ĐỀ SỐ 9

Câu 1: Có bao nhiêu cách xếp 4 học sinh thành một hàng dọc?

A. 4. **B.** C_4^4. **C.** $4!$. **D.** A_4^1.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-2$ và $u_2=6$. Giá trị của u_3 bằng

A. -18. **B.** 18. **C.** 12. **D.** -12.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

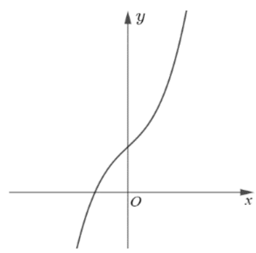
Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y=3$. **B.** $y=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?

A. $y=x^3+x+1$. **B.** $y=x^3-x+1$.

C. $y=x^3-x-1$. **D.** $y=x^3+x-1$.



Câu 8: Số giao điểm của đồ thị của hàm số $y=x^4+4x^2-3$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 \frac{4}{a}$ bằng

A. $\frac{1}{2}-\log_2 a$. **B.** $2\log_2 a$. **C.** $2-\log_2 a$. **D.** $\log_2 a-1$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $\frac{1}{2}-\log_2 a$. **B.** $y'=3^x\ln 3$. **C.** $y'=\frac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $\ln 3$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. a^3. **B.** $a^{\frac{5}{3}}$. **C.** $a^{\frac{1}{3}}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $3^{4x-6}=9$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\ln(7x)=7$ là

A. $x=1$. **B.** $x=\frac{1}{7}$. **C.** $x=\frac{e^7}{7}$. **D.** $x=e^7$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3+2x}{x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)=\sin 4x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{\cos 4x}{4}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{\cos 4x}{4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=4\cos 4x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-4\cos 4x+C$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int_1^4 f(t)\mathrm{d}t=-3$. Tính tích phân $I=\int_2^4 f(u)\mathrm{d}u$.

A. $I=-4$. **B.** $I=4$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=2$.

Câu 17: Với m là tham số thực, ta có $\int_1^2 (2mx+1)\mathrm{d}x=4$. Khi đó m thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(-3;-1)$. **B.** $[-1;0)$. **C.** $[0;2)$. **D.** $[2;6)$.

Câu 18: Số phức liên hợp của số phức $z=i(1+3i)$ là

A. $3-i$. **B.** $3+i$. **C.** $-3+i$. **D.** $-3-i$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1=5-6i$ và $z_2=2+3i$. Số phức $3z_1-4z_2$ bằng

A. $26-15i$. **B.** $7-30i$. **C.** $23-6i$. **D.** $-14+33i$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2+i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có toạ độ là:

A. $(3;5)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(5;3)$. **D.** $(5;2)$.

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại B, $SA=2a,\ AB=3a,\ BC=4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $24a^3$.

Câu 22: Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ đó theo a.

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 23: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy R, chiều cao h là

A. $S_{xq}=\pi Rh$. **B.** $S_{xq}=2\pi Rh$. **C.** $S_{xq}=3\pi Rh$. **D.** $S_{xq}=4\pi Rh$.

Câu 24: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=\sqrt{3}$ và $AC=3$. Thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC là

A. $V=2\pi$. **B.** $V=5\pi$. **C.** $V=9\pi$. **D.** $V=3\pi$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;4;2)$, $B(-1;-2;2)$ và $G(1;1;3)$ là trọng tâm của tam giác ABC. Tọa độ điểm C là?

A. $C(1;3;2)$. **B.** $C(1;1;5)$. **C.** $C(0;1;2)$. **D.** $C(0;0;2)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z+5=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(1;-2;-2)$ và $R=2$. **B.** $I(2;\ 4;\ 4)$ và $R=2$.

C. $I(-1;\ 2;\ 2)$ và $R=2$ **D.** $I(1;-2;-2)$ và $R=\sqrt{14}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oz?

A. $A(1;0;0)$. **B.** $B(0;2;0)$. **C.** $C(0;0;3)$. **D.** $D(1;2;3)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(-3;5;-7)$?

A. $(6;-10;14)$. **B.** $(-3;5;7)$. **C.** $(6;10;14)$. **D.** $(3;5;7)$.

Câu 29: Chọn ngẫu nhiên một số trong 18 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

A. $\frac{7}{8}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=2x^2-2021x$. **C.** $y=-6x^3+2x^2-x$. **D.** $y=2x^4-5x^2-7$.

Câu 31: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^4+2x^2$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. -1. **B.** 8. **C.** 1. **D.** -8.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x \le \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $\left(\frac{1}{2};1\right]$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 33: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left[\sin x-3f(x)\right]dx=6$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{13}{2}$. **B.** $-\frac{11}{2}$. **C.** $-\frac{13}{4}$. **D.** $-\frac{11}{6}$.

Câu 34: Cho số phức $z=5-3i$. Môđun của số phức $(1-2i)(\bar{z}-1)$ bằng

A. 25. **B.** 10. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{5}$.

Câu 35: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'B=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{3}$. Tính tan góc giữa $C'A$ và mp (ABC)

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-1;2;0)$ và đi qua điểm $M(2;6;0)$ có phương trình là:

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=100$.
B. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=25$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$.
D. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=100$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=2-t \\ y=3-t \\ z=-1+5t \end{cases}$
B. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=4-5t \end{cases}$
C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=4+5t \end{cases}$
D. $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+t \\ z=-1+5t \end{cases}$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh $a\sqrt{3}$, $BAD=60°$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=3a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và AD bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.
B. $\frac{3\sqrt{17}a}{17}$.
C. $\frac{\sqrt{17}a}{17}$.
D. $\frac{3\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$xf(x^2)-f(2x)=2x^3+2x,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính giá trị $I=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=25$.
B. $I=21$.
C. $I=27$.
D. $I=23$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2^2 x+2\log_2 x+m=0$ có nghiệm $x\in(0;1)$.

A. $m>1$.
B. $m\geq\frac{1}{4}$.
C. $m\leq\frac{1}{4}$.
D. $m\leq 1$.

Câu 42: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Gọi S là tích các chữ số được chọn. Xác suất để $S>0$ và chia hết cho 6 bằng

A. $\frac{23}{54}$.
B. $\frac{49}{108}$.
C. $\frac{13}{27}$.
D. $\frac{55}{108}$.

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{-mx+3m+4}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>4 \end{array}\right.$.
B. $2<m<4$.
C. $-1<m\leq 2$.
D. $-1<m<4$.

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^3-(m^2+1)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

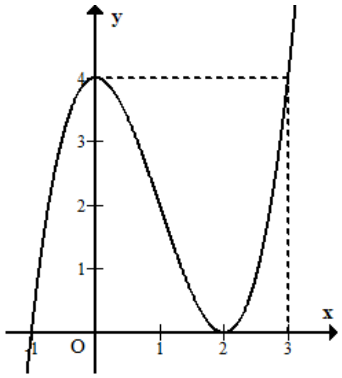
A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=0$.

C. $m=-2$. **D.** Không có giá trị nào của m.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



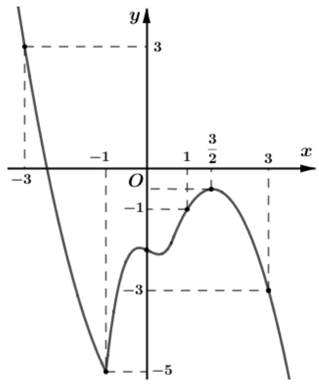
Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x^3-3x^2+m\right)-4=0$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1;2]$?

A. 10. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SAB=SCB=90°$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)+x^2+3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $y = g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $(-3;1)$.

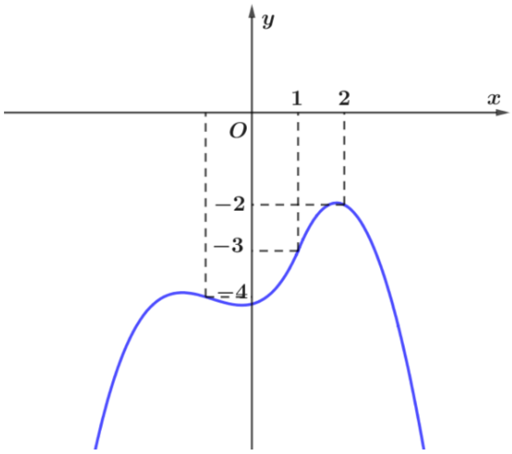
C. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(0;3)$.

D. Hàm số $y = g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 49: Cho phương trình $\left(\sqrt{3}\right)^{3x^2-3mx+4} - \left(\sqrt{3}\right)^{2x^2-mx+3m} = -x^2 + 2mx + 3m - 4$ (1). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(0;2020)$ sao cho phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Số phần tử của tập S là

A. 2020. **B.** 2018. **C.** 2019. **D.** 2021.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $36.12^{f(x)} + (m^2 - 5m).4^{f(x)} \le \left(f^2(x) - 4\right).36^{f(x)}$ nghiệm đúng với mọi số thực x là

A. 12. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 24.

-----------------HẾT----------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.A	5.C	6.A	7.A	8.A	9.C	10.B
11.D	12.D	13.C	14.B	15.A	16.A	17.C	18.D	19.B	20.C
21.B	22.B	23.B	24.D	25.B	26.A	27.C	28.A	29.D	30.C
31.D	32.A	33.D	34.D	35.D	36.A	37.B	38.A	39.B	40.B
41.D	42.D	43.C	44.A	45.B	46.C	47.D	48.A	49.B	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu cách xếp 4 học sinh thành một hàng dọc?

A. 4. **B.** C_4^4. **C.** $4!$. **D.** A_4^1.

Lời giải

Mỗi cách xếp 4 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 4 phần tử.

Vậy số cách xếp 4 học sinh thành một hàng dọc là: $4!$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

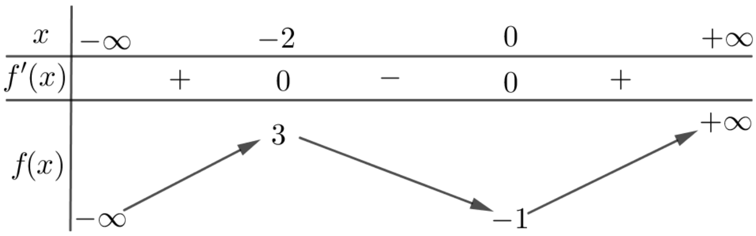
A. -18. **B.** 18. **C.** 12. **D.** -12.

Lời giải

Công bội của cấp số nhân đã cho là: $q = \dfrac{u_2}{u_1} = -3$.

Vậy $u_3 = u_2.q = -18$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



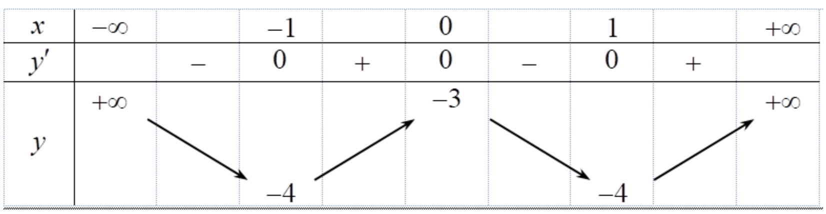
Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị là: $x = -1, x = 0, x = 1$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

+ Ta có : $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

+ Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

+ Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

+ **Cách trắc nghiệm:** Ta nhẩm được phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm bội lẻ nên hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

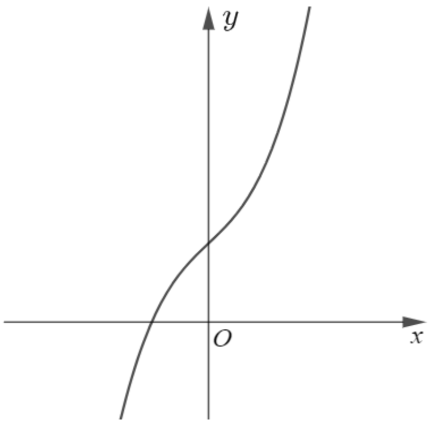
Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y=3$. **B.** $y=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=3$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=3$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^3+x+1$. **B.** $y=x^3-x+1$. **C.** $y=x^3-x-1$. **D.** $y=x^3+x-1$.

Lời giải

Nhìn vào hình vẽ ta thấy đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại các đáp án $y=x^3-x-1$ và $y=x^3+x-1$.

Ta thấy đồ thị hàm số không có cực trị nên chọn đáp án $y=x^3+x+1$ vì hàm số này có $y'=3x^2+1>0,\forall x$.

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị của hàm số $y=x^4+4x^2-3$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $y=x^4+4x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=1\\x^2=-3(PTVN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm1$.

Suy ra đồ thị hàm số có 2 giao điểm với trục hoành.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\frac{4}{a}$ bằng

A. $\frac{1}{2}-\log_2 a$. **B.** $2\log_2 a$. **C.** $2-\log_2 a$. **D.** $\log_2 a-1$.

Lời giải

Ta có: $\log_2\frac{4}{a}=\log_2 4-\log_2 a=2-\log_2 a$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $\frac{1}{2}-\log_2 a$. **B.** $y'=3^x\ln3$. **C.** $y'=\frac{3^x}{\ln3}$. **D.** $\ln3$.

Lời giải

Dùng công thức $\left(a^x\right)'=a^x\ln a\Rightarrow\left(3^x\right)'=3^x\ln3$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. a^3. **B.** $a^{\frac{5}{3}}$. **C.** $a^{\frac{1}{3}}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Với $a>0$ dùng công thức $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}\Rightarrow\sqrt[3]{a^2}=a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $3^{4x-6}=9$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Ta có: $3^{4x-6}=9\Leftrightarrow3^{4x-6}=3^2\Leftrightarrow4x-6=2\Leftrightarrow x=2$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\ln\left(7x\right)=7$ là

A. $x=1$. **B.** $x=\frac{1}{7}$. **C.** $x=\frac{e^7}{7}$. **D.** $x=e^7$.

Lời giải

Ta có $\ln(7x)=7 \Leftrightarrow 7x=e^7 \Leftrightarrow x=\frac{e^7}{7}$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3+2x}{x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+2x+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{x^3+2x}{x}\mathrm{d}x=\int(x^2+2)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+2x+C$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)=\sin 4x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{\cos 4x}{4}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{\cos 4x}{4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=4\cos 4x+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-4\cos 4x+C$.

Lời giải

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\sin 4x\mathrm{d}x=-\frac{\cos 4x}{4}+C$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int_1^4 f(t)\mathrm{d}t=-3$. Tính tích phân $I=\int_2^4 f(u)\mathrm{d}u$.

A. $I=-4$. **B.** $I=4$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=2$.

Lời giải

$\int_1^4 f(u)\mathrm{d}u=\int_1^2 f(u)\mathrm{d}u+\int_2^4 f(u)\mathrm{d}u \Leftrightarrow -3=1+\int_2^4 f(u)du \Leftrightarrow \int_2^4 f(u)\mathrm{d}u=-4$.

Câu 17: Với m là tham số thực, ta có $\int_1^2(2mx+1)\mathrm{d}x=4$. Khi đó m thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(-3;-1)$. **B.** $[-1;0)$. **C.** $[0;2)$. **D.** $[2;6)$.

Lời giải

Ta có $\int_1^2(2mx+1)\mathrm{d}x=4 \Leftrightarrow \left(mx^2+x\right)\Big|_1^2=4 \Leftrightarrow 4m+2-m-1=4 \Leftrightarrow m=1$.

Vậy $m \in [0;2)$.

Câu 18: Số phức liên hợp của số phức $z = i(1+3i)$ là

A. $3-i$. **B.** $3+i$. **C.** $-3+i$. **D.** $-3-i$.

Lời giải

Ta có $z = i(1+3i) = -3+i$ nên $\bar{z} = -3-i$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = 5-6i$ và $z_2 = 2+3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng

A. $26-15i$. **B.** $7-30i$. **C.** $23-6i$. **D.** $-14+33i$.

Lời giải

Ta có $3z_1 - 4z_2 = 3(5-6i) - 4(2+3i) = 7-30i$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2+i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có toạ độ là:

A. $(3;5)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(5;3)$. **D.** $(5;2)$.

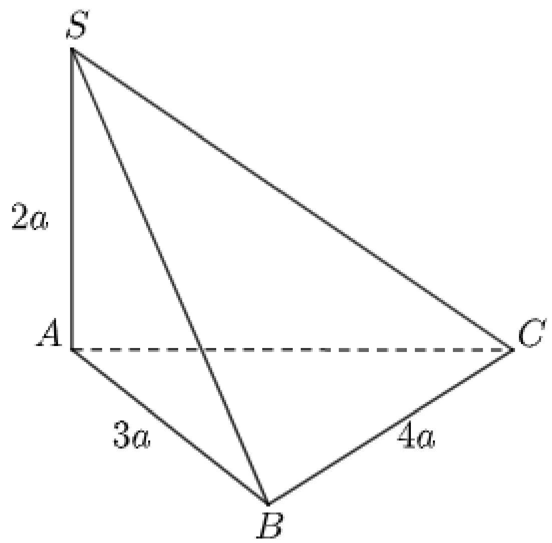
Lời giải

Ta có số phức $z_1 + 2z_2 = 5+3i$ có điểm biểu diễn là $(5;3)$.

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại B, $SA = 2a,\ AB = 3a,\ BC = 4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $24a^3$.

Lời giải

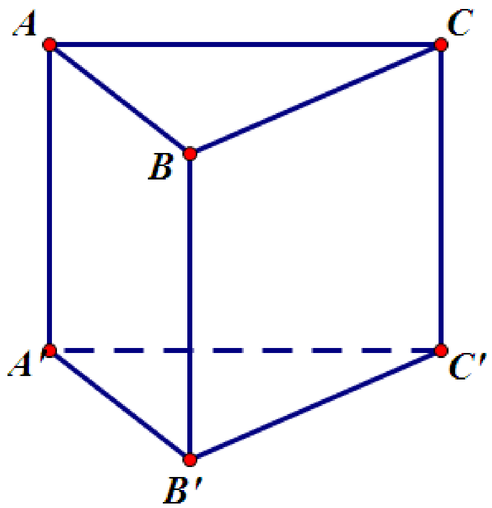


$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}.AB.BC\right).SA = \frac{1}{6}.3a.4a.2a = 4a^3$.

Câu 22: Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ đó theo a.

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải



Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 23: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy R, chiều cao h là

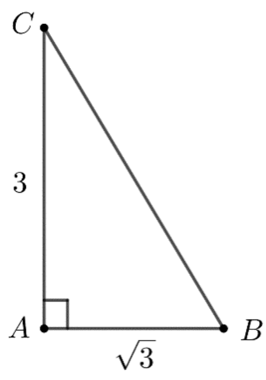
A. $S_{xq} = \pi Rh$. **B.** $S_{xq} = 2\pi Rh$. **C.** $S_{xq} = 3\pi Rh$. **D.** $S_{xq} = 4\pi Rh$.

Lời giải

Câu 24: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$ và $AC = 3$. Thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC là

A. $V = 2\pi$. **B.** $V = 5\pi$. **C.** $V = 9\pi$. **D.** $V = 3\pi$.

Lời giải



Khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC có chiều cao $h = AC = 3$ và bán kính đáy $r = AB = \sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.\left(\sqrt{3}\right)^2.3 = 3\pi$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;4;2)$, $B(-1;-2;2)$ và $G(1;1;3)$ là trọng tâm của tam giác ABC. Tọa độ điểm C là?

A. $C(1;3;2)$. **B.** $C(1;1;5)$. **C.** $C(0;1;2)$. **D.** $C(0;0;2)$.

Lời giải

ChọnB

Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B = 1 \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B = 1 \Rightarrow C(1;1;5). \\ z_C = 3z_G - z_A - z_B = 5 \end{cases}$$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(1;-2;-2)$ và $R = 2$. **B.** $I(2;\ 4;\ 4)$ và $R = 2$.

C. $I(-1;\ 2;\ 2)$ và $R = 2$ **D.** $I(1;-2;-2)$ và $R = \sqrt{14}$.

Lời giải

ChọnA

Phương trình mặt cầu có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ $\left(a^2 + b^2 + c^2 > d\right)$

$\Rightarrow a = 1,\ b = -2,\ c = -2,\ d = 5.$

Vậy tâm mặt cầu là $I(1;-2;-2)$ và bán kính mặt cầu $R = \sqrt{1+4+4-5} = 2$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oz?

A. $A(1;0;0)$. **B.** $B(0;2;0)$. **C.** $C(0;0;3)$. **D.** $D(1;2;3)$.

Lời giải

Điểm nằm trên trục Oz thì hoành độ và và tung độ bằng 0.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(-3;5;-7)$?

A. $(6;-10;14)$. **B.** $(-3;5;7)$. **C.** $(6;10;14)$. **D.** $(3;5;7)$.

Lời giải

ChọnA

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(-3;5;-7)$

nhận $\overrightarrow{OM}=(-3;5;-7)\Rightarrow \vec{u}=-2\overrightarrow{OM}=(6;-10;14)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng

Câu 29: Chọn ngẫu nhiên một số trong 18 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ

bằng

A. $\frac{7}{8}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

ChọnD

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=18$

Gọi A là biến cố chọn được số lẻ. $A=\{1;3;5;7;9;11;13;15;17\}\Rightarrow n(A)=9$.

Vậy xác suất là $p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{9}{18}=\frac{1}{2}$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=2x^2-2021x$. **C.** $y=-6x^3+2x^2-x$. **D.** $y=2x^4-5x^2-7$.

Lời giải

ChọnC

Xét các đáp án ta có

Đáp án A tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$ nên loại

Đáp án B đồ thị là Parabol nên loại

Đáp án C có TXĐ: $\mathbb{R}$

$y'=-18x^2+4x-1<0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Đáp án D hàm số có 3 cực trị nên không thỏa mãn.

Câu 31: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^4+2x^2$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. -1. **B.** 8. **C.** 1. **D.** -8.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=-x^4+2x^2$ trên đoạn $[-2;2]$.

Ta có $f'(x) = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-2;2] \\ x = 1 \in [-2;2] \\ x = -1 \in [-2;2] \end{array}\right.$

Ta có $f(-2) = -8;\ f(-1) = 1;\ f(0) = 0;\ f(1) = 1;\ f(2) = -8$.

Vậy $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = -8$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x \le \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $\left(\frac{1}{2};1\right]$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của bất phương trình là $\begin{cases} x > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}} x \le \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow x \ge 2x - 1 \Leftrightarrow x \le 1$.

Kết hợp với điều kiện xác định ta có tập nghiệm là $\left(\frac{1}{2};1\right]$.

Câu 33: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)]\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{13}{2}$. **B.** $-\frac{11}{2}$. **C.** $-\frac{13}{4}$. **D.** $-\frac{11}{6}$.

Lời giải

Ta có $6 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)]\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x\mathrm{d}x - 3\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x = -\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - 3\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2} - 3\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x$

Suy ra $3\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2} - 6 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x = -\frac{11}{6}$.

Câu 34: Cho số phức $z = 5 - 3i$. Môđun của số phức $(1-2i)(\bar{z}-1)$ bằng

A. 25. **B.** 10. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{5}$.

Lời giải

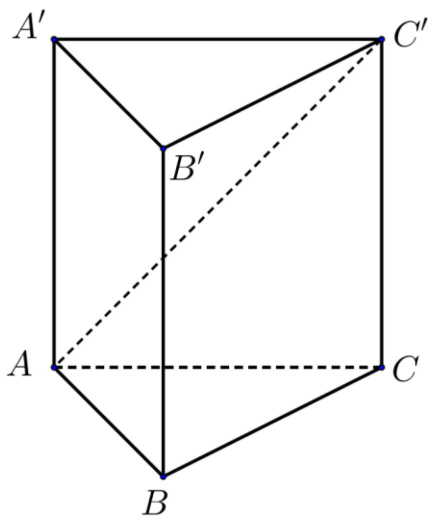
Ta có $(1-2i)(\bar{z}-1) = (1-2i)(4+3i) = 10 - 5i$.

Từ đó: $\left|(1-2i)(\bar{z}-1)\right| = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}$.

Câu 35: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'B = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{3}$. Tính tan góc giữa $C'A$ và mp (ABC)

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Lời giải



Ta có $B'B = a \Rightarrow CC' = a$

$AC = a\sqrt{3}$

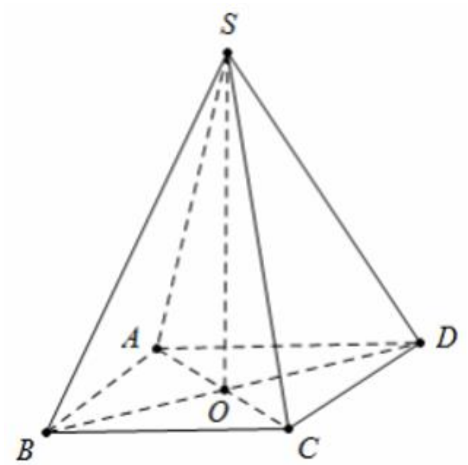
Góc giữa $C'A$ và mp (ABC) bằng góc đường thẳng $C'A$ và CA bằng góc $C'AC$

$$\tan C'AC = \frac{C'C}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow C'AC = 30^0$$

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow \widehat{SCO} = 60° \Rightarrow \tan 60° = \frac{SO}{OC} \Rightarrow SO = OC\sqrt{3} = \frac{a}{\sqrt{2}}.\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-1;\,2;\,0)$ và đi qua điểm $M(2;6;0)$ có phương trình là:

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 100$.
B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 25$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 25$.
D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 100$.

Lời giải

Ta có bán kính $R = IM = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0} = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(-1;\,2;\,0)$, bán kính $R = 5$ là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 25$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 2-t \\ y = 3-t \\ z = -1+5t \end{cases}$
B. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2-t \\ z = 4-5t \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 4+5t \end{cases}$
D. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+t \\ z = -1+5t \end{cases}$

Lời giải

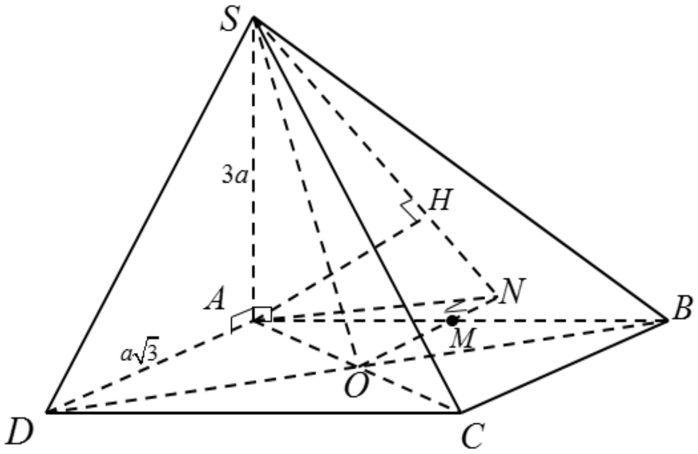
$\overrightarrow{AB} = (-1;-1;5)$.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng AB đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AB} = (-1;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương là: $\begin{cases} x = 2-t \\ y = 3-t \\ z = -1+5t \end{cases}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh $a\sqrt{3}$, $\widehat{BAD} = 60°$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 3a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và AD bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.
B. $\frac{3\sqrt{17}a}{17}$.
C. $\frac{\sqrt{17}a}{17}$.
D. $\frac{3\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm cạnh AB.

Ta có $OM // AD$ nên $AD // (SOM)$. Suy ra

$d(SO, AD) = d(AD, (SOM)) = d(A, (SOM))$ (1).

Vẽ $AN \perp OM, N \in OM$ và $AH \perp SN$ $(2), H \in SN$.

Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp OM$. Mà $OM \perp AN$ nên $OM \perp (SAN) \Rightarrow OM \perp AH$ (3).

Từ (2) và (3) suy ra $AH \perp (SOM) \Rightarrow AH = d(A, (SOM))$ (4).

Do $AN \perp OM, OM // AD \Rightarrow AN \perp AD \Rightarrow NAD = 90°$.

Lại có $ABCD$ là hình thoi tâm O có $BAD = 60°$ nên $MAN = 90° - BAD = 30°$.

Xét tam giác MAN vuông tại N có $AN = AM.\cos MAN = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\cos 30° = \frac{3a}{4}$.

Do tam giác SAN vuông tại A có AH là đường cao nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AN^2}$

$$\Leftrightarrow AH = \frac{AS.AN}{\sqrt{AS^2 + AN^2}} = \frac{3a.\frac{3a}{4}}{\sqrt{9a^2 + \frac{9a^2}{16}}} = \frac{3\sqrt{17}a}{17} \ (5).$$

Từ $(1), (4)$ và (5) suy ra $d(SO, AD) = \frac{3\sqrt{17}a}{17}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$xf(x^2) - f(2x) = 2x^3 + 2x, \ \forall x \in \mathbb{R}$. Tính giá trị $I = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 25$. **B.** $I = 21$. **C.** $I = 27$. **D.** $I = 23$.

Lời giải

$xf\left(x^2\right)-f\left(2x\right)=2x^3+2x\Rightarrow\int\limits_1^2\left[xf\left(x^2\right)-f\left(2x\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_1^2\left(2x^3+2x\right)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int\limits_1^2\left[xf\left(x^2\right)\right]\mathrm{d}x-\int\limits_1^2\left[f\left(2x\right)\right]\mathrm{d}x=\left(\frac{x^4}{2}+x^2\right)\Big|_1^2\Leftrightarrow\int\limits_1^2\left[xf\left(x^2\right)\right]\mathrm{d}x-\int\limits_1^2\left[f\left(2x\right)\right]\mathrm{d}x=\frac{21}{2}$.

+ Tính $\int\limits_1^2\left[xf\left(x^2\right)\right]\mathrm{d}x$:

Đặt $u=x^2\Rightarrow\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\Leftrightarrow x\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}u}{2}$.

$x=1\Rightarrow u=1;\ x=2\Rightarrow u=4$.

Suy ra $\int\limits_1^2\left[xf\left(x^2\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_1^4\frac{f\left(u\right)}{2}\mathrm{d}u=\frac{1}{2}\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

+ Tính $\int\limits_1^2\left[f\left(2x\right)\right]\mathrm{d}x$:

Đặt $t=2x\Rightarrow\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Leftrightarrow\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}t}{2}$.

$x=1\Rightarrow t=2;\ x=2\Rightarrow t=4$.

Suy ra $\int\limits_1^2\left[f\left(2x\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_2^4\frac{f\left(t\right)}{2}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Thay vào ta được

$\frac{1}{2}\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{21}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{21}{2}$

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{21}{2}\Leftrightarrow\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=21$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2^2 x+2\log_2 x+m=0$ có nghiệm $x\in\left(0;1\right)$.

A. $m>1$. **B.** $m\ge\frac{1}{4}$. **C.** $m\le\frac{1}{4}$. **D.** $m\le 1$.

Lời giải

$\log_2^2 x+2\log_2 x+m=0\ \left(1\right)$

Điều kiện: $x>0$.

Đặt $t=\log_2 x$. Vì $x\in\left(0;1\right)$ nên $t\in\left(-\infty;0\right)$.

Phương trình trở thành $t^2+2t+m=0\ \Leftrightarrow m=-t^2-2t\ \left(2\right)$.

Phương trình (1) có nghiệm $x\in(0;1)$ khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm $t<0$

$\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=m$ có điểm chung với đồ thị hàm số $y=f(t)=-t^2-2t$ trên khoảng $(-\infty;0)$.

Xét hàm số $y=f(t)=-t^2-2t$ trên khoảng $(-\infty;0)$

$f'(t)=-2t-2$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=-1$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		-1		0	$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$		
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	

Từ bảng biến thiên, suy ra $m\le 1$ thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(t)=-t^2-2t$ trên khoảng $(-\infty;0)$.

Vậy với $m\le 1$ thì phương trình $\log_2^2 x+2\log_2 x+m=0$ có nghiệm $x\in(0;1)$.

Câu 42: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Gọi S là tích các chữ số được chọn. Xác suất để $S>0$ và chia hết cho 6 bằng

A. $\frac{23}{54}$. **B.** $\frac{49}{108}$. **C.** $\frac{13}{27}$. **D.** $\frac{55}{108}$.

Lời giải

+) Số tự nhiên có ba chữ số khác nhau có dạng $\overline{abc},\ a\ne 0$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=9.9.8=648$.

+) Gọi A là biến cố: "Chọn được số có $S>0$ và S chia hết cho 6".

Ta có: $S=a.b.c>0$ nên ba chữ số a,b,c khác 0.

Mặt khác $S=a.b.c$ chia hết cho 6 nên xảy ra một trong các TH sau:

+) TH1: Trong 3 chữ số a,b,c có chữ số 6.

- Chọn vị trí cho chữ số 6: có 3 cách.
- Chọn 2 chữ số trong tập $\{1;2;3;4;5;7;8;9\}$ và xếp vào 2 vị trí còn lại: có A_8^2 cách.

$\Rightarrow$ có $3.A_8^2=168$.

+) TH2: Trong 3 chữ số a,b,c không có chữ số 6.

Khi đó để $a.b.c$ chia hết cho 6 ta cần có ít nhất 1 chữ số chia hết cho 2 thuộc tập $\{2;4;8\}$ và ít nhất 1 chữ số chia hết cho 3 thuộc tập $\{3;9\}$. Có các khả năng sau:

- Trong 3 chữ số a,b,c có một chữ số chia hết cho 2, một chữ số chia hết cho 3 và một chữ số thuộc tập $\{1;5;7\}$: có $C_3^1.C_2^1.C_3^1.3!=108$.

- Trong 3 chữ số a,b,c có 2 chữ số chia hết cho 2, một chữ số chia hết cho 3: có $C_3^2.2.3!=36$.

- Trong 3 chữ số a,b,c có 1 chữ số chia hết cho 2 và 2 chữ số chia hết cho 3: có $C_3^1.C_2^2.3!=18$.

Suy ra $n(A)=168+108+36+18=330$

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{330}{648}=\dfrac{55}{108}$.

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{-mx+3m+4}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>4 \end{array}\right.$. **B.** $2<m<4$. **C.** $-1<m\le 2$. **D.** $-1<m<4$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-3m-4}{(x-m)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'<0, \forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m-4<0 \\ m\notin(2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<4 \\ m\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1<m\le 2$.

Vậy với $-1<m\le 2$ thì hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^3-(m^2+1)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

A. $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=0$.

C. $m=-2$. **D.** Không có giá trị nào của m.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

+ $y' = 3mx^2 - 2(m^2+1)x + 2$.

+ $y'' = 6mx - 2(m^2+1)$.

Hàm số đã cho là hàm đa thức có bậc nhỏ hơn hoặc bằng 3 nên ta có :

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2(m^2+1)+2=0 \\ 6m-2(m^2+1)>0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2-3m=0 \\ m^2-3m+1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \\ m^2-3m+1<0 \quad * \end{cases}.$$

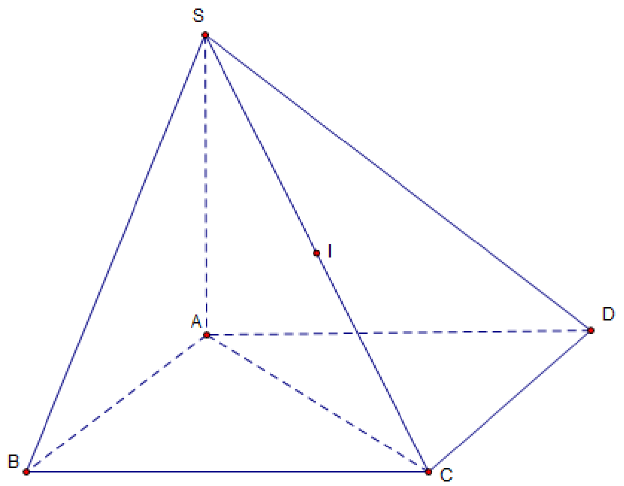
Ta thấy chỉ có $m=\dfrac{3}{2}$ thỏa mãn $*$.

Vậy $m=\dfrac{3}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

A. $\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải



+ Ta có : $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A (1).

+ Lại có : $\left.\begin{array}{l} DC \perp SA \\ DC \perp AD \end{array}\right\} \Rightarrow DC \perp SD \Rightarrow \Delta SDC$ vuông tại D (2).

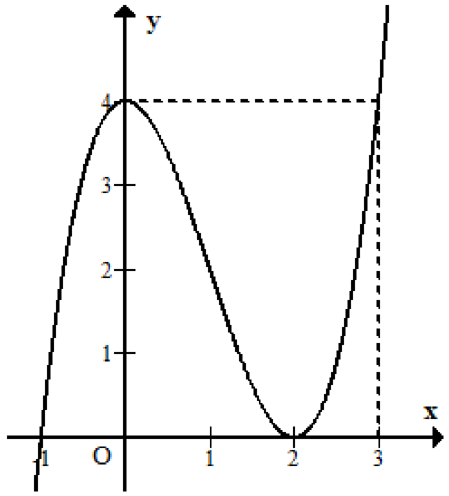
+ Tương tự, ΔSBC vuông tại B (3).

+ Từ (1); (2); (3) suy ra $S; A; B; C; D$ cùng thuộc một mặt cầu đường kính SC.

Xét ΔSAC vuông tại A có: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 2a^2} = a\sqrt{6}$.

Đường kính của mặt cầu là $SC = a\sqrt{6}$.

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x^3 - 3x^2 + m\right) - 4 = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1; 2]$?

A. 10. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

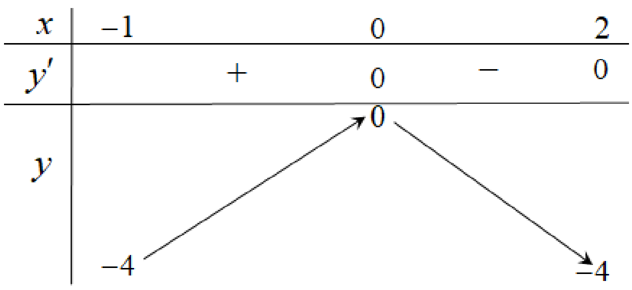
+ Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có:

$$f\left(x^3 - 3x^2 + m\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow f\left(x^3 - 3x^2 + m\right) = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 - 3x^2 + m = 0 \\ x^3 - 3x^2 + m = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3 - 3x^2 = -m & (1) \\ x^3 - 3x^2 = 3 - m & (2) \end{array}\right..$$

+ Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1; 2]$.

$$* \; y' = 3x^2 - 6x, \; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1; 2] \\ x = 2 \in [-1; 2] \end{array}\right..$$

* Bảng biến thiên



+ Phương trình $f\left(x^3-3x^2+m\right)-4=0$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1;2]$ khi và chỉ khi phương trình (1) hoặc phương trình (2) có nghiệm thuộc đoạn $[-1;2]$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=x^3-3x^2$ ta có:

* Phương trình (1) có nghiệm $x\in[-1;2]$ khi và chỉ khi $-4\le -m\le 0 \Leftrightarrow 0\le m\le 4$ (3).

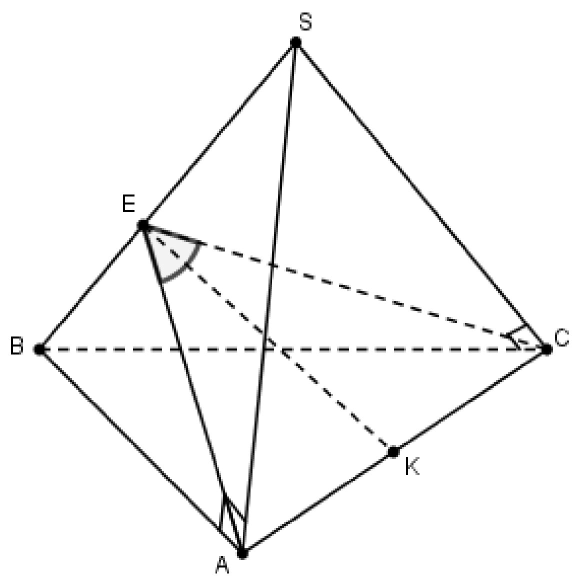
* Phương trình (2) có nghiệm $x\in[-1;2]$ khi và chỉ khi $-4\le 3-m\le 0 \Leftrightarrow 3\le m\le 7$ (4).

+ Từ (3) và (4) suy ra phương trình $f\left(x^3-3x^2+m\right)-4=0$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1;2]$ khi và chỉ khi $0\le m\le 7$, mặt khác m nguyên nên có 8 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SAB=SCB=90°$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Lời giải



Xét ΔSAB và ΔSCB có: $SAB=SCB=90°; AB=BC$, cạnh SB chung nên $\Delta SAB=\Delta SCB$

Trong tam giác SAB kẻ đường cao $AE\perp SB$ khi đó $CE\perp SB$.

Khi đó $\left((SAB),(SBC)\right)=\left(AE,CE\right)=60°$.

Trường hợp $AEC=\left(AE,CE\right)=60°$ thì $AE=AC=AB=a$ điều này vô lí vì tam giác AEB vuông tại E suy ra $AEC=180°-\left(AE,CE\right)=120°$.

Trong tam giác AEC cân tại E kẻ đường cao EK, ta có $\widehat{EAK}=30°$.

Xét tam giác vuông AEK ta có: $AE=\dfrac{AK}{\cos 30°}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$.

Trong tam giác vuông ABE ta có $BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$.

Trong tam giác SAB có: $BS=\dfrac{AB^2}{BE}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

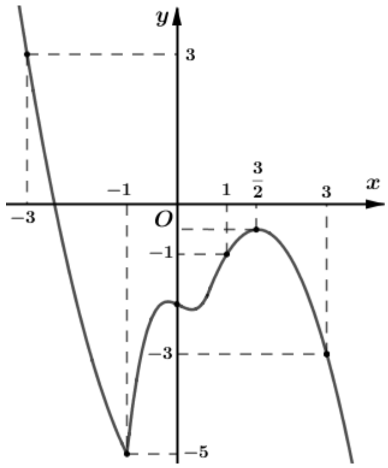
$$V_{B.EAC}=\frac{1}{3}.BE.\frac{1}{2}.EA.EC.\sin 120°=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{1}{2}.\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{2}a^3}{36}.$$

$$\frac{V_{B.EAC}}{V_{B.SAC}}=\frac{BE}{BS}.\frac{BA}{BA}.\frac{BC}{BC}=\frac{BE}{BS}=\frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}}=\frac{2}{3}.$$

$$\Rightarrow V_{B.SAC}=\frac{3}{2}.V_{B.EAC}=\frac{3}{2}.\frac{\sqrt{2}}{36}a^3=\frac{\sqrt{2}}{24}a^3.$$

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{\sqrt{2}}{24}a^3$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)+x^2+3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



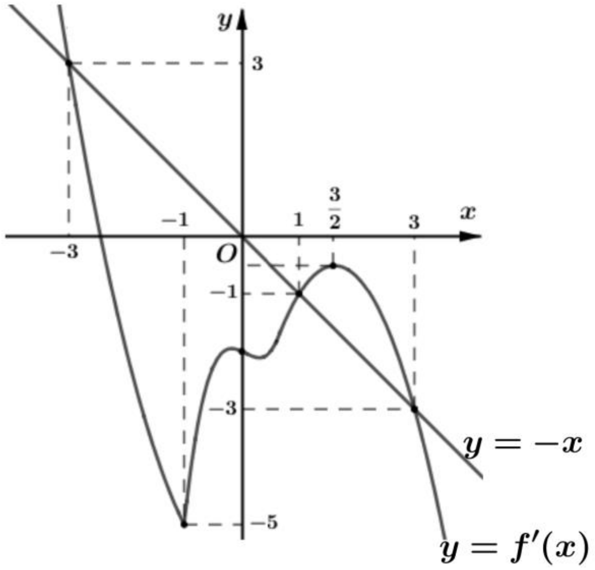
A. Hàm số $y=g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên $(-3;1)$.

C. Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(0;3)$.

D. Hàm số $y=g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=3$.

Lời giải



Ta có $g'(x)=2f'(x)+2x$.

Phương trình $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-x$.

Ta vẽ đồ thị $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=-x$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

Nghiệm của phương trình chính là hoành độ giao điểm của hai đồ thị trên.

Xét trên khoảng $(-3;3)$ ta có:

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên

x	-3		1		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$g(-3)$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$g(3)$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra được hàm số $y=g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 49: Cho phương trình $\left(\sqrt{3}\right)^{3x^2-3mx+4}-\left(\sqrt{3}\right)^{2x^2-mx+3m}=-x^2+2mx+3m-4$ (1). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(0;2020)$ sao cho phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Số phần tử của tập S là

A. 2020. **B.** 2018. **C.** 2019. **D.** 2021.

Lời giải

$\left(\sqrt{3}\right)^{3x^2-3mx+4}-\left(\sqrt{3}\right)^{2x^2-mx+3m}=-x^2+2mx+3m-4$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{3}\right)^{3x^2-3mx+4}+3x^2-3mx+4=\left(\sqrt{3}\right)^{2x^2-mx+3m}+2x^2-mx+3m\ \ (2)$.

Xét hàm số $f(t)=\left(\sqrt{3}\right)^t+t$ trên tập $\mathbb{R}$. Ta có $f'(t)=\left(\sqrt{3}\right)^t\ln\sqrt{3}+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó, phương trình $(2)\Leftrightarrow f\left(3x^2-3mx+4\right)=f\left(2x^2-mx+3m\right)$

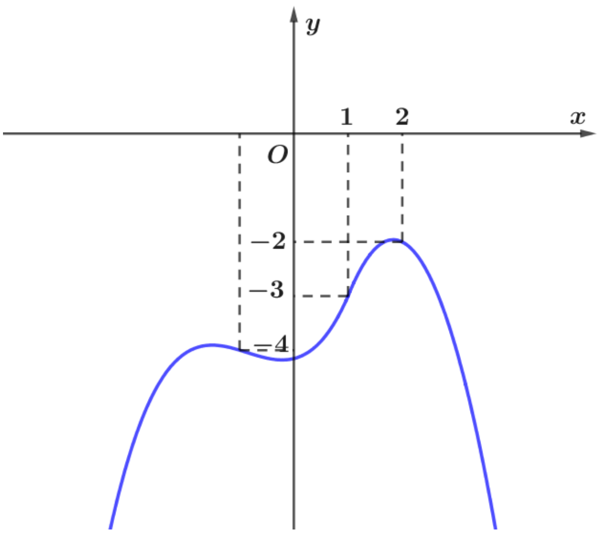
$\Leftrightarrow 3x^2-3mx+4=2x^2-mx+3m\Leftrightarrow x^2-2mx-3m+4=0\ \ (3)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta'>0\ \Leftrightarrow m^2+3m-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>1\\m<-4\end{array}\right.$.

Mà m nguyên và thuộc khoảng $(0;2020)$ suy ra $S=\{2;3;4...;2019\}$.

Vậy tập S có 2018 phần tử.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $36.12^{f(x)}+\left(m^2-5m\right).4^{f(x)}\le\left(f^2(x)-4\right).36^{f(x)}$ nghiệm đúng với mọi số thực x là

A. 12. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 24.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta thấy miền giá trị của $f(x)$ là $(-\infty;-2]$.

Đặt $t=f(x)$, với $t\le-2$.

Do đó bất phương trình $36.12^{f(x)}+\left(m^2-5m\right).4^{f(x)}\le\left(f^2(x)-4\right).36^{f(x)}$ (1) nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi bất phương trình $36.12^t+\left(m^2-5m\right).4^t\le\left(t^2-4\right).36^t$ (2) nghiệm đúng với mọi $t\le-2$.

Ta có: $(2)\Leftrightarrow\left(m^2-5m\right).\left(\frac{1}{3}\right)^{2t}+36.\left(\frac{1}{3}\right)^t\le\left(t^2-4\right),\forall t\le-2$.

Do (2) đúng với $t=-2$ nên $81.\left(m^2-5m\right)+36.9\le0\Leftrightarrow m^2-5m+4\le0\Leftrightarrow1\le m\le4$.

Ta thấy với $1\le m\le4$ thì $-\frac{25}{4}\le m^2-5m\le-4$.

Lại có: $t\le-2\Rightarrow\left(\frac{1}{3}\right)^t\ge9$. Suy ra $\left(m^2-5m\right).\left(\frac{1}{3}\right)^t\le-4.9=-36$ do đó

$\left(m^2-5m\right).\left(\frac{1}{3}\right)^{2t}+36.\left(\frac{1}{3}\right)^t=\left(\frac{1}{3}\right)^t\left(\left(m^2-5m\right).\left(\frac{1}{3}\right)^t+36\right)\le0,\forall t\le-2$.

Mà $t^2-4\ge0,\forall t\le-2$.

Từ và suy ra đúng.

Với $m\in[1;4]$ thì (2) luôn đúng với mọi $t\le-2$ và $m\in\mathbb{Z}$ suy ra $m\in\{1;2;3;4\}$.

Vậy tích các giá trị bằng 24.

----------------------Hết--------------------