

## ĐỀ SỐ 7

**Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$ . Trong các điểm cho dưới đây, điểm nào nằm ngoài mặt cầu  $(S)$ ?

- A.  $M(1;1;1)$ .      B.  $N(0;1;0)$ .      C.  $P(1;0;1)$ .      D.  $Q(1;1;0)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu đạo hàm như sau. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị dương?

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$1$	$2$	$3$	$4$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$

- A. 2.      B. 3.      C. 1.      D. 4.

**Câu 3.** Đặt  $a = \log_5 3$ . Tính theo  $a$  giá trị của biểu thức  $\log_9 1125$ .

- A.  $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{2a}$ .      B.  $\log_9 1125 = 2 + \frac{3}{a}$ .  
 C.  $\log_9 1125 = 2 + \frac{2}{3a}$ .      D.  $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{a}$ .

**Câu 4.** Thể tích khối tứ diện đều cạnh  $a$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

**Câu 5.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$  bằng

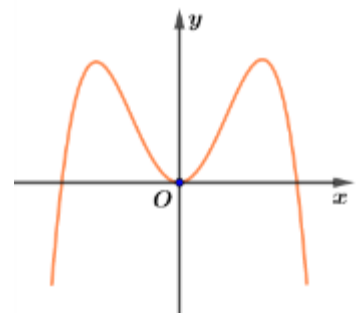
- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{1}{4}$ .      C. 0.      D. 1.

**Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x-1) < 3$  là:

- A.  $(-\infty; 10)$ .      B.  $(1; 9)$ .      C.  $(1; 10)$ .      D.  $(-\infty; 9)$ .

**Câu 7.** Đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nào dưới đây có dạng đồ thị hình vẽ bên

- A.  $f(x) = x^4 - 2x^2$ .  
 B.  $f(x) = -x^4 + 2x^2$ .  
 C.  $f(x) = x^4 + 2x^2$ .  
 D.  $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$ .



**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2+2t \\ z=1+t \end{cases}$ . Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ

phương của  $d$  ?

- A.  $\vec{n} = (1; -2; 1)$ .      B.  $\vec{n} = (1; 2; 1)$ .      C.  $\vec{n} = (-1; -2; 1)$ .      D.  $\vec{n} = (-1; 2; 1)$ .

**Câu 9.** Đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

- A.  $y = \frac{x+2}{x^2+1}$ .      B.  $y = \frac{x+2}{x+1}$ .      C.  $y = \frac{x^2-1}{x+2}$ .      D.  $y = \frac{1}{x+2}$ .

**Câu 10.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5 \cos x + \frac{1}{x^2}$  là hàm số nào sau đây:

- A.  $F(x) = -5 \sin x - \frac{1}{x} + C$ .      B.  $F(x) = 5 \sin x + \frac{1}{x} + C$ .  
C.  $F(x) = 5 \sin x + \ln x + C$ .      D.  $F(x) = 5 \sin x - \frac{1}{x} + C$ .

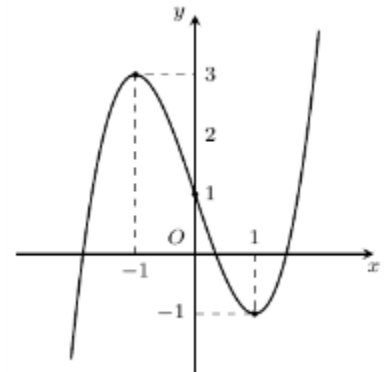
**Câu 11.** Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5 bằng

- A.  $16\pi$ .      B.  $48\pi$ .      C.  $12\pi$ .      D.  $36\pi$ .

**Câu 12.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  cho ở hình bên. Phương trình

$x^3 - 3x - m = 0$  ( $m$  là tham số) có ba nghiệm phân biệt khi

- A.  $-1 < m < 3$ .      B.  $-2 < m < 2$ .  
C.  $-2 < m < 3$ .      D.  $-2 \leq m < 2$ .



**Câu 13.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = 3a$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $AB = 2a$ ,  $AD = a$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A.  $\frac{3}{2}a^3$ .      B.  $3a^3$ .      C.  $2a^3$ .      D.  $9a^3$ .

**Câu 14.** Với  $a$  và  $b$  là các số thực dương. Biểu thức  $\log_a(a^2b)$  bằng

- A.  $2 - \log_a b$ .      B.  $2 + \log_a b$ .      C.  $1 + 2 \log_a b$ .      D.  $2 \log_a b$ .

**Câu 15.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $y = x^2 - 4x$  và trục hoành.

- A.  $S = \frac{41}{3}$ .      B.  $S = \frac{32}{3}$ .      C.  $S = \frac{7}{4}$ .      D.  $S = \frac{9}{4}$ .

**Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng  $(Oyz)$ ?

- A.  $y = 0$ .                      B.  $z = 0$ .                      C.  $y + z = 0$ .                      D.  $x = 0$ .

**Câu 17.** Cho số phức  $z = 1 + i^{2020}$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

- A.  $\bar{z} = 2$ .                      B.  $\bar{z} = -2 + 2i$ .                      C.  $\bar{z} = 0$ .                      D.  $\bar{z} = -2$ .

**Câu 18.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng  $a^2$  và khoảng cách giữa hai đáy bằng  $3a$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.

- A.  $V = \frac{3}{2}a^3$ .                      B.  $V = 3a^3$ .                      C.  $V = a^3$ .                      D.  $V = 9a^3$ .

**Câu 19.** Cho  $x, y$  là các số thực tùy ý. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $e^{x+y} = e^x + e^y$ .                      B.  $e^{x-y} = e^x - e^y$ .                      C.  $e^{xy} = e^x e^y$ .                      D.  $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ .

**Câu 20.** Tích phân  $\int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$  bằng.

- A.  $2 \ln 5$ .                      B.  $\frac{1}{2} \ln 5$ .                      C.  $\ln 5$ .                      D.  $4 \ln 5$ .

**Câu 21.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng  $(1; 5)$ ?

- A.  $y = \frac{x+1}{3x+2}$ .                      B.  $y = \frac{x-3}{x-4}$ .                      C.  $y = \frac{3x-1}{x+1}$ .                      D.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .

**Câu 22.** Nghiệm của phương trình  $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} = \frac{27}{8}$  là

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = 3$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $x = 4$ .

**Câu 23.** Thể tích  $V$  của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng  $2a$  và cạnh bên bằng  $a$  là

- A.  $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $V = a^3 \sqrt{3}$ .                      C.  $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$ .                      D.  $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 24.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$ . Hiệu phần thực và phần ảo của số phức  $z$  là

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 0.

**Câu 25.** Trong các hàm số được cho dưới đây, hàm số nào có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \ln(x^2 - 1)$ .                      B.  $y = \ln(1 - x^2)$ .                      C.  $y = \ln(x+1)^2$ .                      D.  $y = \ln(x^2 + 1)$ .

**Câu 26.** Cho khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có thể tích bằng 12, đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ . Thể tích của khối chóp  $A'.BCO$  bằng

- A. 1.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 27.** Ta xác định được các số  $a, b, c$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  đi qua điểm  $(1;0)$  và có điểm cực trị  $(-2;0)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a^2 + b^2 + c^2$ .

- A. 25.                      B. -1.                      C. 7.                      D. 14.

**Câu 28.** Hình chóp đều  $S.ABCD$  tất cả các cạnh bằng  $a$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

- A.  $4\pi a^2$ .                      B.  $\pi a^2$ .                      C.  $\sqrt{2}\pi a^2$ .                      D.  $2\pi a^2$ .

**Câu 29.** Cho  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ . Từ  $A$  lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 32.                      B. 24.                      C. 256.                      D. 1.

**Câu 30.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx+16}{x+m}$  đồng biến trên  $(0; 10)$ .

- A.  $m \in (-\infty; -10] \cup (4; +\infty)$ .                      B.  $m \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$ .  
C.  $m \in (-\infty; -10] \cup [4; +\infty)$ .                      D.  $m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$

**Câu 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -2; 3)$  và hai đường thẳng  $\Delta: \frac{x-4}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ ,

$\Delta': \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với hai đường thẳng  $\Delta$  và  $\Delta'$ ?

- A.  $\begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 11t \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x = -2 - 7t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 + 11t \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} x = -2 - 7t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$ .

**Câu 32.** Cho  $\int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Giá trị của  $a+b+c$  bằng

- A. 1.                      B. 2.                      C. 7.                      D. 9.

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ  $A$  đến  $(SCD)$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      B.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .                      C.  $a^3\sqrt{3}$ .                      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Hỏi hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi nào?

- A.  $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

**Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{1}$  và điểm  $M(2; -1; 5)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua  $M$  và vuông góc với  $\Delta$  là

A.  $2x - 3y + z - 12 = 0$ .

B.  $2x - 3y + z + 12 = 0$ .

C.  $2x - y + 5z - 12 = 0$ .

D.  $2x - y + 5z + 12 = 0$ .

**Câu 36.** Cho số phức  $z$ , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức  $z; iz$  và  $z + iz$  tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Mô đun của số phức  $z$  bằng

A.  $2\sqrt{3}$ .

B.  $3\sqrt{2}$ .

C. 6.

D. 9.

**Câu 37.** Số nghiệm của phương trình  $\log_{x^2-x+2}(x+3) = \log_{x+5}(x+3)$  là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

**Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$  và  $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$ . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng

A. 1.

B. 3.

C. 9.

D. 6.

**Câu 39.** Tính thể tích  $V$  của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = 0$  và  $x = \pi$ , biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) là một tam giác đều cạnh  $2\sqrt{\sin x}$ .

A.  $V = 3$ .

B.  $V = 3\pi$ .

C.  $V = 2\pi\sqrt{3}$ .

D.  $V = 2\sqrt{3}$ .

**Câu 40.** Cho số phức  $z = a + bi$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1$  và  $\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$ . Tính  $P = a + b$ .

A.  $P = 7$ .

B.  $P = -1$ .

C.  $P = 1$ .

D.  $P = 2$ .

**Câu 41.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC = 1\text{cm}$ ,  $AB = 2\text{cm}$ ,  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Quay tam giác  $BMC$  quanh trục  $AB$ , gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay thu được, khi đó  $V$  bằng:

A.  $\frac{3\pi}{4} \text{cm}^3$ .

B.  $\frac{\pi}{3} \text{cm}^3$ .

C.  $\pi \text{cm}^3$ .

D.  $\frac{\pi}{2} \text{cm}^3$ .

**Câu 42.** Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn:  $|\bar{z} + 2 - i| = 4$  là đường tròn có tâm  $I$  và bán kính  $R$  lần lượt là:

A.  $I(-2; -1); R = 4$ .

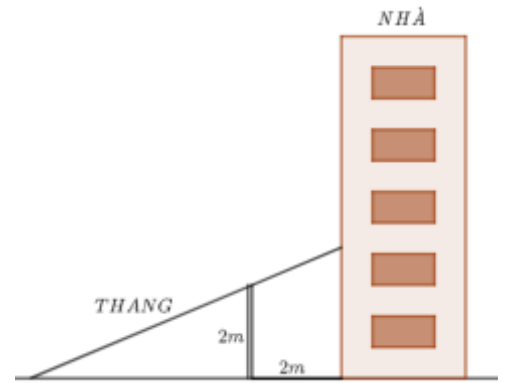
B.  $I(-2; -1); R = 2$ .

C.  $I(2; -1); R = 4$ .

D.  $I(2; -1);$

$I(2; -1)$ .

**Câu 43.** Một bức tường cao 2m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét ?



A.  $\frac{5\sqrt{13}}{3}$  m.

B.  $4\sqrt{2}$  m.

C. 6m.

D.  $3\sqrt{5}$  m.

**Câu 44.** Tập các giá trị của  $m$  để phương trình  $4(\sqrt{5}+2)^x + (\sqrt{5}-2)^x - m + 3 = 0$  có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

A.  $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$ .

B.  $(7; 8)$ .

C.  $(-\infty; 3)$ .

D.  $(7; 9)$ .

**Câu 45.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1}$  có đúng bốn đường tiệm cận.

A.  $m \in [-5; 4] \setminus \{-4\}$ .

B.  $m \in [-5; 4]$ .

C.  $m \in (-5; 4) \setminus \{-4\}$ .

D.

$m \in (-5; 4] \setminus \{-4\}$ .

**Câu 46.** Cho tập hợp  $A = \{1; 2; 3; \dots; 10\}$ . Chọn ngẫu nhiên ba số từ  $A$ . Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

A.  $P = \frac{7}{90}$ .

B.  $P = \frac{7}{24}$ .

C.  $P = \frac{7}{10}$ .

D.  $P = \frac{7}{15}$ .

**Câu 47.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 2$ ,  $AC = 3$ ,  $AD = BC = 4$ ,  $BD = 2\sqrt{5}$ ,  $CD = 5$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BD$  bằng.

A.  $\frac{3\sqrt{15}}{4}$ .

B. 2.

C.  $\sqrt{\frac{240}{79}}$ .

D. 3.

**Câu 48.** Cho hai hàm số  $y = x^3 + x^2 - 3x - 1$ ,  $y = 2x^3 + 2x^2 - mx + 2$  có đồ thị lần lượt là  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  và  $m$  là tham số thực. Biết rằng tồn tại  $m$  để  $(C_1)$  cắt  $(C_2)$  tại ba điểm phân biệt có tung độ là

$y_1, y_2, y_3$  thỏa mãn  $\frac{1}{y_1+4} + \frac{1}{y_2+4} + \frac{1}{y_3+4} = \frac{2}{3}$ , khi đó:

A.  $m \in (4;7)$ .

B.  $m \in (9;12)$ .

C.  $m \in (6;9)$ .

D.  $m \in (8;11)$ .

**Câu 49.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log(x+2y) = \log(x) + \log(y)$ . Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2}{1+2y} + \frac{4y^2}{1+x} \text{ là:}$$

A. 6.

B.  $\frac{32}{5}$ .

C.  $\frac{31}{5}$ .

D.  $\frac{29}{5}$ .

**Câu 50.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $5|z-i| = |z+1-3i| + 3|z-1+i|$ . Tìm giá trị lớn nhất  $T$  của  $|z-2+3i|$

?

A.  $T = \frac{10}{3}$ .

B.  $T = 1 + \sqrt{13}$ .

C.  $T = 4\sqrt{5}$ .

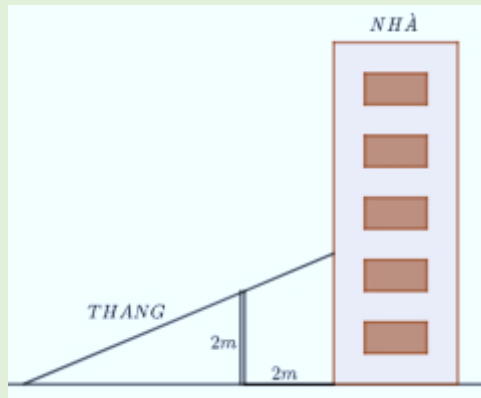
D.  $T = 9$ .

**HẾT**

ĐÁP ÁN									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	A	C	B	B	B	D	C	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	C	B	B	D	A	B	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	C	B	D	D	A	A	D	B	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	A	A	A	C	A	B	D	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	B	B	D	D	C	D	B	C

## LỜI GIẢI CÁC CÂU HỎI VẬN DỤNG CAO

**Câu 43.** Một bức tường cao 2m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét ?



A.  $\frac{5\sqrt{13}}{3}$  m.

B.  $4\sqrt{2}$  m.

C. 6m.

D.  $3\sqrt{5}$  m.

### Hướng dẫn giải:

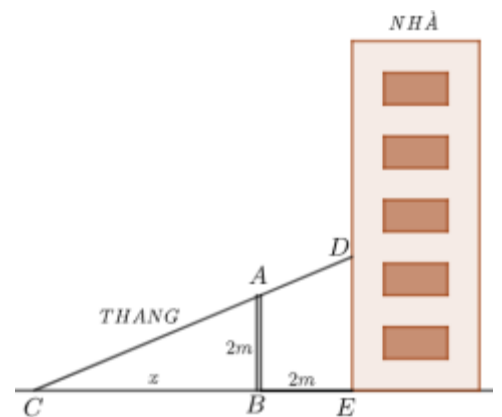
Xét hệ điểm  $A, B, C, D, E$  như hình vẽ.

Gọi  $BC = x$  ( $x > 0$ ). Ta cần tìm  $x$  để độ dài  $CD$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Dễ thấy hai tam giác  $CAB, CDE$  đồng dạng, suy ra:

$$\frac{BC}{CE} = \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow CD = AC \cdot \frac{x+2}{x} = \sqrt{x^2+4} \cdot \frac{x+2}{x}.$$

Đặt  $f(x) = \sqrt{x^2+4} \cdot \frac{x+2}{x}$  với  $x > 0$ .



### ☺ Cách giải 1:

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} \cdot \frac{x+2}{x} + \sqrt{x^2+4} \cdot \frac{-2}{x^2} = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{2\sqrt{x^2+4}}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{2\sqrt{x^2+4}}{x^2}$$

$\Leftrightarrow x^2(x+2) = 2(x^2+4) \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$ . Bảng biến thiên của  $f(x)$ :

$x$	0	2	3	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$4\sqrt{2}$	$+\infty$



Vậy chiều dài tối thiểu của thang bằng  $4\sqrt{2}$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}}$  **B**

☺ **Cách giải 2:**

Ta có:  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4} \left( \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}} \right)}{x} \geq \frac{\sqrt{4x} \cdot 2\sqrt{2x}}{x} = 4\sqrt{2}$ . Dấu đẳng thức xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

**Câu 44.** Tập các giá trị của  $m$  để phương trình  $4(\sqrt{5}+2)^x + (\sqrt{5}-2)^x - m + 3 = 0$  có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

- A.**  $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$ .    **B.**  $(7; 8)$ .    **C.**  $(-\infty; 3)$ .    **D.**  $(7; 9)$ .

**Hướng dẫn giải:**

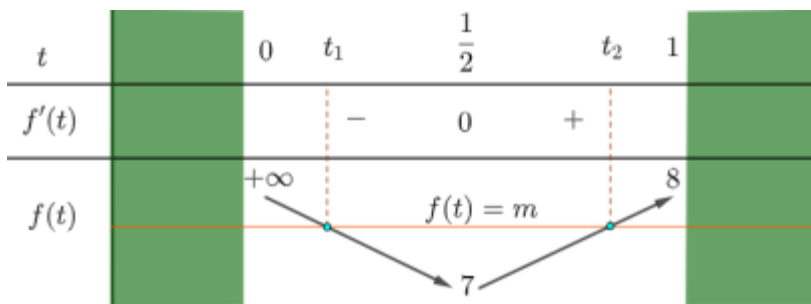
Đặt  $t = (\sqrt{5}+2)^x > 0 \Rightarrow x = \log_{\sqrt{5}+2} t$ . Phương trình đã cho trở thành:  $4t + \frac{1}{t} + 3 = m$  (\*).

**Nhận xét:** Với mỗi  $t \in (0; 1)$  thì ta tìm được đúng một nghiệm  $x < 0$ .

Bài toán trở thành: Tìm  $m$  để phương trình (\*) có đúng hai nghiệm phân biệt  $t_{1,2} \in (0; 1)$ .

Xét hàm số  $f(t) = 4t + \frac{1}{t} + 3$  với  $t \in (0; 1)$ ;  $f'(t) = 4 - \frac{1}{t^2} = \frac{4t^2 - 1}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \in (0; 1) \\ t = -\frac{1}{2} \notin (0; 1) \end{cases}$ .

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta có:  $7 < m < 8$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}}$  **B**

**Câu 45.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1}$  có đúng bốn đường tiệm cận.

- A.**  $m \in [-5; 4] \setminus \{-4\}$ .    **B.**  $m \in [-5; 4]$ .    **C.**  $m \in (-5; 4) \setminus \{-4\}$ .    **D.**

$$m \in (-5; 4] \setminus \{-4\}.$$

## Hướng dẫn giải:

Ta có: 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)}{x \left(\sqrt{2 - \frac{2}{x} - \frac{m}{x^2}} - 1 - \frac{1}{x}\right)} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = 1 + \sqrt{2};$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)}{x \left(-\sqrt{2 - \frac{2}{x} - \frac{m}{x^2}} - 1 - \frac{1}{x}\right)} = \frac{1}{-\sqrt{2} - 1} = 1 - \sqrt{2}.$$
 Do đó đồ thị hàm số có **hai đường**

**tiệm cận ngang** là  $y = 1 + \sqrt{2}$  và  $y = 1 - \sqrt{2}$ . Vì vậy ta cần tìm  $m$  để đồ thị hàm số đã cho có **hai đường tiệm cận đứng**.

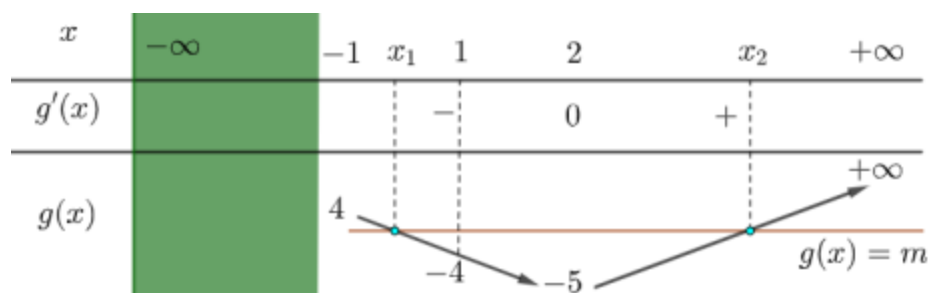
Khi tìm tiệm cận đứng, ta xét:  $\sqrt{2x^2 - 2x - m} - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 2x - m} = x + 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 2x^2 - 2x - m = x^2 + 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \underbrace{x^2 - 4x - 1}_{g(x)} = m \quad (*) \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow (*)$  có hai nghiệm phân biệt  $x_{1,2} \geq -1$  và khác 1 (không trùng nghiệm của tử số).

Xét hàm số  $g(x) = x^2 - 4x - 1$  với  $x \geq -1$  và  $x \neq 1$ . Ta có:  $g'(x) = 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ .

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, ta có  $m \in (-5; 4] \setminus \{-4\}$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{D}$

**Câu 46.** Cho tập hợp  $A = \{1; 2; 3; \dots; 10\}$ . Chọn ngẫu nhiên ba số từ  $A$ . Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

A.  $P = \frac{7}{90}$ .

B.  $P = \frac{7}{24}$ .

C.  $P = \frac{7}{10}$ .

D.  $P = \frac{7}{15}$ .

## Hướng dẫn giải:

Số phần tử không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$ .

Gọi  $B$  là biến cố “Ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp”.

$\Rightarrow \bar{B}$  là biến cố “Ba số được chọn có ít nhất hai số là các số tự nhiên liên tiếp”.

**Tìm các kết quả thuận lợi cho  $\bar{B}$ :**

Xét bộ ba số có dạng  $(1; 2; a_1)$ , với  $a_1 \in A \setminus \{1; 2\}$ : có 8 bộ thỏa mãn.

Xét bộ ba số có dạng  $(2; 3; a_2)$ , với  $a_2 \in A \setminus \{1; 2; 3\}$ : có 7 bộ thỏa mãn.

Xét bộ ba số có dạng  $(3, 4, a_3)$  với  $a_3 \in A \setminus \{2; 3; 4\}$ : có 7 bộ thỏa mãn.

Thực hiện tương tự mỗi bộ ba số dạng:  $(4, 5, a_4)$ ,  $(5, 6, a_5)$ ,  $(6, 7, a_6)$ ,  $(7, 8, a_7)$ ,  $(8, 9, a_8)$ ,  $(9, 10, a_9)$ : đều có 7 bộ thỏa mãn.

Suy ra:  $n(\bar{B}) = 8 + 8 \cdot 7 = 64$ . Do vậy:  $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{64}{120} = \frac{7}{15}$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{D}$

**Câu 47.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 2$ ,  $AC = 3$ ,  $AD = BC = 4$ ,  $BD = 2\sqrt{5}$ ,  $CD = 5$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BD$  bằng.

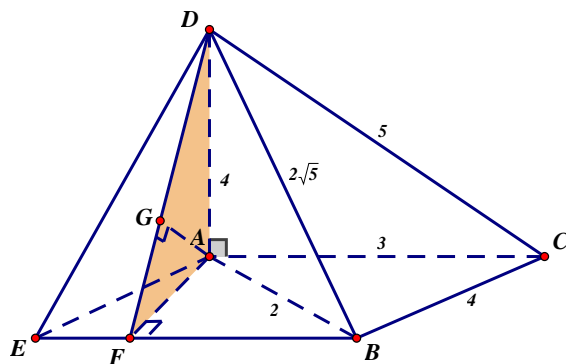
A.  $\frac{3\sqrt{15}}{4}$ .

B. 2.

C.  $\sqrt{\frac{240}{79}}$ .

D. 3.

**Hướng dẫn giải:**



Ta có:  $AD^2 + AC^2 = CD^2$  nên tam giác  $ACD$  vuông tại  $A$  hay  $AD \perp AC$ . Mặt khác:  $AD^2 + AB^2 = BD^2$  nên tam giác  $ABD$  vuông tại  $A$  hay  $AD \perp AB$ .

Ta có:  $\begin{cases} AD \perp AC \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (ABC)$ .

Đựng hình bình hành  $ACBE$ . Khi đó

$AC \parallel (BDE)$ .

Suy ra khoảng cách cần tìm:  $d(AC, BD) = d(AC, (BDE)) = d(A, (BDE))$  (1).

Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , kẻ  $AF \perp BE$  tại  $F$ , trong tam giác  $ADF$ , dựng đường cao  $AG$ .

Ta sẽ chứng minh  $AG \perp (BDE)$ .

Thật vậy:  $\begin{cases} BE \perp AF \\ BE \perp AD \end{cases} \Rightarrow BE \perp (ADF)$  mà  $AG \subset (ADF) \Rightarrow AG \perp BE$ .

Vì  $\begin{cases} AG \perp BE \\ AG \perp DF \end{cases} \Rightarrow AG \perp (BDE)$  (2). Từ (1) & (2)  $\Rightarrow \boxed{d(AC, BD) = AG}$ .

Đặt:  $p = \frac{AB + BE + AE}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow S_{\triangle ABE} = \sqrt{p(p-AB)(p-BE)(p-AE)} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$ .

Ta lại có:  $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AF \cdot BE \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{15}}{2}$ .

Xét tam giác  $ADF$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AG = \frac{AD \cdot AF}{\sqrt{AD^2 + AF^2}} = \sqrt{\frac{240}{79}}$ . **Chọn**  $\boxed{C}$

**Câu 48.** Cho hai hàm số  $y = x^3 + x^2 - 3x - 1$ ,  $y = 2x^3 + 2x^2 - mx + 2$  có đồ thị lần lượt là  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  và  $m$  là tham số thực. Biết rằng tồn tại  $m$  để  $(C_1)$  cắt  $(C_2)$  tại ba điểm phân biệt có tung độ là

$y_1, y_2, y_3$  thỏa mãn  $\frac{1}{y_1+4} + \frac{1}{y_2+4} + \frac{1}{y_3+4} = \frac{2}{3}$ , khi đó:

**A.**  $m \in (4;7)$ .

**B.**  $m \in (9;12)$ .

**C.**  $m \in (6;9)$ .

**D.**  $m \in (8;11)$ .

### Hướng dẫn giải:

**⚠️ Cần nhớ:** Định lý Vi-ét dành cho phương trình bậc ba.

Nếu phương trình  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  có ba nghiệm  $x_1, x_2, x_3$  thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = \frac{c}{a} \\ x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C_1)$ ,  $(C_2)$ :  $x^3 + x^2 + (3-m)x + 3 = 0$  (\*).

Giả sử  $A, B, C$  là giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho thì tọa độ  $A, B, C$  thỏa hệ

$$\begin{cases} y = x^3 + x^2 - 3x - 1 \\ y = 2x^3 + 2x^2 - mx + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 2x^3 + 2x^2 - 6x - 2 \\ y = 2x^3 + 2x^2 - mx + 2 \end{cases}. \text{ Suy ra } \boxed{y = (m-6)x - 4}.$$

Khi đó, ta có:  $y_1 + 4 = (m-6)x_1$ ;  $y_2 + 4 = (m-6)x_2$ ;  $y_3 + 4 = (m-6)x_3$  với  $x_1, x_2, x_3$  là nghiệm của phương trình (\*).

Theo **định lý Vi-ét bậc ba**, ta có  $\begin{cases} x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 3-m \\ x_1x_2x_3 = -3 \end{cases}$ .

Theo giả thiết:  $\frac{2}{3} = \frac{1}{y_1+4} + \frac{1}{y_2+4} + \frac{1}{y_3+4} = \frac{1}{m-6} \cdot \frac{x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1}{x_1x_2x_3} = \frac{m-3}{3(m-6)}$ . Suy ra  $m = 9$ .

**Thử lại:** với  $m = 9$  thì (\*) trở thành  $x^3 + x^2 - 6x + 3 = 0$ . Phương trình này có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy  $m = 9$  là giá trị cần tìm. **Chọn**  $\boxed{D}$

**Câu 49.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log(x+2y) = \log(x) + \log(y)$ . Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2}{1+2y} + \frac{4y^2}{1+x} \text{ là:}$$

A. 6.

B.  $\frac{32}{5}$ .

C.  $\frac{31}{5}$ .

D.  $\frac{29}{5}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**⚠ Cần nhớ:**

Bất đẳng thức **Cauchy-Schwarz dạng Engel** (còn gọi là bất đẳng thức công mẫu):

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}. \text{ Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \frac{x}{a} = \frac{y}{b}.$$

Điều kiện:  $x > 0, y > 0$ .

Ta có:  $\log(x+2y) = \log(x) + \log(y) \Rightarrow \log(x+2y) = \log(x.y) \Rightarrow \boxed{x+2y = xy}$  (\*).

Áp dụng bất đẳng thức **Cauchy-Schwarz dạng Engel**, ta có:

$$P = \frac{x^2}{1+2y} + \frac{(2y)^2}{1+x} \geq \frac{(x+2y)^2}{2+x+2y}.$$

Theo **AM-GM**, ta có:  $x+2y \geq 2\sqrt{x.2y} \stackrel{(1)}{=} 2\sqrt{2(x+2y)} \Leftrightarrow (x+2y)^2 \geq 8(x+2y)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y \leq 0 \text{ (loại)} \\ x+2y \geq 8 \text{ (nhận)} \end{cases} \text{ (do điều kiện } x > 0, y > 0). \text{ Suy ra } \boxed{x+2y \geq 8}.$$

Đặt  $t = x+2y \geq 8$ , ta có:  $P \geq \frac{t^2}{t+2} = t - 2 + \frac{4}{t+2}$

$$\Leftrightarrow P \geq \underbrace{\frac{1}{25}(t+2) + \frac{4}{t+2}}_{AM-GM} + \frac{24}{25}t - \frac{52}{25} \geq 2\sqrt{\frac{4}{25} + \frac{24}{25} \cdot 8} - \frac{52}{25} = \frac{32}{5}. \text{ Do vậy } P_{\min} = \frac{32}{5}.$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{1+2y} = \frac{2y}{1+x} \\ x+2y = 8; \frac{1}{25}(t+2) = \frac{4}{t+2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{8-2y}{1+2y} = \frac{2y}{1+8-2y} \\ x = 8-2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Chọn  $\rightarrow$  **B**

**Câu 50.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $5|z-i| = |z+1-3i| + 3|z-1+i|$ . Tìm giá trị lớn nhất  $T$  của  $|z-2+3i|$

?

A.  $T = \frac{10}{3}$ .

B.  $T = 1 + \sqrt{13}$ .

C.  $T = 4\sqrt{5}$ .

D.  $T = 9$ .

### Hướng dẫn giải:

Gọi  $M$  là điểm biểu diễn của  $z$ ; gọi  $A(0;1)$ ,  $B(-1;3)$ ,  $C(1;-1)$ . Ta thấy  $A$  là trung điểm của  $BC$ .

Ta có :  $MB^2 + MC^2 = 2MA^2 + \frac{BC^2}{2} = 2MA^2 + 10$ .

Theo giả thiết :  $5|z-i| = |z+1-3i| + 3|z-1+i|$

$$\Leftrightarrow 5MA = MB + 3MC \stackrel{\text{Cauchy-Schwarz}}{\leq} \sqrt{10} \cdot \sqrt{\underbrace{MB^2 + MC^2}_{=2MA^2+10}}$$

$$\Leftrightarrow 25MA^2 \leq 10(2MA^2 + 10) \Leftrightarrow 5MA^2 \leq 100 \Rightarrow \boxed{MA \leq 2\sqrt{5}} \quad (1).$$

Xét  $|z-2+3i| = |(z-i) + (-2+4i)| \leq |z-i| + |2-4i| \leq MA + 2\sqrt{5} \leq 4\sqrt{5}$  (do (1)).

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi:  $\begin{cases} |z-i| = 2\sqrt{5} \\ \frac{a}{-2} = \frac{b-1}{4} > 0 \end{cases}$ , với  $z = a+bi$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ . Suy ra

$$\begin{cases} z = 2 - 3i \text{ (loại)} \\ z = -2 + 5i \end{cases}$$

Vậy giá trị lớn nhất của  $|z-2+3i|$  là  $T = 4\sqrt{5}$ .  $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$