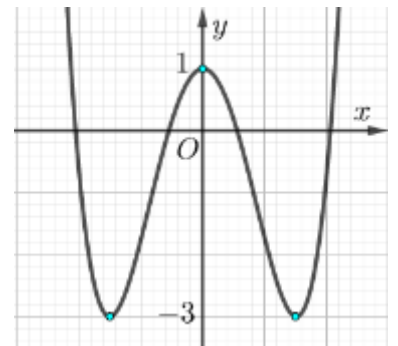


## ĐỀ SỐ 5

- Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $y = e^{2x} - e^{-x}$  là
- A.  $\frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$ .      B.  $2e^{2x} + e^{-x} + C$ .      C.  $2e^{2x} - e^{-x} + C$ .      D.  $\frac{1}{2}e^{2x} + e^{-x} + C$ .
- Câu 2.** Tập nghiệm của phương trình :  $\log_5 x^2 = 2$  là :
- A.  $\{5\}$ .      B.  $\{\pm 5\}$ .      C.  $\{-5\}$ .      D.  $\emptyset$ .
- Câu 3.** Trên mặt phẳng tọa độ, cho điểm  $M(5;1)$  biểu diễn số phức  $z$ . Phần ảo của số phức  $z$  là
- A. 5.      B.  $i$ .      C. 1.      D.  $5i$ .
- Câu 4.** Cho  $(u_n)$  là một cấp số cộng có  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 2$ . Tìm  $u_{20}$ .
- A. 39.      B. 43.      C. 41.      D. 45.
- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng  $(Oyz)$ ?
- A.  $y + z = 0$ .      B.  $x = 0$ .      C.  $y = 0$ .      D.  $z = 0$ .
- Câu 6.** Cho khối nón có diện tích đáy bằng  $\pi a^2$  và đường sinh  $l = \sqrt{5}a$ . Tính thể tích khối nón đó.
- A.  $V = \frac{2}{3}\pi a^3$ .      B.  $V = \frac{8}{3}\pi a^3$ .      C.  $V = 2\pi a^3$ .      D.  $V = \frac{4}{3}\pi a^3$ .
- Câu 7.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ . Biết  $F(1) = -3, F(-2) = 12$ . Tính  $I = \int_{-2}^1 f(x)dx$ ?
- A.  $I = 15$ .      B.  $I = -36$ .      C.  $I = -15$ .      D.  $I = 9$ .
- Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = x^{-5}$  là
- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .  
C.  $(-\infty; 0]$ .      D.  $[0; +\infty)$ .
- Câu 9.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = f(0)$  là
- A. 3.      B. 0.  
C. 4.      D. 2.
- Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu của điểm  $M(1;2;3)$  lên trục  $Oy$  là điểm
- A.  $R(1;0;0)$ .      B.  $P(1;0;3)$ .      C.  $Q(0;2;0)$ .      D.  $S(0;0;3)$ .



**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 49$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và tính bán kính  $R$  của  $(S)$ .

A.  $I(2; -3; 1), R = 49$ .

B.  $I(2; -3; 1), R = \sqrt{7}$ .

C.  $I(-2; 3; -1), R = 7$ .

D.  $I(2; -3; 1), R = 7$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{m}{3}x^3 - 2mx^2 + (m-9)x + 2021\sqrt{2022}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. Vô số.

**Câu 13.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , cosin góc giữa  $AB$  và  $DM$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .

D.  $\sqrt{3}$ .

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$  và song song với  $d$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -7 + 3t \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ .

**Câu 15.** Cho  $\log_5 2 = a$  và  $\log_5 3 = b$ . Biểu diễn  $\log_5 360$  dưới dạng  $\log_5 360 = ma + nb + p$ , với  $m, n, p$  là các số nguyên. Tính  $A = m + n + 2p$ .

A.  $A = 9$ .

B.  $A = 7$ .

C.  $A = 8$ .

D.  $A = 10$ .

**Câu 16.** Trong không gian, cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 2a$  và  $AC = a$ . Khi quay tam giác  $ABC$  xung quanh cạnh góc vuông  $AB$  thì đường gấp khúc  $ACB$  tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A.  $5\pi a^2$ .

B.  $\sqrt{5}\pi a^2$ .

C.  $20\pi a^2$ .

D.  $2\sqrt{5}\pi a^2$ .

**Câu 17.** Tập nghiệm của bất phương trình  $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$  là

A.  $(2; 4)$ .

B.  $(0; 2)$ .

C.  $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ .

D.  $(1; 2)$ .

**Câu 18.** Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{x^4 + x^2 - 2}$  bằng:

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ . Khoảng cách từ tâm  $I$  của  $(S)$  đến  $(P)$  bằng

A.  $\frac{2}{3}$ .

B. 2.

C. 1.

D.  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 20.** Thể tích của vật thể tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - x - 6$  và trục hoành quay quanh trục hoành được tính theo công thức

A.  $\int_0^1 (x^2 - x - 6) dx$ .

B.  $\pi \int_{-2}^3 (x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x + 36) dx$ .

C.  $\pi \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6) dx$ .

D.  $\pi \int_0^1 (x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x + 36) dx$ .

**Câu 21.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$  trên đoạn  $[-4; 0]$  lần lượt là  $M$  và  $m$ . Giá trị của tổng  $M + m$  bằng bao nhiêu?

A.  $M + m = -\frac{4}{3}$ .

B.  $M + m = \frac{4}{3}$ .

C.  $M + m = -\frac{28}{3}$ .

D.  $M + m = -4$ .

**Câu 22.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SBA = 30^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng:

A.  $\frac{a^3}{2}$ .

B.  $\frac{a^3}{4}$ .

C.  $\frac{a^3}{6}$ .

D.  $\frac{a^3}{12}$ .

**Câu 23.** Xét  $\int_1^e \frac{\ln x}{2x} dx$ , nếu đặt  $u = \ln x$  thì  $\int_1^e \frac{\ln x}{2x} dx$  bằng

A.  $2 \int_0^1 u du$ .

B.  $\frac{1}{2} \int_0^1 u du$ .

C.  $\int_1^e u du$ .

D.  $\frac{1}{2} \int_1^e u du$ .

**Câu 24.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3) + \log_2(3x+1) > 0$  là

A.  $-\frac{1}{3} < x < 2$ .

B.  $-\frac{2}{3} < x < 2$ .

C.  $x < 2$ .

D.  $x > 2$ .

**Câu 25.** Cho khối lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 2a$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$  và  $A'M = 3a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A.  $18a^3\sqrt{2}$ .

B.  $3a^3\sqrt{2}$ .

C.  $a^3\sqrt{2}$ .

D.  $9a^3\sqrt{2}$ .

**Câu 26.** Xét  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cos x dx$ . Nếu đặt  $u = f(x)$  và  $dv = \cos x dx$  thì

A.  $I = (f(x) \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \sin x dx$ .

B.  $I = (f(x) \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \sin x dx$ .

**C.**  $I = -\left(f(x)\sin x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\sin x dx.$

**D.**  $I = -\left(f(x)\sin x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\sin x dx.$

**Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$  và mặt phẳng  $(P): (2m+1)x - (5m-1)y - (m+1)z - 5 = 0$ . Tìm  $m$  để  $\Delta$  song song với  $(P)$ .

**A.**  $m = -1.$

**B.**  $m = -3.$

**C.**  $m = 1.$

**D.** Không tồn tại  $m$ .

**Câu 28.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$  có giá trị cực tiểu bằng  $-1$ . Tổng các phần tử thuộc  $S$  là

**A.**  $-2.$

**B.**  $0.$

**C.**  $1.$

**D.**  $-1.$

**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;-3;0)$ ,  $C(0;0;6)$ . Tọa độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(ABC)$  là

**A.**  $\vec{n} = (2; -3; 6).$

**B.**  $\vec{n} = (1; -2; 3).$

**C.**  $\vec{n} = (3; -2; 1).$

**D.**  $\vec{n} = (3; 2; 1).$

**Câu 30.** Ký hiệu  $z_0$  là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình  $z^2 - 4z + 13 = 0$ . Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  $iz_0$ ?

**A.**  $M_1(3; 2).$

**B.**  $M_2(2; 3).$

**C.**  $M_3(2; -3).$

**D.**  $M_4(-3; 2).$

**Câu 31.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  có  $AB = a$ ,  $AA' = a\sqrt{2}$ . Góc giữa đường thẳng  $A'C$  với mặt phẳng  $(AA'B'B)$  bằng:

**A.**  $60^\circ.$

**B.**  $30^\circ.$

**C.**  $45^\circ.$

**D.**  $90^\circ.$

**Câu 32.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $\int_0^1 x.f'(x)dx = 10$  và  $f(1) = 3$ , tính

$\int_0^1 f(x)dx.$

**A.**  $30.$

**B.**  $7.$

**C.**  $13.$

**D.**  $-7.$

**Câu 33.** Số phức nào sau đây không phải số thuần ảo?

**A.**  $z = i\sqrt{3}.$

**B.**  $z = (i+1)i.$

**C.**  $z = 0.$

**D.**  $z = (1 - \sqrt{2})i.$

**Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai điểm  $A(1;2;3)$  và  $B(3;3;4)$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - z = 0$ .

Gọi  $A'$ ,  $B'$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  và  $B$  lên mặt phẳng  $(P)$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $A'B'$ .

A.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

B.  $\sqrt{3}$ .

C.  $\sqrt{6}$ .

D.  $\frac{3}{\sqrt{2}}$ .

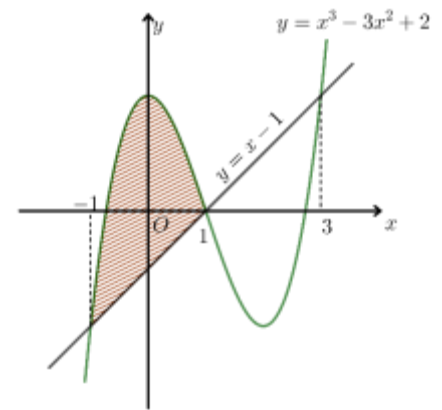
**Câu 35.** Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

A.  $\int_{-1}^1 (-x^3 + 3x^2 + x - 3)dx$ .

B.  $\int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 - x + 3)dx$ .

C.  $\int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 + x + 3)dx$ .

D.  $\int_{-1}^3 (x^3 - 3x^2 - x + 3)dx$ .



**Câu 36.** Cường độ trận động đất  $M$  (Richter) được cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$ , với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Cũng trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có cường độ 9,3 độ Richter. Hỏi trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn tối đa gấp mấy lần biên độ trận động đất ở San Francisco?

A. 20.

B. 10.

C. 2.

D. 100.

**Câu 37.** Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = mx - m + 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$  tại ba điểm  $A, B$  và  $C(1;1)$  phân biệt sao cho  $(y_A - y_B)^2 = 4$ .

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

**Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật cạnh  $AB = 2AD = 2a$ . Tam giác  $SAB$  đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng

A.  $a$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $\frac{a}{2}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ ,  $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ . Gọi

$M(a, b, c)$  là giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$ . Tính  $a + 2b + 3c$ .

A. 2.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

**Câu 40.** Cho  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} = a\sqrt{b} - \frac{8}{3}\sqrt{a} + \frac{2}{3}$  ( $a, b \in \mathbb{N}^*$ ). Tính  $a + 2b$ .

A.  $a+2b=-1$ .

B.  $a+2b=8$ .

C.  $a+2b=7$ .

D.  $a+2b=5$ .

**Câu 41.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): x+2y+2z-6=0$ . Phương trình đường thẳng  $d$  nằm trong  $(P)$  sao cho  $d$  cắt, đồng thời vuông góc với  $\Delta$  là

A.  $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+3t \\ z=1+t \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3-3t \\ z=1+t \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+3t \\ z=-1+t \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3-3t \\ z=-1+t \end{cases}$ .

**Câu 42.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $3a\sqrt{2}$ . Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng  $3a$ , thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A.  $\frac{108}{3}\pi a^3$ .

B.  $54\pi a^3$ .

C.  $216\pi a^3$ .

D.  $108\pi a^3$ .

**Câu 43.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$			
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$			$4$		$0$		$+\infty$

Đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

**Câu 44.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

D.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$ .

**Câu 45.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2+i$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $|z| < \frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{3}{2} < |z| < 2$ .

C.  $|z| > 2$ .

D.  $|z| \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ .



ĐÁP ÁN									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	C	C	B	A	C	B	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	C	C	B	B	D	B	D	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	B	D	B	B	C	B	C	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	D	B	D	B	B	B	D	C	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	C	B	D	C	C	D	C	B

## LỜI GIẢI CÁC CÂU VẬN DỤNG CAO

**Câu 43.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$		$-1$		$1$		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		↗ 4		↘ 0		↗ $+\infty$

Đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{x^4 - 1}{f^2(x) - 4f(x)}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

### Hướng dẫn giải:

$$\text{Xét } f^2(x) - 4f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 4 \end{cases}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = x_1 \end{cases} \text{ (trong đó } x = 1 \text{ là nghiệm kép, } x = x_1 \text{ là nghiệm đơn). Không làm}$$

mất tính tổng quát, ta biểu diễn  $f(x) = a_1(x-1)^2(x-x_1)$ ,  $a_1 \neq 0$ .



$f(x) = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = x_2 \end{cases}$  (trong đó  $x = -1$  là nghiệm kép,  $x = x_2$  là nghiệm đơn). Không làm

mất tính tổng quát, ta biểu diễn  $f(x) - 4 = a_2(x+1)^2(x-x_2)$ ,  $a_2 \neq 0$ .

Ta viết lại hàm số ban đầu:  $g(x) = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{f(x)[f(x)-4]}$

$$= \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{a_1(x-1)^2(x-x_1)a_2(x+1)^2(x-x_2)} = \frac{x^2+1}{a_1a_2(x-1)(x+1)(x-x_1)(x-x_2)}$$

Ta thấy đồ thị hàm số  $y = g(x)$  có bốn đường tiệm cận đứng:  $x = \pm 1, x = x_1, x = x_2$ .

Chọn  $\rightarrow$  **C**

**Câu 44.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

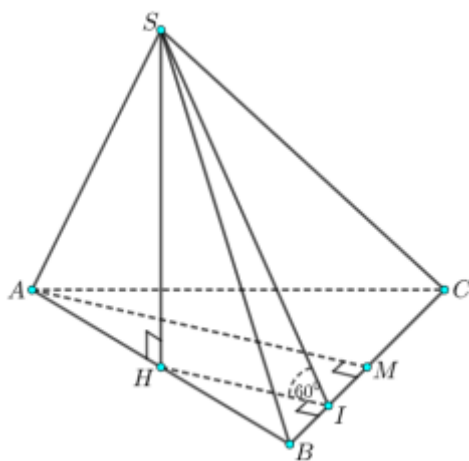
A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

D.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$ .

### Hướng dẫn giải:



Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow SH \perp AB$ . Ta có  $(SAB) \perp (ABC)$  suy ra  $SH \perp (ABC)$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $I$  là trung điểm của  $BM$ .

Khi đó:  $AM \perp BC$  mà  $HI \parallel AM$  (tính chất đường trung bình), suy ra  $HI \perp BC$ .

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp HI \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHI) \Rightarrow BC \perp SI.$$

Ta có:  $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ HI \perp BC, SI \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (HI, SI) = SIH = 60^\circ$ .

Xét  $\triangle ABC$  đều cạnh  $a \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HI = \frac{1}{2} AM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

Xét  $\triangle SHI$  vuông tại  $H \Rightarrow SH = HI \cdot \tan SIH = \frac{3a}{4}$ .

Thể tích khối chóp:  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ . Chọn  $\rightarrow$  **B**

**Câu 45.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2+i$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $|z| < \frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{3}{2} < |z| < 2$ .

C.  $|z| > 2$ .

D.  $|z| \in \left[ \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right]$ .

**Hướng dẫn giải:**

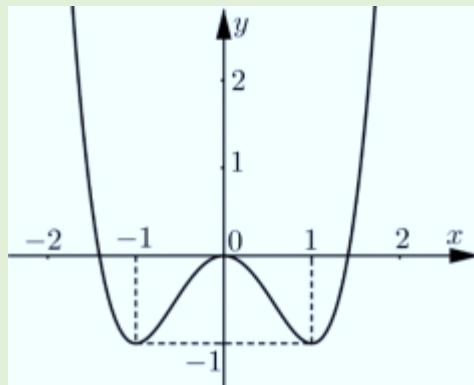
Ta có  $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2+i \Leftrightarrow (1+2i)|z| + 2-i = \frac{\sqrt{10}}{z} \Leftrightarrow \left[ \underbrace{|z|+2}_a + \underbrace{(2|z|-1)i}_b \right] \cdot z = \sqrt{10}$  (\*).

Lấy mô đun 2 vế ta được:  $\sqrt{(|z|+2)^2 + (2|z|-1)^2} \cdot |z| = \sqrt{10} \Leftrightarrow \sqrt{5|z|^2 + 5} \cdot |z| = \sqrt{10}$

$\Leftrightarrow 5|z|^4 + 5|z|^2 - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |z|^2 = 1 & (n) \\ |z|^2 = -2 & (l) \end{cases} \Rightarrow |z| = 1$ . Vậy  $|z| \in \left[ \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right]$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}}$  **D**

**Câu 46.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của bất phương trình

$1 + f(x^3 - 3x^2 + 1) \geq \sqrt{2f^2(x^3 - 3x^2 + 1) + 2}$  là



A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

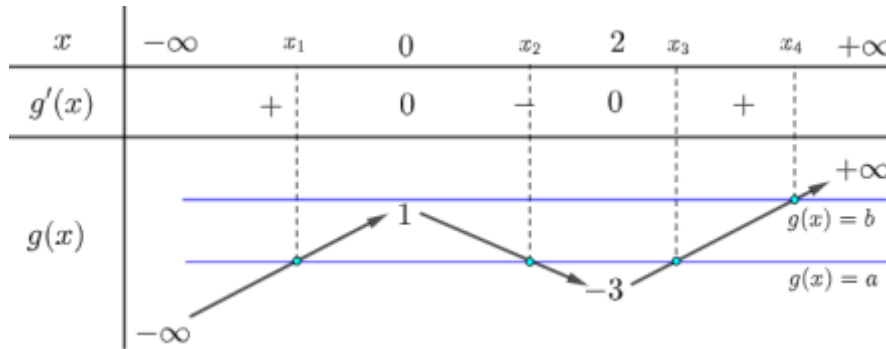
**Hướng dẫn giải:**

Đặt  $t = f(x^3 - 3x^2 + 1)$ . Bất phương trình trở thành:  $1+t \geq \sqrt{2t^2 + 2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ (1+t)^2 \geq 2t^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ -t^2 + 2t - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1$ .

Ta có:  $f(x^3 - 3x^2 + 1) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 1 = a \in (-2; -1) \\ x^3 - 3x^2 + 1 = b \in (1; 2) \end{cases}$ .

Xét hàm số  $g(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ ,  $g'(x) = 3x^2 - 6x$ ,  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$ . Bảng biến thiên  $g(x)$ :



Ta có: Phương trình  $x^3 - 3x^2 + 1 = a \in (-2; -1)$  có ba nghiệm phân biệt  $x_1, x_2, x_3$ .

Phương trình  $x^3 - 3x^2 + 1 = b \in (1; 2)$  có một nghiệm  $x_4$  khác  $x_1, x_2, x_3$ .

Vậy bất phương trình đã cho có bốn nghiệm thực.  $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

**Câu 47.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập  $S$ . Xác suất để số lấy được có tận cùng là 3 và chia hết cho 7 (làm tròn đến chữ số phần nghìn) có dạng  $\overline{0,abc}$ . Tính  $a^2 + b^2 + c^2$ .

A. 15.

B. 10.

C. 17.

D. 16.

### Hướng dẫn giải:

#### ☺ Cách giải 1:

Số phần tử của không gian mẫu là:  $n(\Omega) = 9 \cdot 10^6$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “Số lấy được có tận cùng là 3 và chia hết cho 7”.

Gọi số tự nhiên có 7 chữ số chia hết cho 7 và có chữ số tận cùng bằng 3 là:  $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 3}$ .

Ta có:  $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 3} = 10 \cdot \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} + 3 = (3 \cdot \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} + 7 \cdot \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} + 3) : 7$

$$\Rightarrow (3 \cdot \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} + 3) : 7.$$

Đặt:  $3 \cdot \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} + 3 = 7k$  ( $k \in \mathbb{N}$ )  $\Rightarrow \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} = 2k - 1 + \frac{k}{3}$  là số nguyên nên

$k = 3m$  ( $m \in \mathbb{N}$ ). Khi đó:  $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} = 7m - 1$ . Do đó:

$$100\,000 \leq 7m - 1 \leq 999\,999 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{100\,001}{7}}_{\approx 14\,285,8} \leq m \leq \underbrace{\frac{1\,000\,000}{7}}_{\approx 142\,857,1}.$$

Do  $m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \in \{14\,286; 14\,287; \dots; 142\,857\}$ . Vì vậy có  $142\,857 - 14\,286 + 1 = 128\,572$  giá trị của  $m$  thỏa mãn. Suy ra  $n(A) = 128\,572$ .

Xác suất của biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{128572}{9 \cdot 10^6} \approx 0,014$ . Suy ra:  $a = 0, b = 1, c = 4$ .

Vậy  $a^2 + b^2 + c^2 = 17$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

## ☺ Cách giải 2:

Số phần tử của không gian mẫu là:  $n(\Omega) = 9 \cdot 10^6$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “Số tự nhiên lấy được có tận cùng là 3 và chia hết cho 7”.

Gọi số tự nhiên thỏa mãn biến cố  $A$  là  $X$ , ta có:  $1\,000\,013 \leq X \leq 9\,999\,983$ .

Ta thấy số nhỏ nhất mà  $X$  có thể nhận được là  $1\,000\,013$ , số lớn nhất mà  $X$  có thể nhận là  $9\,999\,983$ .

Chênh lệch giữa hai số liên tiếp thỏa mãn đề bài là 70 đơn vị. Vì vậy ta có thể thấy tập hợp các số tự nhiên  $X$  sẽ lập nên một cấp số cộng có số hạng đầu là  $u_1 = 1\,000\,013$ , công sai  $d = 70$ , số hạng cuối là  $9\,999\,983$ .

Do vậy số các số tự nhiên mà  $X$  có thể nhận là:  $\frac{9\,999\,983 - 1\,000\,013}{70} + 1 = 128\,572$  (số).

Suy ra  $n(A) = 128\,572$ . Xác suất của biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{128572}{9 \cdot 10^6} \approx 0,014$ .

Suy ra:  $a = 0, b = 1, c = 4$ . Vậy  $a^2 + b^2 + c^2 = 17$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

**Câu 48.** Cho các số thực dương  $a; b; c$  khác 1 và thỏa mãn điều kiện  $\log_a^2 b + \log_b^2 c + 2 \log_b \frac{c}{b} = \log_a \frac{c}{a^3 b}$

. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_a ab - \log_b bc$ .

Tìm giá trị của biểu thức  $S = 2m^2 + 9M^2$ .

A.  $S = 28$ .

B.  $S = 25$ .

C.  $S = 26$ .

D.  $S = 27$ .

### Hướng dẫn giải:

Ta có:  $P = \log_a ab - \log_b bc = \log_a b - \log_b c$ . Đặt  $\log_a b = x \Rightarrow \begin{cases} \log_b c = x - P \\ \log_a c = \log_a b \cdot \log_b c = x(x - P) \end{cases}$

Ta có:  $\log_a^2 b + \log_b^2 c + 2 \log_b \frac{c}{b} = \log_a \frac{c}{a^3 b}$

$$\Leftrightarrow \left( \underbrace{\log_a b - \log_b c}_{=P} \right)^2 + 2 \underbrace{\log_a b}_{=x} \cdot \underbrace{\log_b c}_{x-P} + 2 \underbrace{\log_b c}_{x-P} - 2 = \underbrace{\log_a c}_{x(x-P)} - 3 - \underbrace{\log_a b}_x$$

$$\Leftrightarrow P^2 + 2x(x-P) + 2(x-P) - 2 = x(x-P) - 3 - x$$

$$\Leftrightarrow P^2 + 2x^2 - 2Px + 2x - 2P - 2 = x^2 - Px - 3 - x \Leftrightarrow \boxed{x^2 + (3-P)x + P^2 - 2P + 1 = 0} \quad (*)$$

Do phương trình (\*) luôn có nghiệm  $x$  nên  $\Delta = (3-P)^2 - 4(P^2 - 2P + 1) \geq 0$

$$\Leftrightarrow -3P^2 + 2P + 5 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq P \leq \frac{5}{3} \Rightarrow m = -1, M = \frac{5}{3}$$

Thay vào ta có  $S = 2m^2 + 9M^2 = 27$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{D}$

**Câu 49.** Cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ . Điểm  $A(2;2;0)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(OAB)$  biết điểm  $B$  là một điểm thuộc mặt cầu  $(S)$ , có hoành độ dương và tam giác  $OAB$  đều.

**A.**  $x - y + 2z = 0$ .

**B.**  $x - y - 2z = 0$ .

**C.**  $x - y - z = 0$ .

**D.**  $2 - y + z = 0$ .

### Hướng dẫn giải:

Gọi  $B(x; y; z)$  với  $x > 0$  và  $H$  trung điểm  $OA \Rightarrow H(1;1;0)$ .

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng trung trực đoạn  $OA$ , do đó  $(P)$  đi qua trung điểm  $H(1;1;0)$  của

đoạn  $OA$  và nhận  $\overrightarrow{OA} = (2;2;0)$  làm vector pháp tuyến. Suy ra  $(P): 2 \cdot (x-1) + 2 \cdot (y-1) = 0$

$$\Leftrightarrow \boxed{x + y - 2 = 0}$$

$$\text{Theo giả thiết: } \begin{cases} OB = AB \\ OB = OA \\ B \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B \in (P) \\ OB^2 = OA^2 \\ B \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 8 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 8 \\ 2x + 2y + 2z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 4 \\ z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ (x + y)^2 - 2xy = 4 \\ z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 0 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{B(2;0;2)}, \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

Ta có:  $\overrightarrow{OA} = (2;2;0)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (2;0;2) \Rightarrow [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (4; -4; -4) = 4(1; -1; -1)$ .

Mặt phẳng  $(OAB)$  đi qua  $O$ , nhận  $\vec{n} = (1; -1; -1)$  là một vector pháp tuyến.

Vậy phương trình  $(OAB)$  là:  $x - y - z = 0$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

**Câu 50.** Cho hàm số  $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ . Có tất cả bao nhiêu số nguyên  $m$  thuộc khoảng  $(-20; 20)$  để với mọi bộ ba số thực  $a, b, c \in [-2; 1]$  thì  $f(a), f(b), f(c)$  là độ dài ba cạnh của tam giác?

A. 24.

B. 26.

C. 28.

D. 30.

### Hướng dẫn giải:

Xét  $g(x) = x^3 - 3x + m$ ,  $g'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .

Ta có:  $g(-2) = m - 2$ ;  $g(-1) = m + 2$ ;  $g(1) = m - 2$ . Suy ra:  $m - 2 \leq f(x) \leq m + 2$ ,

$\forall x \in [-2; 1]$ .

Ta có:  $\text{Min}_{[-2;1]} f(x) \leq f(a), f(b), f(c) \leq \text{Max}_{[-2;1]} f(x)$ .

Không mất tính tổng quát, giả sử  $f(a) \leq f(b) \leq f(c)$ .

Điều kiện cần và đủ để  $f(a), f(b), f(c)$  là độ dài ba cạnh của tam giác là:

$$f(a) + f(b) > f(c) \Leftrightarrow f(a) + f(b) - f(c) > 0.$$

Yêu cầu bài toán cho ta điều kiện:  $f(a) + f(b) - f(c) \geq 2 \text{Min}_{[-2;1]} f(x) - \text{Max}_{[-2;1]} f(x) > 0$  (1).

**Trường hợp 1:**  $m + 2 > m - 2 > 0 \Rightarrow m > 2$ . Khi đó

$$\text{Max}_{[-2;1]} f(x) = \text{Max} \{|m - 2|; |m + 2|\} = \left| \begin{matrix} m + 2 \\ + \end{matrix} \right| = m + 2;$$

$$\text{Min}_{[-2;1]} f(x) = \text{Min} \{|m - 2|; |m + 2|\} = \left| \begin{matrix} m - 2 \\ + \end{matrix} \right| = m - 2.$$

Thay vào (1):  $2(m - 2) - (m + 2) > 0 \Leftrightarrow m - 6 > 0 \Leftrightarrow m > 6$ . Vì  $m$  nguyên thuộc khoảng  $(-20; 20)$  nên  $m \in \{7; 8; \dots; 19\}$ , ta tìm được 13 giá trị  $m$  thỏa mãn.

**Trường hợp 2:**  $m - 2 < m + 2 < 0 \Rightarrow m < -2$ . Khi đó:

$$\text{Max}_{[-2;1]} f(x) = \text{Max} \{|m - 2|; |m + 2|\} = \left| \begin{matrix} m - 2 \\ - \end{matrix} \right| = -m + 2;$$

$$\text{Min}_{[-2;1]} f(x) = \text{Min} \{|m - 2|; |m + 2|\} = \left| \begin{matrix} m + 2 \\ + \end{matrix} \right| = -m - 2.$$

Thay vào (1):  $2(-m - 2) - (-m + 2) > 0 \Leftrightarrow m < -6$ . Vì  $m$  nguyên thuộc khoảng  $(-20; 20)$  nên  $m \in \{-19; -18; \dots; -7\}$ , ta tìm được 13 giá trị  $m$  thỏa mãn.

**Trường hợp 3:**  $m-2 \leq 0 \leq m+2 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$ .

Khi đó:  $\text{Max}_{[-2;1]} f(x) = \text{Max} \{|m-2|; |m+2|\} = \frac{|(m-2)+(m+2)| + |(m-2)-(m+2)|}{2} = |m|+2$ ;

$\text{Min}_{[-2;1]} f(x) = 0$ . Do vậy (1) trở thành:  $2 \cdot 0 - (|m|+2) > 0 \Leftrightarrow -|m|-2 > 0$  (vô lí).

Vậy số giá trị  $m$  thỏa mãn đề bài là:  $13+13=26$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}}$  **B**