ĐỀ SỐ 4

Câu 1. Hình mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh và số mặt lần lượt là

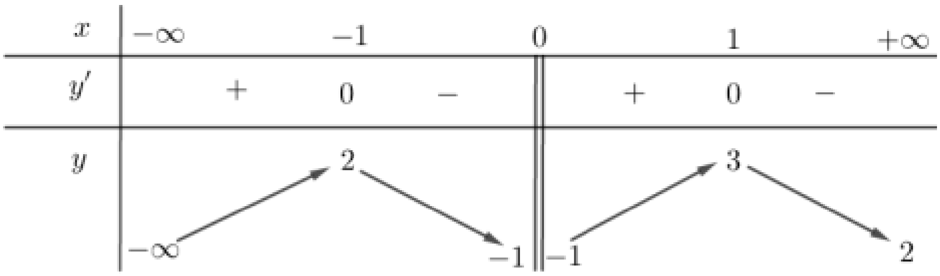
A. $20,\ 30,\ 12$. **B.** $30,\ 20,\ 12$. **C.** $30,\ 12,\ 20$. **D.** $12,\ 20,\ 30$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;-4)$ là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{-4}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+4}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{3}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên



Hỏi hàm số có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 4. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi\ cm^2$ và bán kính đáy $r=\dfrac{1}{2}$cm. Tính độ dài đường sinh của hình nón.

A. 1cm. **B.** 4cm. **C.** 2cm. **D.** 3cm.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+2022$ là

A. $2x^2+C$. **B.** $x^2+2022x+C$.

C. x^2+C. **D.** $2x^2+2022x+C$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2+2x}>27$ là

A. $(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến mặt phẳng $(P):x+3y-4z+9=0$ là

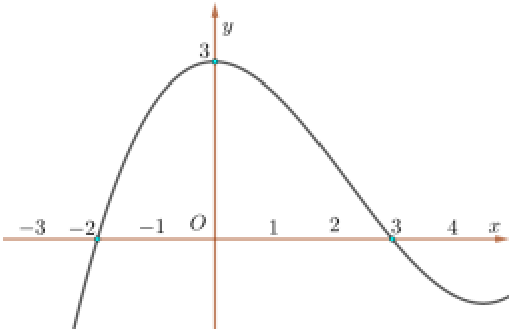
A. $\dfrac{17}{\sqrt{26}}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{26}}{13}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{26}}{13}$.

Câu 8. Diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh $3a$ là

A. $72a^2$.	**B.** $54a^2$.

C. $36a^2$.	**D.** $9a^2$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy chỉ ra một khoảng đồng biến của hàm số đã cho.



A. $(0;3)$.	**B.** $(3;4)$.

C. $(-3;-2)$.	**D.** $(-2;-1)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$, $\lim\limits_{x\to 2^+} y=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

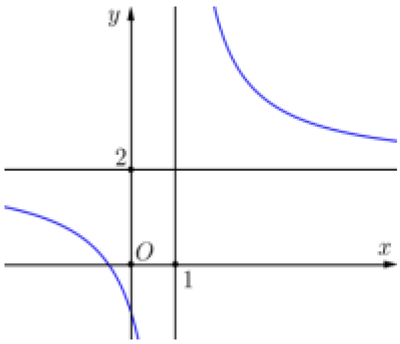
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $x=2$ và tiệm cận đứng $y=2$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng $x=2$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$ và và không có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$ và tiệm cận đứng $x=2$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ ?



A. $y=x^4-3x^2+1$.	**B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.	**D.** $y=-x+2$.

Câu 12. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$.	**B.** 3.	**C.** 9.	**D.** $\sqrt{15}$.

Câu 13. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Phần ảo của số phức $w=3z_1-2z_2$ là

A. 1 .	**B.** 11 .	**C.** 12 .	**D.** $12i$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\ln x-\dfrac{x}{2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 15. Cho các số dương a,b,c,d . Biểu thức $M=\log\dfrac{a}{b}+\log\dfrac{b}{c}+\log\dfrac{c}{d}+\log\dfrac{d}{a}$ bằng

A. 1.   **B.** $\log\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{d}+\frac{d}{a}\right)$.   **C.** 0.   **D.** $\log(abcd)$.

Câu 16. Tập nghiệm của phương trình $\log_6\left[x(5-x)\right]=1$

A. $\{-1;6\}$.   **B.** $\{2;3\}$.   **C.** $\{1;-6\}$.   **D.** $\{4;6\}$.

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $I,\ J$ tương ứng là trung điểm của $BC,\ BB'$. Góc giữa hai đường thẳng $AC,\ IJ$ bằng

A. 30^0.   **B.** 120^0.   **C.** 60^0.   **D.** 45^0.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=\ln\left|2-x^2\right|$ là:

A. $(-2;2)$.   **B.** $\mathbb{R}$.   **C.** $\mathbb{R}\setminus\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.   **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\right\}$

Câu 19. Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2-2z+4=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=\frac{z_1^2}{z_2}+\frac{z_2^2}{z_1}$

A. 4.   **B.** -4.   **C.** 8.   **D.** $-\frac{11}{4}$.

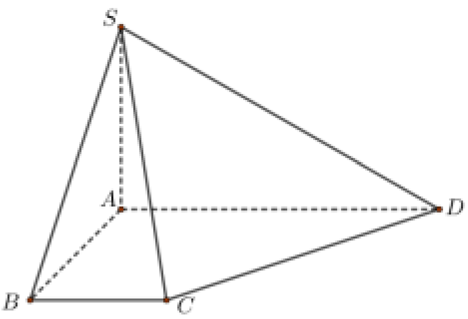
Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;1)$, $B(-1;0;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $x-y+z+1=0$ là

A. $y-z-2=0$.   **B.** $y+z+2=0$.   **C.** $y+z-2=0$.   **D.** $-y+z-2=0$.

Câu 21. Cho hàm số $y=\frac{1}{x+1+\ln x}$ với $x>0$. Khi đó $-\frac{y'}{y^2}$ bằng

A. $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$.   **B.** $\frac{x}{1+x+\ln x}$.   **C.** $1+\frac{1}{x}$.   **D.** $\frac{x}{x+1}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=a,\ AD=3a,\ BC=a.$ Biết $SA=a\sqrt{3},$ tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo $a.$



A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.   **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.   **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 23. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1=2$, $z_2=4i$, $z_3=2+4i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Tính diện tích tam giác ABC.

A. 8.   **B.** 2.   **C.** 6.   **D.** 4.

Câu 24. Cho hàm số $y=2x^4-6x^2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y=4$ là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$ và $B(3;-1;-3)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{5}$. **B.** $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{-5}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{-5}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-7}{-5}$.

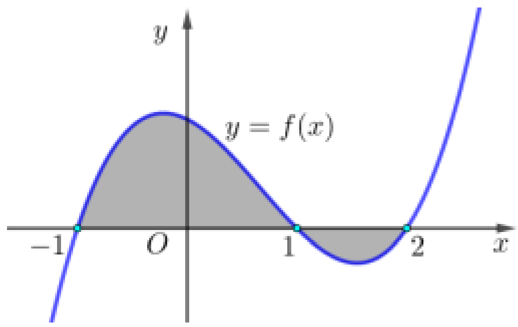
Câu 26. Cho z_1,z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+5=0$, trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Khi đó z_1+3z_2 bằng:

A. $-4+4i$. **B.** $4+4i$. **C.** $-4-4i$. **D.** $4-4i$.

Câu 27. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho

A. $V=\dfrac{4a^3}{3}$. **B.** $V=4\sqrt{7}a^3$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 28. Gọi S là diện tích miền hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên dưới. Công thức tính S là



A. $S=\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 29. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoả $|z+1-2i|=3$.

A. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=9$. **B.** Đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $r=9$.

C. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $r=3$. **D.** Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=3$.

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-1, q=-\dfrac{1}{10}$. Số $\dfrac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của dãy

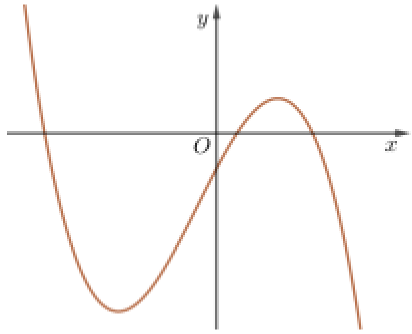
A. Số hạng thứ 101. **B.** Số hạng thứ 104.

C. Số hạng thứ 102. **D.** Số hạng thứ 103.

Câu 31. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $(z-2)^2+1=0$. Môđun của số phức $z_0 i$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{5}$. **D.** 2.



Câu 32. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

B. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.

C. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

D. $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$.

Câu 33. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z+\bar{z}$ là số thuần ảo và $|z-2i|=1$

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 34. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 35. Biết $\displaystyle\int_1^{e}\frac{(x+1)\ln x+2}{1+x\ln x}dx=a.e+b\ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tỉ số $\dfrac{a}{b}$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có $ASB=BSC=CSA=60^\circ$, $SA=a$, $SB=2a$, $SC=4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37. Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-2x}>\dfrac{1}{8}$ có tập nghiệm là khoảng $(a;b)$. Khi đó giá trị của $a-b$ là

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 38. Đồ thị hàm số nào sau đây có 2 đường tiệm cận đứng?

A. $y=\log_2\left(x^2-1\right)$. **B.** $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=\sqrt{x}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-3)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-t\\y=1+3t\\z=5-t\end{cases}$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình là:

A. $-x+3y-z=0$. **B.** $x-3y+z+1=0$. **C.** $3y-z-3=0$. **D.** $x+3y-z-5=0$

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2>\ln(4x-4)$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)\setminus\{2\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 41. Số ca nhiễm Covid-19 trong cộng đồng ở một tỉnh vào ngày thứ x trong một giai đoạn được ước tính theo công thức $f(x)=A.e^{rx}$, trong đó A là số ca nhiễm ở ngày đầu của giai đoạn, r là tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày của giai đoạn đó và trong cùng một giai đoạn thì r không đổi. Giai đoạn thứ nhất tính từ ngày tỉnh đó có 9 ca bệnh đầu tiên và không dùng biện pháp phòng chống lây nhiễm nào thì đến ngày thứ 6 số ca bệnh của tỉnh là 180 ca. Giai đoạn thứ hai (kể từ ngày thứ 7 trở đi) tỉnh đó áp dụng các biện pháp phòng chống lây nhiễm nên tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày giảm đi 10 lần so với giai đoạn trước. Đến ngày thứ 6 của giai đoạn thứ hai thì số ca bệnh của tỉnh đó gần nhất với số nào sau đây?

A. 242. **B.** 90. **C.** 16. **D.** 422.

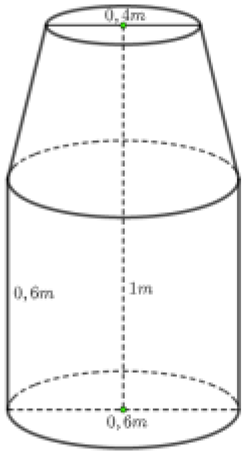
Câu 42. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, với a, b, c là các số thực, $a\neq 0$. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, hàm số có ba điểm cực trị và phương trình $y=0$ vô nghiệm. Hỏi trong 3 số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 43. Cho a,b,c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a=25^b=10^c$. Tính $T=\dfrac{c}{a}+\dfrac{c}{b}$.

A. $T=\dfrac{1}{2}$. **B.** $T=2$. **C.** $T=\sqrt{10}$. **D.** $T=\dfrac{1}{10}$.

Câu 44. Tính thể tích của thùng đựng nước có hình dạng và kích thước như hình vẽ



A. $\dfrac{0,238\pi}{4}\left(m^3\right)$.

B. $\dfrac{0,238\pi}{\sqrt{3}}\left(m^3\right)$.

C. $\dfrac{0,238\pi}{3}\left(m^3\right)$.

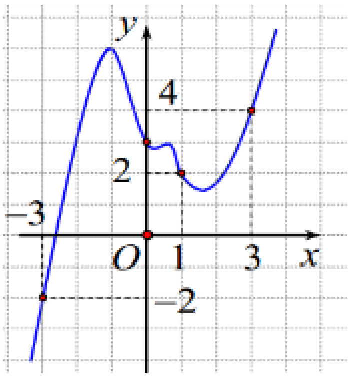
D. $\dfrac{0,238\pi}{\sqrt{2}}\left(m^3\right)$.

Câu 45. Có 8 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để có đúng 2 học sinh lớp A ngồi cạnh nhau bằng $\dfrac{a}{b}$ với $a,\, b\in\mathbb{N},\, (a;b)=1$

Khi đó giá trị $a+b$ là

A. 43. **B.** 93. **C.** 101. **D.** 21.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y=f'(x)$ cho như hình dưới đây. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.



A. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

B. $g(1)>g(3)>g(-3)$.

C. $g(-3)>g(1)>g(3)$.

D. $g(1)>g(-3)>g(3)$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC=2a,\, BD=4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$.

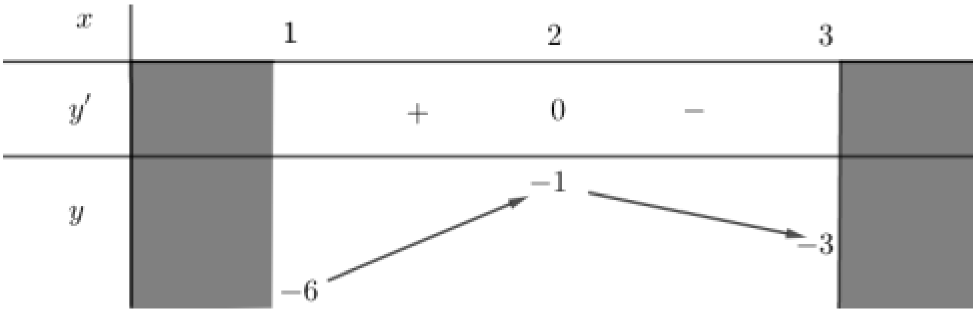
Câu 48. Xét các số thực dương $a,\, b,\, c>1$ với $a>b$ thỏa $4\left(\log_a c+\log_b c\right)=25\log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_b a+\log_a c+\log_c b$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 8. **D.** $\dfrac{17}{2}$.

Câu 49. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1$ và $\left|z_1-z_2\right|=2$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

Câu 50. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[1;3\right]$ và có bảng biến thiên như sau:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x-1\right)=\dfrac{m}{x^2-6x+12}$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[2;4\right]$. Tổng các phần tử của S là

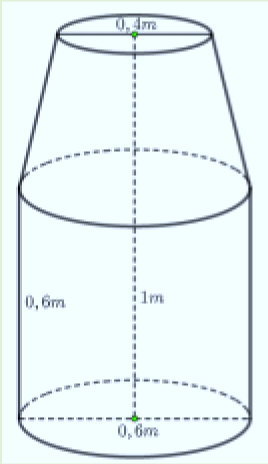
A. -297. **B.** -294. **C.** -75. **D.** -72.

HẾT

ĐÁP ÁN									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	C	B	B	A	D	B	D	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	C	A	C	B	C	D	B	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	D	B	D	A	D	B	D	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	C	A	A	B	C	D	A	B	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	B	C	A	B	D	A	A	C

LỜI GIẢI CÁC CÂU VẬN DỤNG CAO

Câu 44. Tính thể tích của thùng đựng nước có hình dạng và kích thước như hình vẽ



A. $\frac{0,238\pi}{4}(m^3)$. **B.** $\frac{0,238\pi}{\sqrt{3}}(m^3)$. **C.** $\frac{0,238\pi}{3}(m^3)$. **D.** $\frac{0,238\pi}{\sqrt{2}}(m^3)$.

Hướng dẫn giải:

Thể tích của thùng đựng nước là: $\boxed{V = V_1 + V_2}$ với V_1 là thể tích khối trụ có đường kính đáy bằng $2R_1 = 0,6\ m$ và chiều cao $h_1 = 0,6\ m$; V_2 là thể tích khối nón cụt có đường kính đáy lớn $2R_1 = 0,6\ m$ và đường kính đáy nhỏ $2R_2 = 0,4\ m$ và chiều cao $h_2 = 1 - 0,6 = 0,4\ m$.

Khi đó: $V_1 = \pi R_1^2.h_1 = \pi.(0,3)^2.0,6 = \boxed{\frac{27\pi}{500}}(m^3)$;

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi h_2\left(R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2\right) = \frac{1}{3}\pi.0,4.(0,09+0,04+0,06) = \boxed{\frac{19\pi}{750}}(m^3).$$

Vậy $V = V_1 + V_2 = \frac{27\pi}{500} + \frac{19\pi}{750} = \frac{199}{1500}\pi(m^3) = \boxed{\frac{0,238\pi}{3}}(m^3)$. $\xrightarrow{Chọn} \boxed{C}$

Câu 45. Có 8 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để có đúng 2 học sinh lớp A ngồi cạnh nhau bằng $\frac{a}{b}$ với $a,b \in \mathbb{N}, (a;b) = 1$. Khi đó giá trị $a+b$ là

A. 43. **B.** 93. **C.** 101. **D.** 21.

Hướng dẫn giải:

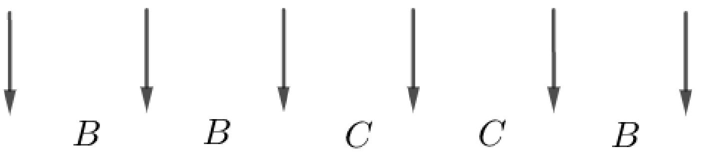
Gọi Ω là không gian mẫu. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8!$.

Gọi X là biến cố: “Xếp được hàng có đúng 2 học sinh lớp A ngồi cạnh nhau”.

Việc xếp hàng thỏa mãn biến cố X được thực hiện như sau:

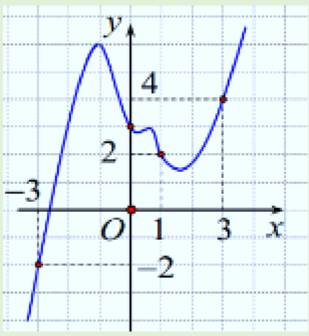
- Chia các học sinh lớp A thành hai nhóm (có thứ tự), ta có $A_3^2.1$ (cách xếp).
- Xếp 5 học sinh không phải lớp A thành một hàng ngang, ta có $5!$ (cách xếp).
- Ta có thể xếp các nhóm của lớp A vào một trong các vị trí: ở giữa hai bạn liên tiếp đã xếp trước hoặc ở hai vị trí đầu hàng đã xếp trước, ta có A_6^2 (cách xếp).

Khi đó, số biến cố thuận lợi của X là: $n(X)=5!.A_3^2.A_6^2=21\,600$.



Xác suất cần tìm là: $P(X)=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{21\,600}{8!}=\dfrac{15}{28}\Rightarrow a=15,\ b=28\Rightarrow a+b=43$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{A}$

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y=f'(x)$ cho như hình dưới đây. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.



A. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

B. $g(1)>g(3)>g(-3)$.

C. $g(-3)>g(1)>g(3)$.

D. $g(1)>g(-3)>g(3)$.

Hướng dẫn giải:

Xét $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$; $g'(x)=2f'(x)-(2x+2)=2\left[f'(x)-(x+1)\right]=0\Leftrightarrow\boxed{f'(x)=x+1}$

.

Vẽ đường thẳng $y=x+1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị $y=f'(x)$ (Xem hình).

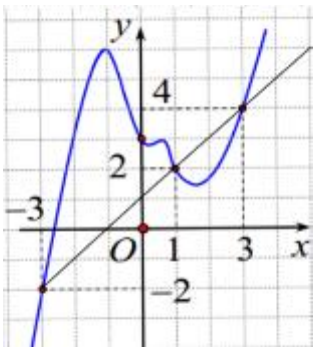
Ta có: $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Nhận xét:

□ Ta thấy khi $x\in[-3;1]$ thì đồ thị hàm $y=f'(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm $y=x+1$, do vậy

$f'(x)-(x+1)>0\Rightarrow g'(x)=2\left[f'(x)-(x+1)\right]>0\Rightarrow\int\limits_{-3}^{1}g'(x)\mathrm{d}x>0$. Lý luận tương tự, ta có: $\int\limits_{1}^{3}g'(x)dx<0$.

□ Xét $\int\limits_{-3}^{3}g'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-3}^{1}g'(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3}g'(x)\mathrm{d}x=S_1-S_2>0$ với S_1, S_2 là các phần diện tích tương ứng trong hình vẽ. Từ đó, ta có lời giải bên dưới.



Xét $\int\limits_{-3}^{1}g'(x)\mathrm{d}x=2\int\limits_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x>0$

$\Rightarrow g(1)-g(-3)>0\Leftrightarrow\boxed{g(1)>g(-3)}$ (1).

Xét $\int\limits_{1}^{3}g'(x)\mathrm{d}x=2\int\limits_{1}^{3}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x<0$

$\Rightarrow g(3)-g(1)<0\Leftrightarrow\boxed{g(3)<g(1)}$ (2).

Xét $\int\limits_{-3}^{3}g'(x)\mathrm{d}x>0\Rightarrow g(3)-g(-3)>0\Leftrightarrow\boxed{g(3)>g(-3)}$.

Vậy ta có $g(1)>g(3)>g(-3)$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{B}$

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC=2a$, $BD=4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$.

Hướng dẫn giải:

Trong $(ABCD)$, gọi $O=AC\cap BD$. Ta có: $OA=a$, $OB=2a$.

Xét tam giác OAB vuông tại O. Ta có $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{a^2+(2a)^2}=a\sqrt{5}$.

Gọi H là trung điểm AB, vì ΔSAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH\perp(ABCD)$ và $\boxed{SH=\dfrac{a\sqrt{5}.\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{15}}{2}}$.

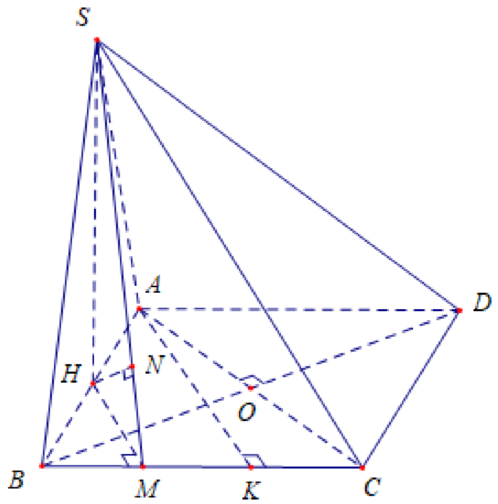
Ta có: $AD//(SBC)$, $SC \subset (SBC) \Rightarrow \boxed{d(AD,SC) = d(AD,(SBC)) = d(A,(SBC))}$.

Ta lại có: $\dfrac{d(H,(SBC))}{d(A,(SBC))} = \dfrac{HB}{AB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \boxed{d(A,(SBC)) = 2d(H,(SBC))}$.

Trong $(ABCD)$, kẻ HM vuông góc với BC tại M. Kẻ đường cao HN của tam giác SHM.

Ta chứng minh được: $HN \perp (SBC)$ hay

$\boxed{d(H,(SBC)) = HN}$.



Ta có: $S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}.4a.2a = 4a^2 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = 2a^2$.

Suy ra $S_{\Delta HBC} = \dfrac{1}{2} S_{\Delta ABC} = a^2$ (do H là trung điểm AB).

Mặt khác: $S_{\Delta HBC} = \dfrac{1}{2} HM.BC \Leftrightarrow a^2 = \dfrac{1}{2} HM.a\sqrt{5}$

$\Rightarrow \boxed{HM = \dfrac{a^2}{a\sqrt{5}} = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}}$.

Xét tam giác SHM vuông tại H ta có:

$$HN = \frac{SH.HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{2}.\frac{2a\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{\frac{15a^2}{4} + \frac{20a^2}{25}}} = \frac{2a\sqrt{1365}}{91}.$$

Vậy $d(AD,SC) = 2HN = \dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}$ **D**

Câu 48. Xét các số thực dương $a,\ b,\ c > 1$ với $a > b$ thỏa $4(\log_a c + \log_b c) = 25\log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_b a + \log_a c + \log_c b$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 8. **D.** $\dfrac{17}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $4(\log_a c + \log_b c) = 25\log_{ab} c \Leftrightarrow 4\left(\dfrac{1}{\log_c a} + \dfrac{1}{\log_c b}\right) = 25\left(\dfrac{1}{\log_c a + \log_c b}\right)$

$\Leftrightarrow 4(\log_c a + \log_c b)^2 = 25(\log_c a).(\log_c b) \Leftrightarrow 4(\log_c a)^2 - 17.(\log_c a).(\log_c b) + 4(\log_c b)^2 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_c a = 4\log_c b \\ \log_c a = \dfrac{1}{4}\log_c b\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a = b^4 \\ b = a^4\end{array}\right.$$. Vì $a > b > 1$ nên $b = a^4$ không thỏa mãn.

Với $a = b^4$, ta có: $P = \log_b b^4 + \log_{b^4} c + \log_c b = 4 + \dfrac{1}{4}\log_b c + \log_c b$.

Vì $b,\ c > 1$ nên $\log_b c,\ \log_c b > 0$. Do vậy

$$P = 4 + \underbrace{\frac{1}{4}\log_b c + \log_c b}_{AM-GM} \geq 4 + 2\sqrt{\frac{1}{4}(\log_b c).(\log_c b)} = 5.$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{1}{4}\log_b c = \log_c b \Leftrightarrow (\log_b c)^2 = 4 \Rightarrow \log_b c = 2 \Leftrightarrow c = b^2$.

Vậy $\min P = 5$, khi đó $a = b^4 = c^2$. $\xrightarrow{Chọn} \boxed{A}$

Câu 49. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\left|iz + \sqrt{2} - i\right| = 1$ và $\left|z_1 - z_2\right| = 2$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right| + \left|z_2\right|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Ta có $\left|iz + \sqrt{2} - i\right| = 1 \Leftrightarrow \left|i\left[z - \left(1 + i\sqrt{2}\right)\right]\right| = 1 \Leftrightarrow |i|\left|z - \left(1 + i\sqrt{2}\right)\right| = 1 \Leftrightarrow \left|z - \left(1 + i\sqrt{2}\right)\right| = 1$ (1).

Gọi $z_0 = 1 + i\sqrt{2}$ là số phức có điểm biểu diễn là $I\left(1;\sqrt{2}\right)$; A, B là các điểm biểu diễn của z_1, z_2.

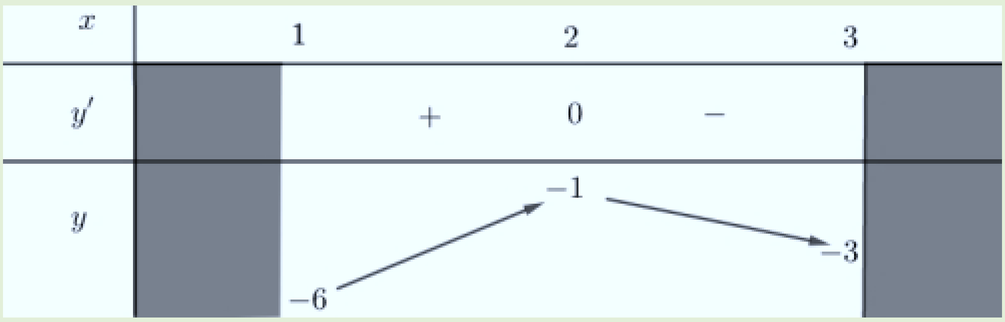
Từ (1) suy ra $IA = IB = 1$ mà $\left|z_1 - z_2\right| = 2$ tức là $AB = 2$ nên I là trung điểm của AB.

Ta có : $\left|z_1\right| + \left|z_2\right| = \underbrace{1.OA + 1.OB}_{Bianhiakopxki} \leq \sqrt{2\left(OA^2 + OB^2\right)} = \sqrt{2\left(2OI^2 + \dfrac{AB^2}{2}\right)} = \sqrt{4OI^2 + AB^2} = \sqrt{16} = 4$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow OA = OB = 2 \Leftrightarrow \left|z_1\right| = \left|z_2\right| = 2$. Vậy giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right| + \left|z_2\right|$ bằng 4.

$\xrightarrow{Chọn} \boxed{A}$

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$ và có bảng biến thiên như sau:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$f(x-1)=\dfrac{m}{x^2-6x+12}$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $[2;4]$. Tổng các phần tử của S là

A. -297. **B.** -294. **C.** -75. **D.** -72.

Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $y=f(x-1)$ trên $[2;4]$. Ta có:

$x-1=1\Rightarrow x=2;\ x-1=2\Rightarrow x=3;\ x-1=3\Rightarrow x=4$.

Ta có bảng biến thiên cho hàm $y=f(x-1)$ như sau:

x	2		3		4
y'		$+$	0	$-$	
$y=f(x-1)$	-6	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-3

Đặt $g(x)=\dfrac{m}{x^2-6x+12}=\dfrac{m}{(x-3)^2+3}$.

Hàm số $y=g(x)$ xác định trên đoạn $[2;4]$ và có đạo hàm $g'(x)=\dfrac{m(-2x+6)}{(x^2-6x+12)^2}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x-1)=\dfrac{m}{x^2-6x+12}$ (1) là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x-1)$ và $y=g(x)=\dfrac{m}{x^2-6x+12}$.

$\boxed{\text{Trường hợp 1:}}$ $m\geq 0$.

Khi đó $g(x)=\dfrac{m}{(x-3)^2+3}\geq 0, \forall x\in[2;4]$ mà $f(x-1)\leq -1,\ \forall x\in[2;4]$ nên (1) vô nghiệm.

$\boxed{\text{Trường hợp 2:}}$ $m<0$. Ta có: $g'(x)=0\Leftrightarrow x=3$. Bảng biến thiên của $y=g(x)$ trên đoạn $[2;4]$:

x	2		3		4
y'		$-$	0	$+$	
$y=g(x)$	$g(2)$	$\searrow$	$g(3)$	$\nearrow$	$g(4)$

Dựa vào hai bảng biến thiên của $y=f\left(x-1\right)$ và $y=g\left(x\right)$, ta khẳng định:

$\left(1\right)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} g\left(2\right)\ge -6 \\ g\left(3\right)\le -1 \\ g\left(4\right)\ge -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m}{4}\ge -6 \\ \dfrac{m}{3}\le -1 \\ \dfrac{m}{4}\ge -3 \end{cases} \Leftrightarrow -12\le m\le -3$.

Ta lại có m nguyên suy ra $S=\left\{-12;-11;...;-4;-3\right\}$, số phần tử của S là 10.

Suy ra tổng các phần tử của S là: $\dfrac{\left(-12-3\right).10}{2}=-75$. $\xrightarrow{Chọn} \boxed{C}$