1;-1;0)$; $B(-1;-2;3)$; $C(0;0;3)$ có phương trình là $2x+by+cz+d=0$ $(b,\ c,\ d\in\mathbb{Z})$ thì $b+c+d$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=x^9(x-1)^8(x-2)^{2022}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, tam giác SBC cân. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 20. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2e^{x^3+1}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}e^{x^3+1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^{x^3+1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3e^{x^3+1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x^3+1}+C$.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2+1}$.

A. $y'=(x^2+1).2^{x^2}$. **B.** $y'=x.2^{x^2+2}.\ln 2$. **C.** $y'=2^{x^2+1}.\ln 2$. **D.** $y'=2^{x^2}$.

Câu 22. Cho $\log_3 5=a$. Tính $\log_{729}\frac{1}{125}$ theo a.

A. $-\frac{1}{2}a$. **B.** $\frac{1}{2}a$. **C.** $\frac{1}{2a}$. **D.** $-\frac{1}{2a}$.

Câu 23. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+3$ tại $M(2;7)$.

A. $y=10x-27$. **B.** $y=10x-13$. **C.** $y=7x-7$. **D.** $y=x+5$.

Câu 24. Cho hai số phức $z_1=1-2i$, $z_2=2+6i$. Tính $z_1.z_2$.

A. $-10+2i$. **B.** $2-12i$. **C.** $14-10i$. **D.** $14+2i$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;5)$ và $B(1;2;-1)$. Mặt phẳng có phương trình nào sau đây là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (Oxy)?

A. $3x+z-2=0$. **B.** $x-2y+3=0$.

C. $6x-6y+z+7=0$.

D. $6y+z-11=0$.

Câu 26. Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3-2x}$?

A. $y=-2$.

B. $y=-2\left(3-2x\right)^{-1}$.

C. $y=-\dfrac{1}{2}\ln\left|3-2x\right|$.

D. $y=\ln\left|3-2x\right|$.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$ bằng

A. $30°$.

B. $45°$.

C. $90°$.

D. $60°$.

Câu 28. Cho số phức $z=a+bi$ $\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left(1+i\right)z-\left(3+2i\right)=1-4i$. Giá trị của $a+b$ bằng

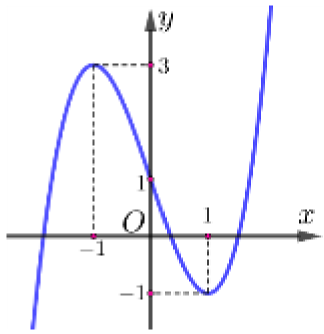
A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. -2.

Câu 29. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)+1=0$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 30. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, $AC'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ này là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 31. Cho 2 số x,y thỏa mãn $5^x=3$ và $5^y=6$. Giá trị của 5^{2x-y} bằng

A. $\dfrac{3}{2}$.

B. 54.

C. 36.

D. 1.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x+2y-2z+5=0$ và điểm $M\left(0;2;4\right)$. Tính $d\left(M,\left(P\right)\right)$.

A. $\dfrac{1}{3}$.

B. $\dfrac{1}{9}$.

C. $\dfrac{4}{9}$.

D. $\dfrac{4}{3}$.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\le 4-\dfrac{1}{3^{x-1}}$ là

A. $\left(-\infty;0\right]$.

B. $\left[1;+\infty\right)$.

C. $\left[0;1\right]$.

D. $\left(0;1\right)$.

Câu 34. Gọi $z_1;z_2$ là hai nghiệm của phương trình $z^2-2z+3=0$. Tính giá trị của biểu thức $A=z_1+z_2-z_1.z_2$.

A. $A=-5.$ **B.** $A=1.$ **C.** $A=5.$ **D.** $A=-1.$

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m, $-10<m<10$ để phương trình $(x-1)(x^2-mx+2)=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. 13. **B.** 14. **C.** 16. **D.** 15.

Câu 36. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{4x-1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là

A. $4\ln(x+2)+\dfrac{4}{x+2}+C$. **B.** $4\ln(x+2)-\dfrac{9}{x+2}+C$.

C. $4\ln(x+2)-\dfrac{4}{x+2}+C$. **D.** $4\ln(x+2)+\dfrac{9}{x+2}+C$.

Câu 37. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$, $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=2a$, $AC=3a$, SA vuông góc với (ABC), $SA=5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{38}}{4}$. **B.** $R=a\sqrt{38}$. **C.** $R=\sqrt{38}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{38}}{2}$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ giao điểm M của đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+5}{-4}$ với mặt phẳng $(P):2x-y+z+11=0$.

A. $M(-1;1;-5)$. **B.** $M(-4;0;-3)$. **C.** $M(1;4;-9)$. **D.** $M(0;0;-11)$.

Câu 40. Ba chiếc bình có hình trụ cùng chứa một lượng nước như nhau, độ cao mức nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Lúc đó bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình (theo thứ tự) I, II, III lập thành một cấp số nhân với công bội bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):2x+2y-z+7=0$. Khoảng cách từ điểm $B(0;3;12)$ đến đường thẳng Δ bằng

A. $\sqrt{110}$. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{74}$. **D.** $\sqrt{21}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tam giác ABC đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$, tam giác SAC cân. Tính khoảng cách h từ A đến (SBC).

A. $h=\dfrac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{7}}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_{-4}^{1} f(x)\mathrm{d}x=10$. Giá trị của $\int\limits_{1}^{2} f(6-5x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t_1\\ y=1-5t_1\\ z=1-t_1\end{cases}, d_2:\begin{cases}x=1+2t_2\\ y=1-t_2\\ z=t_2\end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x-y-z=0$. Phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 là

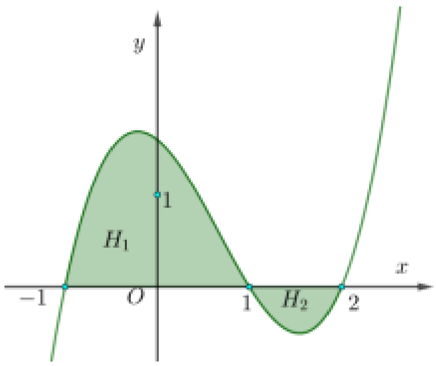
A. $\begin{cases}x=2+t\\ y=1\\ z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\ y=1\\ z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\ y=1\\ z=3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\ y=1\\ z=1+3t\end{cases}$.

Câu 45. Có hai giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}$ có một tiệm cận ngang là $y=1$. Tổng hai giá trị này bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Biết H_1 có diện tích bằng 7, H_2 có diện tích bằng 3. Tính

$$I=\int\limits_{-2}^{-1}(2x+6)f(x^2+6x+7)\mathrm{d}x$$



A. 11. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 10.

Câu 47. Cho $f(x)$ là hàm số bậc 5. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x-2)+x^3-6x^2+9x$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và $2f(x)+3f(-x)=\frac{1}{x^2+4}$, $\forall x\in[-2;2]$.

Tính $I=\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{\pi}{10}$. **B.** $I=-\frac{\pi}{10}$. **C.** $I=-\frac{\pi}{20}$. **D.** $I=\frac{\pi}{20}$.

Câu 49. Cho $x,\ y,\ z>0;\ a,\ b,\ c>1$ và $a^x=b^y=c^z=\sqrt[3]{abc}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-z^2+z$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(2;4)$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m^2-2m$. Gọi S tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $3\max\limits_{[-3;1]} f(|x|)+2\min\limits_{[-3;1]} f(|x|)\le 112$. Số phần tử của S bằng

A. 11. **B.** 12. **C.** 9. **D.** 10.

HẾT

ĐÁP ÁN									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	C	B	D	B	B	A	B	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	C	B	B	A	D	C	C	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	B	D	B	C	D	D	D	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	C	D	A	D	D	D	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	A	B	B	B	D	C	A

Lời giải các câu vận dụng cao

Câu 45. Có hai giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}$ có một tiệm cận ngang là $y=1$. Tổng hai giá trị này bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Ta có:

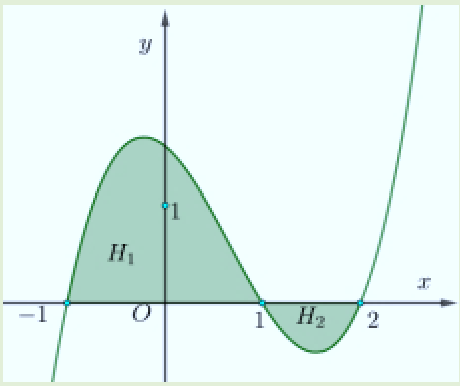
$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{mx+x\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}}{x\left(2-\frac{1}{x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(m+\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}\right)}{x\left(2-\frac{1}{x}\right)}=\frac{m+1}{2};$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{mx-x\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}}{x\left(2-\frac{1}{x}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(m-\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}\right)}{x\left(2-\frac{1}{x}\right)}=\frac{m-1}{2}.$$

Theo giả thiết thì đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{m+1}{2}=1\\ \frac{m-1}{2}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=3\end{array}\right.$.

Tổng hai giá trị m tìm được là $1+3=4$. $\xrightarrow{Chọn}\boxed{B}$

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ . Biết H_1 có diện tích bằng 7, H_2 có diện tích bằng 3. Tính $I=\int_{-2}^{-1}(2x+6)f(x^2+6x+7)\mathrm{d}x$



A. 11. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 10.

Hướng dẫn giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy $\begin{cases} S_{H_1} = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 7 \\ S_{H_2} = \int\limits_{1}^{2} [-f(x)]\mathrm{d}x = 3 \end{cases}$ hay $\begin{cases} \int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 7 \\ \int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = -3 \end{cases}$.

Xét $I = \int\limits_{-2}^{-1} (2x+6) f(x^2+6x+7)\mathrm{d}x$. Đặt $t = x^2+6x+7 \Rightarrow \mathrm{d}t = (2x+6)\mathrm{d}x$. Đổi cận:

$\begin{cases} x = -2 \Rightarrow t = -1 \\ x = -1 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$.

Khi đó: $I = \int\limits_{-1}^{2} f(t)\mathrm{d}t = \int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 7 + (-3) = 4$. Vậy $I = 4$. $\xrightarrow{Chọn} \boxed{B}$

Câu 47. Cho $f(x)$ là hàm số bậc 5. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x-2) + x^3 - 6x^2 + 9x$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Ta biết $f'(x)$ có dạng bậc bốn trùng phương nên đặt

$f'(x) = ax^4 + bx^2 + c \Rightarrow f''(x) = 4ax^3 + 2bx$.

Từ bảng biến thiên suy ra: $\begin{cases} f'(\pm 1) = 0 \\ f'(0) = 3 \\ f''(\pm 1) = 0 \\ f''(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c = 0 \\ c = 3 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \\ c = 3 \end{cases}$.

Do vậy $f'(x) = 3x^4 - 6x^2 + 3 = 3(x^2-1)^2 \Rightarrow f'(x-2) = 3(x^2-4x+3)^2$.

Xét hàm số $g(x)$, ta có $g'(x) = f'(x-2) + 3(x^2-4x+3) = 3(x^2-4x+3)^2 + 3(x^2-4x+3)$;

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-4x+3 = 0 \\ x^2-4x+3 = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$y_{CĐ}$	$\searrow$		$\searrow$	y_{CT}	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực trị. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{B}$

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và $2f(x)+3f(-x)=\dfrac{1}{x^2+4}$, $\forall x\in[-2;2]$.

Tính $I=\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{\pi}{10}$. **B.** $I=-\dfrac{\pi}{10}$. **C.** $I=-\dfrac{\pi}{20}$. **D.** $I=\dfrac{\pi}{20}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $2f(x)+3f(-x)=\dfrac{1}{x^2+4}$, $\forall x\in[-2;2]$, suy ra $\boxed{2\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x+3\int_{-2}^{2} f(-x)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{2}\frac{1}{x^2+4}\mathrm{d}x}$

(1).

Xét $3\displaystyle\int_{-2}^{2} f(-x)\mathrm{d}x$. Đặt $t=-x\Rightarrow dt=-dx$. Ta có: $3\displaystyle\int_{-2}^{2} f(-x)\mathrm{d}x=3\int_{2}^{-2} f(t)(-\mathrm{d}t)=3\int_{-2}^{2} f(x)dx$ (2).

Thay (2) vào (1), ta được: $5\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{2}\frac{1}{x^2+4}\mathrm{d}x\Rightarrow \boxed{I=\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\int_{-2}^{2}\frac{1}{x^2+4}\mathrm{d}x}$.

Đặt $x=2\tan t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t$. Đổi cận: $\begin{cases} x=-2\Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{4} \\ x=2\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$.

Khi đó: $I=\dfrac{1}{5}.\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{4\tan^2 t+4}2\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{10}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}t=\frac{\pi}{20}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{D}$

Câu 49. Cho $x,\ y,\ z>0;\ a,\ b,\ c>1$ và $a^x=b^y=c^z=\sqrt[3]{abc}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-z^2+z$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(2;4)$.

Hướng dẫn giải:

Ta có : $a^x = b^y = c^z = \sqrt[3]{abc}$; suy ra $x = \log_a \sqrt[3]{abc}$, $y = \log_b \sqrt[3]{abc}$, $z = \log_c \sqrt[3]{abc}$ với $x, , y, z > 0$.

Khi đó : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{\log_a \sqrt[3]{abc}}+\frac{1}{\log_b \sqrt[3]{abc}}+\frac{1}{\log_c \sqrt[3]{abc}}=\log_{\sqrt[3]{abc}} a+\log_{\sqrt[3]{abc}} b+\log_{\sqrt[3]{abc}} c$

$=\log_{\sqrt[3]{abc}}(abc)=3$. Suy ra : $\boxed{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=3-\frac{1}{z}}$.

Thay vào biểu thức *P*, ta được :

$P = f(z) = 3-\frac{1}{z}-z^2+z \quad (z>0)$; $f'(z)=\frac{-2z^3+z^2+1}{z^2}=0 \Leftrightarrow z=1$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
$f'(z)$		$+$	0	$-$	
$f(z)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max\limits_{(0;+\infty)} f(z) = f(1) = 2$.

Vậy $\max P = 2$. $\xrightarrow{Chọn}$ $\boxed{C}$

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m^2 - 2m.$ Gọi S tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $3\max\limits_{[-3;1]} f(|x|) + 2\min\limits_{[-3;1]} f(|x|) \le 112$. Số phần tử của S bằng

A. 11. **B.** 12. **C.** 9. **D.** 10.

Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $f(|x|) = |x|^3 - 3|x|^2 + m^2 - 2m$ (1). Đặt $t = |x|$; $x \in [-3;1] \Rightarrow t \in [0;3]$.

Hàm số (1) trở thành $f(t) = t^3 - 3t^2 + m^2 - 2m$, $t \in [0;3]$; $f'(t) = 3t^2 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Ta có: $f(0) = m^2 - 2m$; $f(2) = m^2 - 2m - 4$; $f(3) = m^2 - 2m$.

Suy ra: $\begin{cases} \min\limits_{[-3;1]} f(|x|) = \min\limits_{[0;3]} f(t) = m^2 - 2m - 4 \\ \max\limits_{[-3;1]} f(|x|) = \max\limits_{[0;3]} f(t) = m^2 - 2m \end{cases}$.

Ta có: $3\max\limits_{[-3;1]} f\left(|x|\right)+2\min\limits_{[-3;1]} f\left(|x|\right)\le 112 \Leftrightarrow 3\left(m^2-2m\right)+2\left(m^2-2m-4\right)\le 112$

$\Leftrightarrow 5m^2-10m-120\le 0 \Leftrightarrow -4\le m\le 6$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{-4;-3;...;6\right\}$.

Vậy có 11 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. $\xrightarrow{\textit{Chọn}} \boxed{A}$