

## ĐỀ SỐ 6

**Câu 1.** Cho hai số phức  $z_1 = 2 + 3i$  và  $z_2 = 1 - i$ . Môđun của số phức  $2z_1 - 3z_2$  bằng

- A.  $\sqrt{58}$ .                      B.  $\sqrt{113}$ .                      C.  $\sqrt{82}$ .                      D.  $\sqrt{137}$ .

**Câu 2.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 1 + x + \frac{4}{x}$  trên đoạn  $[-3; -1]$  bằng

- A. 5.                                  B. -4.                                  C. -6.                                  D. -5.

**Câu 3.** Cho  $a$  là số thực dương và khác 1. Giá trị của biểu thức  $T = \log_{\sqrt{a}}(a^3)$  bằng

- A.  $3 + a$ .                      B.  $\frac{3}{2}$ .                                  C. 6.                                  D. 3.

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-2}$ . Điểm nào sau đây không thuộc  $d$  ?

- A.  $Q(-3; -2; 1)$ .                      B.  $M(4; -1; 1)$ .                      C.  $N(2; 5; -3)$ .                      D.  $P(3; 2; -1)$ .

**Câu 5.** Số phức liên hợp của số phức  $z = i(3 - 4i)$  là

- A.  $\bar{z} = 4 + 3i$ .                      B.  $\bar{z} = -4 - 3i$ .                      C.  $\bar{z} = 4 - 3i$ .                      D.  $\bar{z} = -4 + 3i$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$			3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A.  $x = 4$ .                                  B.  $x = 2$ .                                  C.  $x = 3$ .                                  D.  $x = -2$ .

**Câu 7.** Cho hình hộp đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bên  $AA' = h$  và diện tích tam giác  $ABC$  bằng  $S$ . Thể tích của khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  bằng:

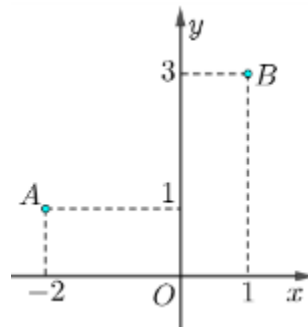
- A.  $V = \frac{1}{3}Sh$ .                      B.  $V = \frac{2}{3}Sh$ .                      C.  $V = Sh$ .                      D.  $V = 2Sh$ .

**Câu 8.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)}$ .

- A.  $D = (1; +\infty)$ .                      B.  $D = \left(\frac{1}{2}; 1\right]$ .                      C.  $D = [1; +\infty)$ .                      D.  $D = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .

**Câu 9.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho các điểm  $A, B$  như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A.  $-\frac{1}{2} + 2i$ .                      B.  $-1 + 2i$ .  
 C.  $2 - i$ .                              D.  $2 - \frac{1}{2}i$ .

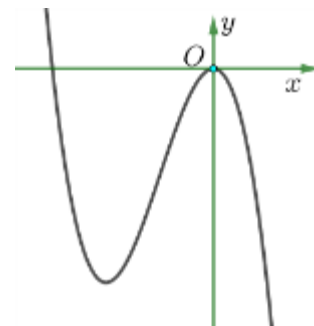


**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(1;0;1)$ ,  $B(2;1;2)$ ,  $D(1;-1;1)$ ,  $C'(4;5;-5)$ . Tính tọa độ đỉnh  $A'$  của hình hộp.

- A.  $A'(4;6;-5)$ .                      B.  $A'(2;0;2)$ .                      C.  $A'(3;5;-6)$ .                      D.  $A'(3;4;-6)$ .

**Câu 11.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng là đường cong trong hình bên ?

- A.  $y = -x^3 + 3x$ .                      B.  $y = -x^4 + x^2$ .  
 C.  $y = -x^3 - 3x^2$ .                      D.  $y = x^4 + x^2$ .



**Câu 12.** Cho mặt cầu có đường kính bằng  $4a$ . Thể tích khối cầu tương ứng bằng

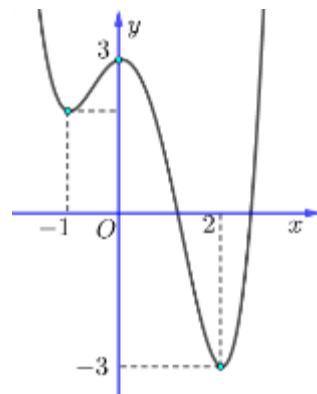
- A.  $32\pi a^3$ .                              B.  $\frac{32\pi a^3}{3}$ .                              C.  $16\pi a^3$ .                              D.  $\frac{8\pi a^3}{3}$ .

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(2;0;0)$ ,  $N(0;1;0)$  và  $P(0;0;2)$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  có phương trình là

- A.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = -1$                       B.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$ .                      C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .                      D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = -1$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?

- A. Đồng biến trên khoảng  $(0;2)$ .  
 B. Nghịch biến trên khoảng  $(-3;0)$ .  
 C. Đồng biến trên khoảng  $(-1;0)$ .  
 D. Nghịch biến trên khoảng  $(0;3)$ .



**Câu 15.** Kí hiệu  $z_1, z_2, z_3, z_4$  là bốn nghiệm của phương trình  $z^4 + z^2 - 6 = 0$

. Tính  $S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ .

- A.  $S = 2\sqrt{3}$ .                              B.  $S = 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ .                      C.  $S = 2\sqrt{2}$ .                              D.  $S = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

**Câu 16.** Cho  $\int_0^3 e^{\sqrt{x+1}} \frac{dx}{\sqrt{x+1}} = a.e^2 + b.e + c$ . Với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính  $S = a + b + c$ .

- A.  $S = 1$ .                      B.  $S = 2$ .                      C.  $S = 0$ .                      D.  $S = 4$ .

**Câu 17.** Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\log_3(x^2 - 2x + 3) - \log_3(x + 1) = 1$ .

- A.  $S = \{0; 5\}$ .                      B.  $S = \{5\}$ .                      C.  $S = \{0\}$ .                      D.  $S = \{1; 5\}$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  theo thứ tự là trung điểm của  $SA, SB, SC, SD$ . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp  $S.MNPQ$  và  $S.ABCD$  bằng

- A.  $\frac{1}{8}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{16}$ .

**Câu 19.** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 1}$ .

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 0.

**Câu 20.** Tích phân  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$  bằng

- A.  $\frac{4}{3}$ .                      B.  $\frac{3}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 21.** Bất phương trình  $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$  có tập nghiệm là.

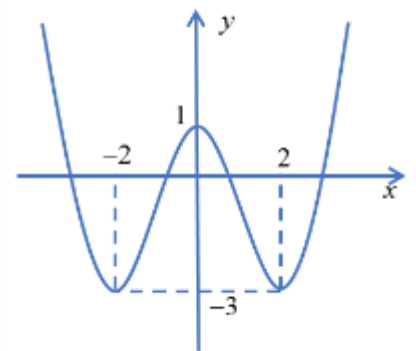
- A.  $(5; +\infty)$ .                      B.  $(-1; 2)$ .                      C.  $(2; 4)$ .                      D.  $(-3; 2)$ .

**Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 2y + z + 6 = 0$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(2; -1; 0)$  lên mặt phẳng  $(\alpha)$  có tọa độ là

- A.  $(1; 0; 3)$ .                      B.  $(2; -2; 3)$ .                      C.  $(1; 1; -1)$ .                      D.  $(-1; 1; -1)$ .

**Câu 23.** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới, số nghiệm của phương trình  $2f(x) + 1 = 0$  là

- A. 2.                      B. 4.  
C. 3.                      D. 1.



**Câu 24.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x.f(x) dx = f(0) = 1$ . Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f'(x) dx .$$

- A.  $I = 1$ .                      B.  $I = 0$ .                      C.  $I = 2$ .                      D.  $I = -1$ .

**Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = 2^{\frac{mx+1}{x+m}}$  nghịch biến trên  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

- A.  $m \in (-1; 1)$ .      B.  $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .      C.  $m \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ .      D.  $m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$ .

**Câu 26.** Cho hai số thực  $a, b$  thoả mãn  $2a > b > 0$  và  $2\log_3(2a-b) = \log_3 a + \log_3 b$ . Giá trị của biểu thức  $T = \frac{b}{a}$  bằng

- A. 1.      B. 4.      C. 3.      D. 2.

**Câu 27.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ ,  $M$  là trung điểm cạnh  $SD$ . Giá trị tang của góc giữa đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

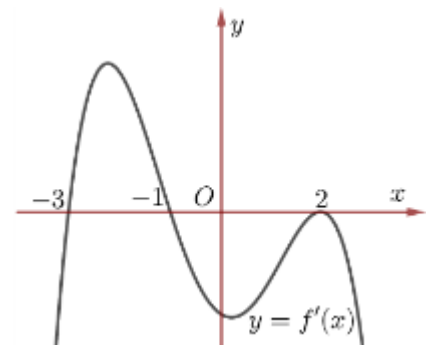
- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 28.** Thể tích khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có đường chéo  $AC' = 2\sqrt{6}$  bằng

- A.  $24\sqrt{3}$ .      B.  $48\sqrt{6}$ .      C.  $6\sqrt{6}$ .      D.  $16\sqrt{2}$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x)$ , biết  $f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số  $f(x)$  là

- A. 2.      B. 1.  
C. 3.      D. 0.



**Câu 30.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 0; -1)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M$  và chứa trục  $Ox$  có phương trình là

- A.  $y = 0$ .      B.  $x + z = 0$ .      C.  $y + z + 1 = 0$ .      D.  $x + y + z = 0$ .

**Câu 31.** Giá trị của biểu thức  $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$  bằng

- A. 7.      B. 6.      C. 8.      D. 10.

**Câu 32.** Cho số phức  $z$  thoả mãn:  $z(1-2i) + \bar{z} \cdot i = 15+i$ . Tìm mô-đun của số phức  $z$ ?

- A.  $|z| = 5$ .      B.  $|z| = 4$ .      C.  $|z| = 2\sqrt{5}$ .      D.  $|z| = 2\sqrt{3}$ .

**Câu 33.** Khi quay một tam giác đều cạnh bằng  $a$  (bao gồm cả điểm trong tam giác) quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay đó theo  $a$ .

- A.  $\frac{\pi a^3}{4}$ .      B.  $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$ .      C.  $\frac{3\pi a^3}{4}$ .      D.  $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$ .

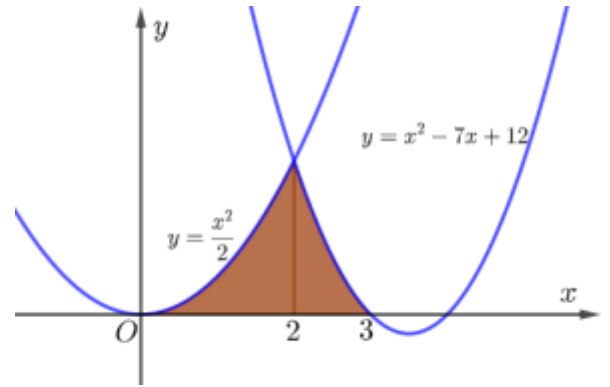
**Câu 34.** Diện tích  $S$  của phần hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

A.  $S = \int_0^3 \left| \frac{1}{2}x^2 + (x^2 - 7x + 12) \right| dx$ .

B.  $S = \int_0^2 \frac{1}{2}x^2 dx - \int_2^3 (x^2 - 7x + 12) dx$ .

C.  $S = \int_0^2 \frac{1}{2}x^2 dx + \int_2^3 (x^2 - 7x + 12) dx$ .

D.  $S = \int_0^3 \left| \frac{1}{2}x^2 - (x^2 - 7x + 12) \right| dx$ .



**Câu 35.** Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng  $a\sqrt{3}$ , cạnh bên  $AA' = a$ , góc giữa  $AA'$  và mặt phẳng đáy bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo  $a$ .

A.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 36.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\ln^2 x + 2\ln x - 3 < 0$  là

A.  $(e; e^3)$ .

B.  $(e; +\infty)$ .

C.  $\left(-\infty; \frac{1}{e^3}\right) \cup (e; +\infty)$ .

D.  $\left(\frac{1}{e^3}; e\right)$ .

**Câu 37.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2e^x + 3}$  thỏa mãn  $F(0) = 10$ . Tìm  $F(x)$ .

A.  $F(x) = \frac{1}{3} \left( x - \ln(2e^x + 3) \right) + 10 + \frac{\ln 5}{3}$ .

B.  $F(x) = \frac{1}{3} \left( x + 10 - \ln(2e^x + 3) \right)$ .

C.  $F(x) = \frac{1}{3} \left( x - \ln \left( e^x + \frac{3}{2} \right) \right) + 10 + \ln 5 - \ln 2$ .

D.  $F(x) = \frac{1}{3} \left( x - \ln \left( e^x + \frac{3}{2} \right) \right) + 10 - \frac{\ln 5 - \ln 2}{3}$ .

**Câu 38.** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = (3m+1)x + 3 + m$  vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 1$ .

A.  $m = \frac{1}{6}$ .

B.  $-\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{1}{3}$ .

D.  $-\frac{1}{6}$ .

**Câu 39.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc khoảng  $(-10; 10)$  để hàm số  $y = \frac{mx+10}{2x+m}$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

A. 5.

B. 8.

C. 6.

D. 7.

**Câu 40.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - |z|| = \sqrt{2}$ . Biết rằng phần thực của  $z$  bằng  $a$ . Tính  $|z|$  theo  $a$

A.  $|z| = \frac{1}{1-a}$ .

B.  $|z| = \frac{a - \sqrt{a^2 + 1}}{2}$ .

C.  $|z| = \frac{a + \sqrt{a^2 + 1}}{2}$ .

D.  $|z| = \frac{a + \sqrt{a^2 + 4}}{2}$ .

**Câu 41.** Cho biết  $\int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx = \frac{m}{n}$  với  $\frac{m}{n}$  là một phân số tối giản. Tính  $m - 7n$ .

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 91.

**Câu 42.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng đáy trùng với trọng tâm của tam giác  $ABD$ . Cạnh  $SD$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $\frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$ .

B.  $\frac{a^3 \sqrt{15}}{27}$ .

C.  $\frac{a^3 \sqrt{15}}{9}$ .

D.  $\frac{a^3}{3}$ .

**Câu 43.** Một nhóm các chuyên gia y tế đang nghiên cứu và thử nghiệm độ chính xác của một bộ xét nghiệm  $COVID-19$ . Giả sử cứ sau  $n$  lần thử nghiệm và điều chỉnh bộ xét nghiệm thì tỷ lệ chính xác của bộ xét nghiệm đó tuân theo công thức  $S(n) = \frac{1}{1 + 2020 \cdot 10^{-0,01n}}$ . Hỏi phải tiến hành ít nhất bao nhiêu lần thử nghiệm và điều chỉnh bộ xét nghiệm để đảm bảo tỉ lệ chính xác của bộ xét nghiệm đó đạt trên 90%?

A. 426.

B. 425.

C. 428.

D. 427.

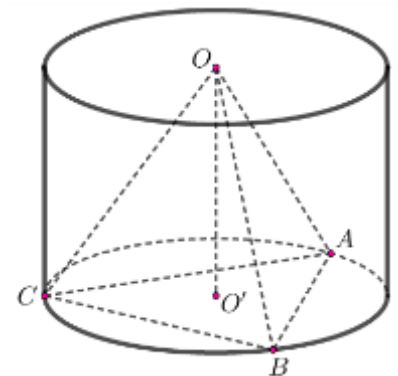
**Câu 44.** Cho hình trụ  $(T)$  có  $O, O'$  lần lượt là tâm hai đường tròn đáy. Tam giác  $ABC$  nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$ ,  $AB = 2a$ ,  $\sin \angle ACB = \frac{1}{\sqrt{3}}$  và  $OO'$  tạo với mặt phẳng  $(O'AB)$  một góc  $30^\circ$  (tham khảo hình bên dưới). Thể tích khối trụ  $(T)$  bằng

A.  $2\pi a^3 \sqrt{6}$ .

B.  $3\pi a^3 \sqrt{6}$ .

C.  $\pi a^3 \sqrt{3}$ .

D.  $\pi a^3 \sqrt{6}$ .



**Câu 45.** Số  $7^{100000}$  có bao nhiêu chữ số?

A. 84510.

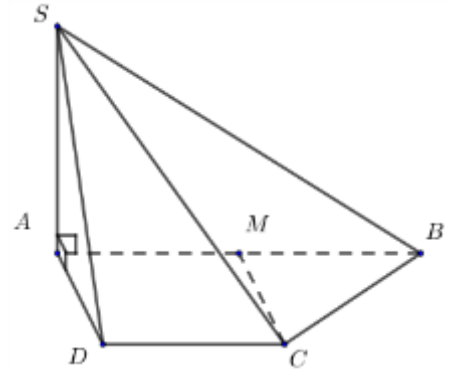
B. 194591.

C. 194592.

D. 84509.

**Câu 46.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $AB = 2a$ ,  $AD = DC = CB = a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ dưới đây). Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $CM$  và  $SD$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{3a}{4}$ .  
C.  $\frac{3a}{2}$ .                          D.  $a\sqrt{3}$ .



**Câu 47.** Cho hàm số  $f(x) = \log_2^3 x - \log_2 x^3 + m$  ( $m$  là tham số thực). Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  sao cho

$$\max_{[1;4]} |f(x)| + \min_{[1;4]} |f(x)| = 6. \text{ Tổng bình phương tất cả các phân tử của } S \text{ bằng}$$

- A. 13.                              B. 18.                              C. 5.                              D. 8.

**Câu 48.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(10;6;-2)$ ,  $B(5;10;-9)$  và mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 2y + z - 12 = 0$ . Điểm  $M$  di động trên  $(\alpha)$  sao cho  $MA, MB$  luôn tạo với  $(\alpha)$  các góc bằng nhau. Biết rằng  $M$  luôn thuộc một đường tròn  $(C)$  cố định. Hoành độ của tâm đường tròn  $(C)$  bằng

- A.  $-4$ .                              B.  $\frac{9}{2}$ .                              C. 2.                              D. 10.

**Câu 49.** Giả sử  $z_1, z_2$  là hai trong số các số phức  $z$  thỏa mãn  $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$  và  $|z_1 - z_2| = 2$ . Giá trị lớn nhất của  $|z_1| + |z_2|$  bằng

- A. 4.                              B.  $2\sqrt{3}$ .                              C.  $3\sqrt{2}$ .                              D. 3.

**Câu 50.** Cho hàm số  $f(x) = (m^{2024} + 1)x^4 + (-2m^{2024} - 2^{2024}m^2 - 3)x^2 + m^{2024} + 2024$ , với  $m$  là tham số. Số cực trị của hàm số  $y = |f(x) - 2023|$ .

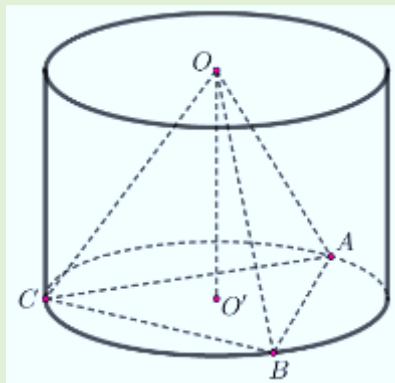
- A. 3.                              B. 5.                              C. 6.                              D. 7.

**HẾT**

ĐÁP ÁN									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	C	A	C	A	D	B	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	C	C	D	C	A	A	B	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	D	B	B	D	A	A	D	A	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	C	A	D	A	D	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	B	A	A	B	C	A	D

## LỜI GIẢI CÁC CÂU VẬN DỤNG CAO

**Câu 44.** Cho hình trụ  $(T)$  có  $O, O'$  lần lượt là tâm hai đường tròn đáy. Tam giác  $ABC$  nội tiếp trong đường tròn tâm  $O, AB = 2a, \sin ACB = \frac{1}{\sqrt{3}}$  và  $OO'$  tạo với mặt phẳng  $(O'AB)$  một góc  $30^\circ$  (tham khảo hình bên dưới). Thể tích khối trụ  $(T)$  bằng



A.  $2\pi a^3 \sqrt{6}$ .

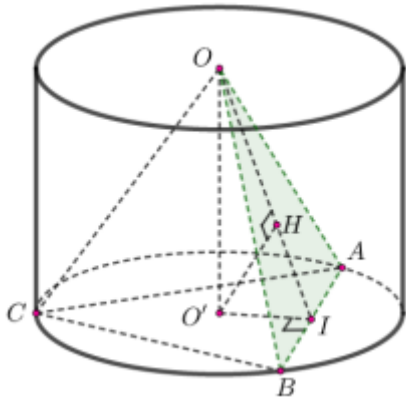
B.  $3\pi a^3 \sqrt{6}$ .

C.  $\pi a^3 \sqrt{3}$ .

D.  $\pi a^3 \sqrt{6}$ .

Hướng dẫn giải:





Gọi  $r$  là bán kính đáy của hình trụ. Tam giác  $ABC$  nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$  nên  $r = \frac{AB}{2 \sin ACB} = \frac{2a}{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = a\sqrt{3}$ .

Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ , ta có:  
 $\begin{cases} OI \perp AB \\ OO' \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (O'OI)$ . Kẻ đường cao  $OH$  của tam

giác  $O'OI$ , ta có:  $\begin{cases} OH \perp O'I \\ OH \perp AB \text{ (do } AB \perp (O'OI)) \end{cases}$ , suy ra

$OH \perp (O'AB)$ . Do đó:  $O'H$  là hình chiếu vuông góc của  $OO'$  lên mặt phẳng  $(O'AB)$   
 $\Rightarrow \angle OO'H = \angle OO'I = 30^\circ$ .

Xét tam giác  $OAI$  vuông tại  $I$  có:  $OI = \sqrt{r^2 - IA^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$ .

Xét tam giác  $OO'I$  vuông tại  $O$  có:  $OO' = \frac{OI}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{6} = h$  với  $h$  là chiều cao của khối trụ

$(T)$ . Thể tích khối trụ  $(T)$  bằng  $V = \pi r^2 h = 3\pi a^3 \sqrt{6}$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}}$  **B**

**Câu 45.** Số  $7^{100000}$  có bao nhiêu chữ số?

A. 84510.

B. 194591.

C. 194592.

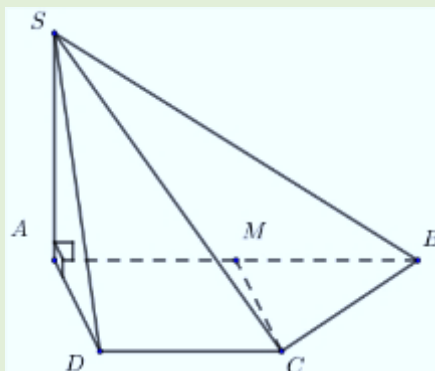
D. 84509.

### Hướng dẫn giải:

Ta có:  $\log 7^{100000} = 100000 \cdot \log 7 \approx 84509,804 \in [84509; 84510]$ .

Do đó:  $\log 10^{84509} < \log 7^{100000} < \log 10^{84510}$ , suy ra số  $7^{100000}$  có ít hơn  $10^{84510}$  một chữ số mà  $10^{84510}$  có 84511 chữ số nên  $7^{100000}$  có 84510 chữ số.  $\xrightarrow{\text{Chọn}}$  **A**

**Câu 46.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $AB = 2a$ ,  $AD = DC = CB = a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ dưới đây). Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $CM$  và  $SD$  bằng



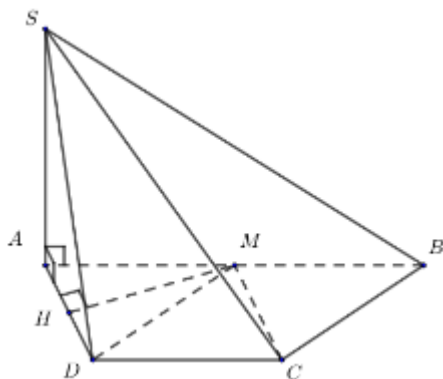
A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{3a}{4}$ .

C.  $\frac{3a}{2}$ .

D.  $a\sqrt{3}$ .

### Hướng dẫn giải:



Ta có  $M$  là trung điểm của  $AD \Rightarrow \begin{cases} AM = a = CD \\ AM \parallel CD \end{cases} \Rightarrow AMCD$  là hình bình hành

$\Rightarrow CM \parallel AD \Rightarrow CM \parallel (SAD)$ , mà  $SD \subset (SAD)$

$$\Rightarrow \boxed{d(CM, SD) = d(CM, (SAD)) = d(M, (SAD))} \quad (1).$$

Để thấy  $MBCD$  cũng là hình bình hành suy ra  $DM = BC = a$ .

Ta thấy:  $AD = AM = DM = a$  nên tam giác  $ADM$  đều cạnh  $a$ .

Gọi  $H$  là trung điểm của  $AD \Rightarrow MH \perp AD$  (1) và  $MH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Ta lại có:  $MH \perp SA$  (2) (do  $SA \perp (ABCD)$ ). Từ (1) và (2) suy ra  $\boxed{MH \perp (SAD)}$ .

Do đó:  $\boxed{d(M, (SAD)) = MH = \frac{a\sqrt{3}}{2}}$ . Vậy  $d(CM, SD) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}}$  **A**

**Câu 47.** Cho hàm số  $f(x) = \log_2^3 x - \log_2 x^3 + m$  ( $m$  là tham số thực). Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  sao cho  $\max_{[1;4]} |f(x)| + \min_{[1;4]} |f(x)| = 6$ . Tổng bình phương tất cả các phần tử của  $S$  bằng

A. 13.

B. 18.

C. 5.

D. 8.

### Hướng dẫn giải:

Đặt  $M = \max_{[1;4]} |f(x)|$ ,  $N = \min_{[1;4]} |f(x)|$ .

Đặt  $t = \log_2 x$ ; vì  $x \in [1;4] \Rightarrow t \in [0;2]$ . Hàm số đã cho trở thành:  $g(t) = t^3 - 3t + m$ .

Ta có  $g'(t) = 3t^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$ . Bảng biến thiên của  $g(t)$ :

$x$	0	1	2	
$g'(x)$		-	0	+
$g(x)$	$m$		$m - 2$	$m + 2$

Suy ra:  $\max_{[0;2]} g(t) = m + 2$ ,  $\min_{[0;2]} g(t) = m - 2$ .

**Trường hợp 1:**  $0 < m-2 < m+2 \Leftrightarrow \boxed{m > 2}$ . Ta có  $M = |m+2| = m+2$ ,  $N = |m-2| = m-2$ .

Khi đó:  $M + N = 6 \Leftrightarrow m+2+m-2 = 6 \Leftrightarrow m = 3$  (nhận).

**Trường hợp 2:**  $m-2 < m+2 < 0 \Leftrightarrow \boxed{m < -2}$ . Ta có:  $M = |m-2| = 2-m$ ,  $N = |m+2| = -m-2$ .

Khi đó:  $M + N = 6 \Leftrightarrow 2-m-m-2 = 6 \Leftrightarrow m = -3$  (nhận).

**Trường hợp 3:**  $m-2 \leq 0 \leq m+2 \Leftrightarrow \boxed{-2 \leq m \leq 2}$ . Ta có:  $\begin{cases} M = |m+2| \vee M = |m-2| \\ N = 0 \end{cases}$ .

$$\text{Xét } \begin{cases} |m+2| \geq |m-2| \\ \begin{matrix} M \\ |m+2| + 0 = 6 \\ N \end{matrix} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m + 4 \geq m^2 - 4m + 4 \\ \begin{matrix} m+2 = 6 \\ m+2 = -6 \end{matrix} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ \begin{matrix} m = 4 \Leftrightarrow m = 4 \text{ (loại)} \\ m = -8 \end{matrix} \end{cases}$$

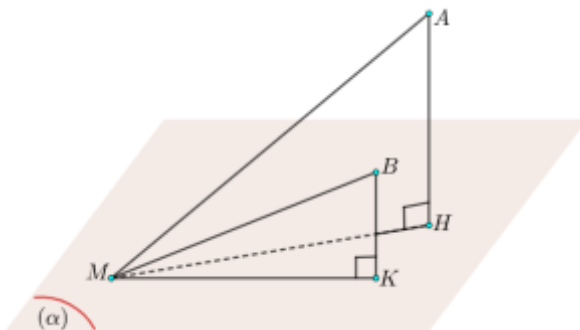
$$\text{Xét } \begin{cases} |m+2| < |m-2| \\ \begin{matrix} M \\ |m-2| + 0 = 6 \\ N \end{matrix} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m + 4 < m^2 - 4m + 4 \\ \begin{matrix} m-2 = 6 \\ m-2 = -6 \end{matrix} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \begin{matrix} m = 8 \Leftrightarrow m = -4 \text{ (loại)} \\ m = -4 \end{matrix} \end{cases}$$

Vậy  $S = \{-3; 3\}$ . Suy ra tổng bình phương tất cả các phần tử của  $S$  bằng 18.  $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{\mathbf{B}}$

**Câu 48.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(10;6;-2)$ ,  $B(5;10;-9)$  và mặt phẳng  $(\alpha): 2x+2y+z-12=0$ . Điểm  $M$  di động trên  $(\alpha)$  sao cho  $MA, MB$  luôn tạo với  $(\alpha)$  các góc bằng nhau. Biết rằng  $M$  luôn thuộc một đường tròn  $(C)$  cố định. Hoàng độ của tâm đường tròn  $(C)$  bằng

- A. -4.                      B.  $\frac{9}{2}$ .                      C. 2.                      D. 10.

### Hướng dẫn giải:



Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A, B$  trên mặt phẳng  $(\alpha)$ , khi đó:

$$AH = d(A; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 10 + 2 \cdot 6 + (-2) - 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 6;$$

$$BK = d(B; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + (-9) - 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3.$$

Vì  $MA, MB$  tạo với  $(\alpha)$  các góc bằng nhau nên  $AMH = BMK$  mà  $AH = 2BK$  suy ra  $MA = 2MB$ .

Gọi  $M(x; y; z)$ , ta có:  $MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$

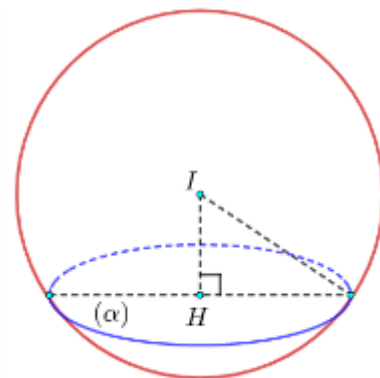
$$\Leftrightarrow (x-10)^2 + (y-6)^2 + (z+2)^2 = 4[(x-5)^2 + (y-10)^2 + (z+9)^2]$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 20x - 68y + 68z + 684 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x - \frac{68}{3}y + \frac{68}{3}z + 228 = 0}.$$

Như vậy, điểm  $M$  nằm trên mặt cầu  $(S)$  có tâm

$$I\left(\frac{10}{3}; \frac{34}{3}; -\frac{34}{3}\right) \text{ và bán kính } R = 2\sqrt{10}.$$

Mặt khác ta có  $M$  di động trên  $(\alpha)$ , vì vậy tập hợp điểm  $M$  chính là đường tròn giao tuyến  $(C)$  được tạo bởi mặt cầu  $(S)$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Gọi  $H$  là tâm của đường tròn  $(C)$ , khi đó  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên mặt phẳng  $(\alpha)$ .



Phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $I$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  là:  $d: \begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = \frac{34}{3} + 2t \\ z = -\frac{34}{3} + t \end{cases}$

Thay phương trình tham số của  $d$  vào  $(\alpha)$ :

$$2\left(\frac{10}{3} + 2t\right) + 2\left(\frac{34}{3} + 2t\right) + \left(-\frac{34}{3} + t\right) - 12 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3}, \text{ từ đó suy ra } H(2; 10; -12). \xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$$

**Câu 49.** Giả sử  $z_1, z_2$  là hai trong số các số phức  $z$  thỏa mãn  $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$  và  $|z_1 - z_2| = 2$ . Giá trị lớn nhất của  $|z_1| + |z_2|$  bằng

- A. 4.                                      B.  $2\sqrt{3}$ .                                      C.  $3\sqrt{2}$ .                                      D. 3.

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có: } |iz + \sqrt{2} - i| = 1 \Leftrightarrow \left| i\left(z + \frac{\sqrt{2} - i}{i}\right) \right| = 1 \Leftrightarrow \boxed{|z - (1 + i\sqrt{2})| = 1} \quad (*).$$

Gọi  $A, B$  lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$ . Khi đó  $A, B$  thỏa  $(*)$  nên  $A, B$  di động trên đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(1; \sqrt{2})$ , bán kính  $R = 1$ .

Ta có:  $|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow AB = 2 = 2R$ , suy ra  $AB$  là đường kính của  $(C)$  hay  $I$  là trung điểm của  $AB$ .

Khi đó :  $|z_1| + |z_2| = \underbrace{OA + OB}_{\text{Cauchy-Schwarz}} \leq \sqrt{2(OA^2 + OB^2)} = \sqrt{2\left(2OI^2 + \frac{AB^2}{2}\right)} = \sqrt{4OI^2 + AB^2} = \sqrt{16} = 4.$

Dấu bằng khi  $OA = OB$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{A}$

**Câu 50.** Cho hàm số  $f(x) = (m^{2024} + 1)x^4 + (-2m^{2024} - 2^{2024}m^2 - 3)x^2 + m^{2024} + 2024$ , với  $m$  là tham số.

Số cực trị của hàm số  $y = |f(x) - 2023|$ .

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

### Hướng dẫn giải:

Đặt  $g(x) = f(x) - 2023$ . Ta có:  $g'(x) = f'(x) = 4(m^{2024} + 1)x^3 + 2(-2m^{2024} - 2^{2024}m^2 - 3)x$ ;

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{2m^{2024} + 2^{2024}m^2 + 3}{2(m^{2024} + 1)} \end{cases}$$

Ta thấy  $\frac{2m^{2024} + 2^{2024}m^2 + 3}{2(m^{2024} + 1)} > 0, \forall m \in \mathbb{R}$  nên hàm số  $g(x) = f(x) - 2023$  luôn có 3 cực trị

gồm  $x_1 = 0, x_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{2m^{2024} + 2^{2024}m^2 + 3}{2(m^{2024} + 1)}}$ . Ta lại có:  $a_g = m^{2024} + 1 > 0 \Rightarrow$  Đồ thị hàm  $g(x)$  có

nhánh phải hướng lên trên.

Mặt khác:  $g(\pm 1) = (m^{2024} + 1) + (-2m^{2024} - 2^{2024}m^2 - 3) + m^{2024} + 1 = -2^{2024}m^2 - 1 < 0, \forall m \in \mathbb{R}.$

Ta có bảng biến thiên hàm  $g(x) = f(x) - 2023$  như sau:

$x$	$-\infty$	$x_2$	$-1$	$0$	$1$	$x_3$	$+\infty$
$g'(x)$		$0$		$0$		$0$	
$g(x)$	$+\infty$		$g(-1)$		$g(1)$		$+\infty$

$Ox : y = 0$

Từ bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số  $g(x)$  luôn có ba điểm cực trị, trong đó có hai điểm cực tiểu nằm bên dưới trục  $Ox$ . Vì vậy số cực trị của hàm số  $y = |f(x) - 2023|$  là  $m + n = 3 + 4 = 7$ ; trong đó  $m = 3$  là số cực trị của hàm  $g(x)$ ,  $n = 4$  là số giao điểm của hai

đồ thị hàm số  $\begin{cases} y = g(x) \\ y = 0 (Ox) \end{cases} \xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{D}$