HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Góc giữa hai mặt phẳng

- $\begin{cases} a \perp (P) \\ b \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \left((P),(Q)\right) = (a,b)$

- Giả sử (P) ∩ (Q) = c. Từ I ∈ c, dựng $\begin{cases} a \subset (P), a \perp c \\ b \subset (Q), b \perp c \end{cases} \Rightarrow \left((P),(Q)\right) = (a,b)$

Chú ý: $0^0 \le \left((P),(Q)\right) \le 90^0$

2. Diện tích hình chiếu của một đa giác

Gọi S là diện tích của đa giác (H) trong (P), S′ là diện tích của hình chiếu (H′) của (H) trên (Q), φ = $\left((P),(Q)\right)$. Khi đó: S′ = S.cosφ

3. Hai mặt phẳng vuông góc

- (P) ⊥ (Q) ⇔ $\left((P),(Q)\right) = 90^0$

- **Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau:** $\begin{cases} (P) \supset a \\ a \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) \perp (Q)$

4. Tính chất

- $\begin{cases} (P) \perp (Q), (P) \cap (Q) = c \\ a \subset (P), a \perp c \end{cases} \Rightarrow a \perp (Q)$

- $\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ A \in (P) \\ a \ni A, a \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow a \subset (P)$

- $\begin{cases} (P) \cap (Q) = a \\ (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \end{cases} \Rightarrow a \perp (R)$

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

B. Qua một đường thẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

C. Các mặt phẳng cùng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước thì luôn đi qua một đường thẳng cố định.

D. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

Câu 2: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau, mặt phẳng nào vuông góc với đường này thì song song với đường kia.

B. Cho đường thẳng $a\perp(\alpha)$, mọi mặt phẳng (β) chứa a thì $(\beta)\perp(\alpha)$.

C. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b, luôn luôn có mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường thẳng kia.

D. Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau, nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha)\perp(\beta)$.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và có một cạnh bên vuông góc với đáy. Xét bốn mặt phẳng chứa bốn mặt bên và mặt phẳng chứa mặt đáy. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Có ba cặp mặt phẳng vuông góc với nhau. **B.** Có hai cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.

C. Có năm cặp mặt phẳng vuông góc với nhau. **D.** Có bốn cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.

Hướng dẫn giải: Chọn C

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì cắt nhau.

D. Một mặt phẳng (P) và một đường thẳng a không thuộc (P) cùng vuông góc với đường thẳng b thì $(P)//a$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu hình hộp có bốn mặt bên là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

B. Nếu hình hộp có ba mặt bên là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

C. Nếu hình hộp có hai mặt bên là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

D. Nếu hình hộp có năm mặt bên là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

Hướng dẫn giải:Chọn D

Câu 6: Trong các mệnh đề sau đây, hãy tìm mệnh đề đúng.

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Nếu hai mặt vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

C. Hai mặt phẳng (α) và (β) vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến d. Với mỗi điểm A thuộc (α) và mỗi điểm B thuộc (β) thì ta có đường thẳng AB vuông góc với d.

D. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) đều vuông góc với mặt phẳng (γ) thì giao tuyến d của (α) và (β) nếu có sẽ vuông góc với (γ).

Hướng dẫn giải:

Theo Định lí $2(tr109-SGK-HH11-CB)$. Chọn D

Câu 7: Cho hai mặt phẳng (α) và (β) vuông góc với nhau và gọi $d=(\alpha)\cap(\beta)$.

I. Nếu $a\subset(\alpha)$ và $a\perp d$ thì $a\perp(\beta)$.

II. Nếu $d'\perp(\alpha)$ thì $d'\perp d$.

III. Nếu b ⊥ d thì b ⊂ (α) hoặc b ⊂ (β).

IV. Nếu (γ) ⊥ d thì (γ) ⊥ (α) và (γ) ⊥ (β).

Các mệnh đề đúng là :

A. I, II và III. **B.** III và IV. **C.** II và III. **D.** I, II và IV.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 8: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau và một điểm M không thuộc (P) và (Q). Qua M có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q)?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 9: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q), a là một đường thẳng nằm trên (P). Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Nếu $a//b$ với $b=(P)\cap(Q)$ thì a$//(Q)$.

B. Nếu $(P)\perp(Q)$ thì $a\perp(Q)$.

C. Nếu a cắt (Q) thì (P) cắt (Q).

D. Nếu $(P)//(Q)$ thì $a//(Q)$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $b=(P)\cap(Q)$ nếu $a//b$ thì $a//(Q)$. Chọn **B.**

Câu 10: Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây:

A. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

B. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a \perp b$. Luôn có mặt phẳng (α) chứa a và $(\alpha) \perp b$.

C. Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.

D. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 11: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và một điểm M không thuộc (P) và (Q). Qua M có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải:

Qua M dựng đường thẳng d vuông cóc với (P) và (Q). Khi đó có vô số mặt phẳng xoay quanh d thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn D.

Câu 12: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

B. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 13: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

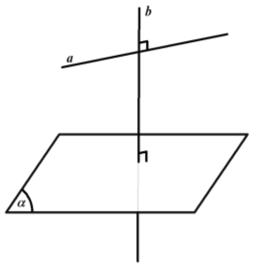
A. Một mặt phẳng (α) và một đường thẳng a không thuộc (α) cùng vuông góc với đường thẳng b thì (α) song song với a.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

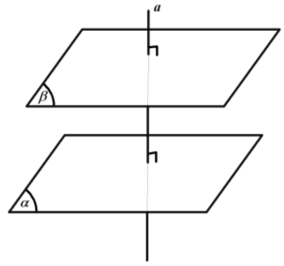
C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì cắt nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau

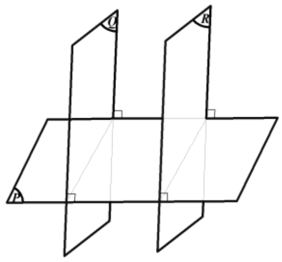
Hướng dẫn giải:



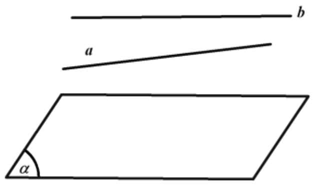
Đáp án A đúng.



Đáp án B sai.



Đáp án C sai.



Đáp án D sai.

Chọn A.

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

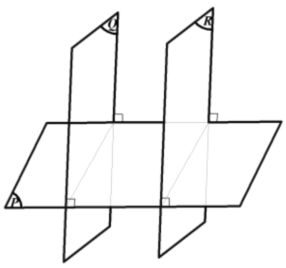
A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

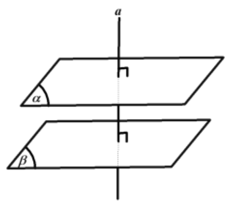
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

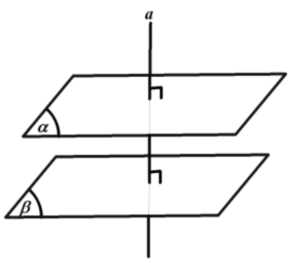
Hướng dẫn giải:

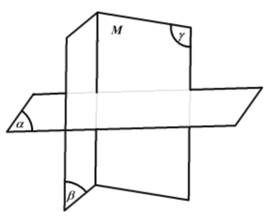


Đáp án A đúng



Qua một đường thẳng có **vô số** mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng B đúng





Qua một điểm có **vô số** mặt phẳng

Đáp án C đúng.

vuông góc với một mặt phẳng cho trước. Đáp án D sai.

Câu 15: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

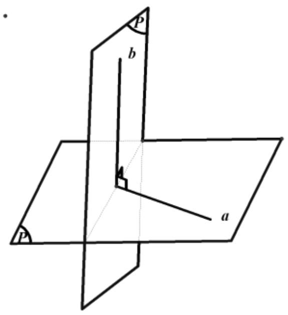
A. Cho đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và b nằm trong mặt phẳng (P). Mọi mặt phẳng (Q) chứa a và vuông góc với b thì (P) vuông góc với (Q).

B. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và mặt phẳng (P) chứa a, mặt phẳng (Q) chứa b thì (P) vuông góc với (Q).

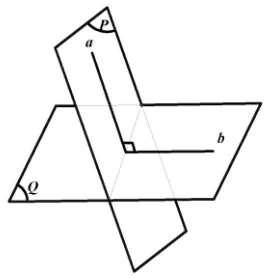
C. Cho đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P), mọi mặt phẳng (Q) chứa a thì (P) vuông góc với (Q).

D. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

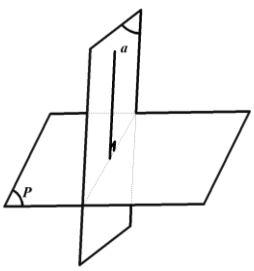
Hướng dẫn giải:



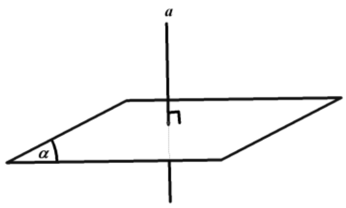
Đáp án A đúng.



Đáp án B sai.



Đáp án C đúng.



Đáp án D đúng.

Câu 16: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Qua một đường thẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

C. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau cho trước.

D. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Hướng dẫn giải:

Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước, đường thẳng đó là giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau đã cho. Chọn **C.**

Câu 17: Cho a,b,c là các đường thẳng. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Cho $a\perp b$. Mọi mặt phẳng chứa b đều vuông góc với a.

B. Nếu $a\perp b$ và mặt phẳng (α) chứa a ; mặt phẳng (β) chứa b thì $(\beta)\perp(\alpha)$.

C. Cho $a\perp b$ nằm trong mặt phẳng (α). Mọi mặt phẳng (β) chứa a và vuông góc với b thì $(\beta)\perp(\alpha)$.

D. Cho $a//b$, mọi mặt phẳng (α) chứa c trong đó $c\perp a$ và $c\perp b$ thì đều vuông góc với mặt phẳng (a,b).

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Câu 18: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a\perp b$. Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. mặt phẳng Q chứa b và đường vuông góc chung của a và b thì $mp(Q)\perp a$.

B. mặt phẳng R chứa b và chứa đường thẳng $b'\perp a$ thì $mp(R)\perp a$.

C. mặt phẳng α chứa a, $mp(\beta)$ chứa b thì $(\alpha)\perp(\beta)$.

D. mặt phẳng P chứa b thì mặt phẳng $P\perp a$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Giả sử AB là đoạn vuông góc chung của a và b thì $mp(Q)\equiv(AB,b)$ mà $a\perp AB,\ a\perp b,\ a\perp(AB,b)\Rightarrow a\perp mp(Q)$

Câu 19: Cho các mệnh đề sau với (α) và (β) là hai mặt phẳng vuông góc với nhau với giao tuyến $m=(\alpha)\cap(\beta)$ và a,b,c,d là các đường thẳng. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu $b\perp m$ thì $b\subset(\alpha)$ hoặc $b\subset(\beta)$.

B. Nếu $b\perp m$ thì $d\perp(\alpha)$.

C. Nếu $a\subset(\alpha)$ và $a\perp m$ thì $a\perp(\beta)$.

D. Nếu $c//m$ thì $c//(\alpha)$ hoặc $c//(\beta)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Do $a\subset(\alpha)$, $a\perp m$, $(\alpha)\perp(\beta)$ nên $a\perp(\beta)$

Câu 20: Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Cho hai đường thẳng song song a và b và đường thẳng c sao cho $c\perp a, c\perp b$. Mọi mặt phẳng (α) chứa c thì đều vuông góc với mặt phẳng (a,b).

B. Cho $a\perp(\alpha)$, mọi mặt phẳng (β) chứa a thì $(\beta)\perp(\alpha)$.

C. Cho $a\perp b$, mọi mặt phẳng chứa b đều vuông góc với a.

D. Cho $a\perp b$, nếu $a\subset(\alpha)$ và $b\subset(\beta)$ thì $(\alpha)\perp(\beta)$.

Hướng dẫn giải:

Câu A sai vì a,b có thể trùng nhau.

Câu C sai vì khi a,b cắt nhau, mặt phẳng (a,b) không vuông góc với a.

Câu D sai vì khi a,b chéo nhau và vuông góc với nhau, ta gọi (α) là mặt phẳng chứa a, song song với b và (β) là mặt phẳng chứa b và song song với a thì $(\alpha)//(\beta)$

Chọn B.

Câu 21: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

Hướng dẫn giải:

Mệnh đề A sai vì có thể xảy ra trường hợp hai mặt phẳng vuông góc với nhau nhưng đường thẳng thuộc mặt phẳng này song song với mặt phẳng kia.

Mệnh đề B sai vì xảy ra trường hợp hai mặt phẳng song song.

Mệnh đề C sai vì xảy ra trường hợp hai mặt phẳng vuông góc.

Chọn đáp án D

Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng không cắt nhau, không song song thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

Hướng dẫn giải:

Mệnh đề sai vì còn trường hợp chéo nhau hoặc trùng nhau.

Mênh đề C sai vì còn trường hợp hai đường thẳng chéo nhau.

Mênh đề D sai vì còn trường hợp hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

Chọn B.

Câu 23: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

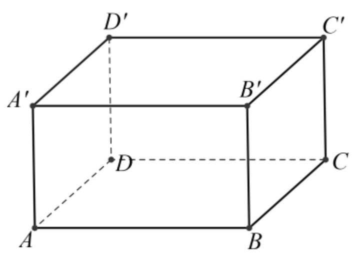
A. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

C. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

D. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Hướng dẫn giải:



* Có vô số đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước, chúng nằm trong mặt phẳng đi qua điểm đó và vuông góc với một đường thẳng cho trước $\Rightarrow$ "Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước": SAI

* Có vô số mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước, trong trường hợp: đường thẳng cho trước vuông góc với mặt phẳng cho trước $\Rightarrow$:Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước": SAI

* Có vố số mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước ⇒"Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước": SAI

Chọn D

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao SH. Xét các mệnh đề sau:

(I) $SA = SB = SC$.

(II) H trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

(III) Tam giác ABC là tam giác đều.

(IV) H là trực tâm tam giác ABC.

Các yếu tố nào chưa đủ để kết luận $S.ABC$ là hình chóp đều?

A. (III) và (IV). **B.** (II) và (III). **C.** (I) và (II). **D.** (IV) và (I).

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $S.ABC$ là hình chóp đều nếu các mặt bên của nó là tam giác cân đỉnh S.

B. $S.ABC$ là hình chóp đều nếu góc giữa các mặt phẳng chứa các mặt bên và mặt phẳng đáy bằng nhau.

C. $S.ABC$ là hình chóp đều nếu các mặt bên của nó là tam giác cân.

D. $S.ABC$ là hình chóp đều nếu các mặt bên có diện tích bằng nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Câu 26: Trong lăng trụ đều, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đáy là đa giác đều.

B. Các mặt bên là những hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

C. Các cạnh bên là những đường cao.

D. Các mặt bên là những hình bình hành.

Hướng dẫn giải:

A. Vì lăng trụ đều nên các cạnh bằng nhau. Do đó đáy là đa giác đều.

B. Vì lăng trụ đều là lăng trụ đứng nên các mặt bên vuông góc với đáy.

C. Vì lăng trụ đều là lăng trụ đứng nên các cạnh bên vuông góc với đáy.

D. Vì lăng trụ đều là lăng trụ đứng nên các cạnh bên bằng nhau và cùng vuông góc với đáy. Do đó các mặt bên là những hình vuông.

Chọn D.

Câu 27: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu hình hộp có hai mặt là hình vuông thì nó là hình lập phương.

B. Nếu hình hộp có ba mặt chung một đỉnh là hình vuông thì nó là hình lập phương.

C. Nếu hình hộp có bốn đường chéo bằng nhau thì nó là hình lập phương.

D. Nếu hình hộp có sau mặt bằng nhau thì nó là hình lập phương.

Hướng dẫn giải:

Đây là câu hỏi lý thuyết.

Chọn đáp án B

Câu 28: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

A. Nếu hình hộp có hai mặt là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

B. Nếu hình hộp có năm mặt là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

C. Nếu hình hộp có bốn mặt là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

D. Nếu hình hộp có ba mặt là hình chữ nhật thì nó là hình hộp chữ nhật.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

A sai vì đáy có thể là hình bình hành.

B đúng

C sai vì đáy có thể là hình bình hành

D sai vì đáy có thể là hình bình hành.

Câu 29: Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp gì nếu tứ diện $AB'C'D'$ đều.

A. Hình lập phương.

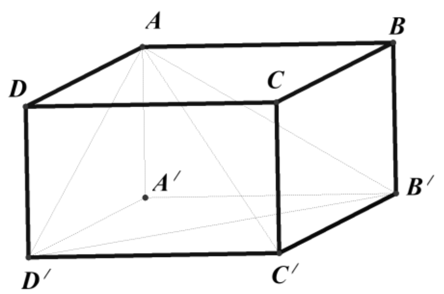
B. Hình hộp chữ nhật.

C. Hình hộp thoi.

D. Đáp số khác.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A



Câu 30: Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ trở thành hình lăng trụ tứ giác đều khi phải thêm các điều kiện nào sau đây?

A. Tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

B. Có một mặt bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông.

C. Các mặt bên là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.

D. Cạnh bên bằng cạnh đáy và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Câu 31: Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp gì nếu tứ diện $AA'B'D'$ có các cạnh đối vuông góc.

A. Hình lập phương.

B. Hình hộp tam giác.

C. Hình hộp thoi.

D. Hình hộp tứ giác.

Hướng dẫn giải:

Ta có $AA' \perp B'D', A'D' \perp AB', A'B' \perp AD'$ suy ra Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.

Câu 32: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng góc nhọn giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) khi mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (R).

B. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng góc nhọn giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) khi mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (R) (hoặc $(Q) \equiv (R)$).

C. Góc giữa hai mặt phẳng luôn là góc nhọn.

D. Cả ba mệnh đề trên đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

Câu 33: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với đường cao SH. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng

A. H trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC khi và chỉ khi các cạnh bên bằng nhau

B. H là trung điểm của một cạnh đáy khi hình hộp đó có một mặt bên vuông góc với mặt đáy.

C. H trùng với tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC khi các góc giữa các mặt phẳng chứa các mặt bên và mặt phẳng đáy bằng nhau.

D. H thuộc cạnh đáy thì hình chóp đó có một mặt bên vuông góc với đáy

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Câu 34: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hình lăng trụ tam giác có hai mặt bên là hình chữ nhật là hình lăng trụ đứng.

B. Hình chóp có đáy là đa giác đều và có các cạnh bên bằng nhau là hình chóp đều.

C. Hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều.

D. Hình lăng trụ có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều.

Hướng dẫn giải:

Giả sử lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên $(AA'B'B),(AA'C'C)$ là hình chữ nhật, khi đó ta có $\begin{cases} AA' \perp AB \\ AA' \perp AC \end{cases} \Rightarrow AA' \perp (ABC)$. Vậy là $ABC.A'B'C'$ lăng trụ đứng.

Theo định nghĩa hình chóp đều và hình lăng trụ đều ta có đáp án B, C đúng.

Đáp án D sai.

Câu 35: Cho (P) và (Q) là hai mặt phẳng vuông góc với nhau và giao tuyến của chúng là đường thẳng m. Gọi a,b,c,d là các đường thẳng. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu $a \subset (P)$ và $a \perp m$ thì $a \perp (Q)$.

B. Nếu $c \perp m$ thì $c \perp (Q)$.

C. Nếu $b \perp m$ thì $b \subset (P)$ hoặc $b \subset (Q)$.

D. Nếu $d \perp m$ thì $d \perp (P)$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng hệ quả 1: Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến thì vuông góc với mặt phẳng kia.

Chọn đáp án A.

DẠNG 1: GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG.

Phương pháp:

Để tính góc giữa hai mặt phẳng H và (β) ta có thể thực hiện theo một trong các cách sau:

Cách 1. Tìm hai đường thẳng a,b lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng (α) và Ox,Oy,Oz. Khi đó góc giữa hai đường thẳng A,B,C chính là góc giữa hai mặt phẳng $OA=OB+OC=1$ và $OABC$.

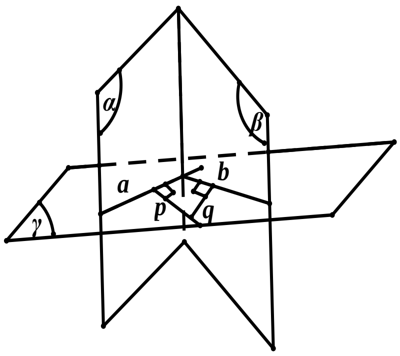
$OBA+ABC+OCB$.

Cách 2. Tìm hai vec tơ $ABC.A'B'C'$ có giá lần lượt vuông góc với $AB=AC=a,AA'=a\sqrt{2}$ và M khi đó góc giữa hai mặt phẳng AB và (α) xác định bởi M.

Cách 3. Sử dụng công thức hình chiếu $B'C$, từ đó để tính $\cos\varphi$ thì ta cần tính a và b.

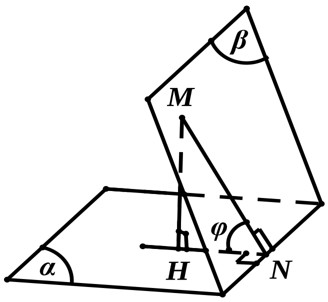
Cách 4. Xác định cụ thể góc giữa hai mặt phẳng rồi sử dụng hệ thức lượng trong tam giác để tính. Ta thường xác định góc giữa hai mặt phẳng theo một trong hai cách sau:

a)



- □ Tìm giao tuyến M,N
- □ Chọn mặt phẳng AB,BC
- □ Tìm các giao tuyến (α)
- □ $((\alpha),(\beta))=(a,b)$

b)



□ Tìm giao tuyến SB

□ Lấy M, N, P .Dựng hình chiếu $AB, BC, C'D'$ của $ABCD.A'B'C'D'$ trên MN

□ Dựng BD.

Phương pháp này có nghĩa là tìm hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng AD' và vuông góc với giao tuyến MN tại một điểm trên giao tuyến.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD$ và $BC = BD$. Gọi I là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây **sai**?

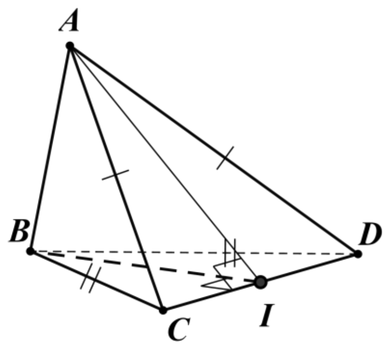
A. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) là CBD.

B. Góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là AIB.

C. $(BCD) \perp (AIB)$.

D. $(ACD) \perp (AIB)$.

Hướng dẫn giải:



Tam giác BCD cân tại B có I trung điểm đáy CD $\Rightarrow$ $CD \perp BI$ (1)

Tam giác ACD cân tại A có I trung điểm đáy CD $\Rightarrow$ $CD \perp AI$ (2)

(1) và (2) $\Rightarrow CD \perp (ABI)$. Vậy A: sai

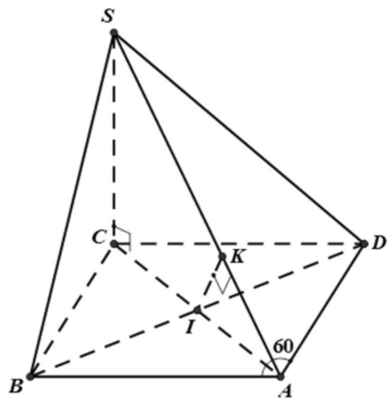
Chọn A

HavaMATH

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I cạnh bằng A và góc $A = 60^0$, cạnh $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và SC vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trong tam giác SAC kẻ $IK \perp SA$ tại K. Tính số đo góc BKD.

A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 90^0. **D.** 30^0.

Hướng dẫn giải:



Ta có $CH = \frac{CS.CA}{\sqrt{CS^2 + CA^2}} = a; (CA = 2AI = a\sqrt{3})$; $IK = \frac{1}{2}CH = \frac{1}{2}a = IB = ID$.

với H là hình chiếu của C lên SA, K là hình chiếu của I lên SA.

Vậy chọn đáp án C.

Câu 3: Cho tứ diện đều $ABCD$. Góc giữa (ABC) và (ABD) bằng α. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\cos\alpha = \frac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha = \frac{1}{4}$. **C.** $\alpha = 60^0$. **D.** $\cos\alpha = \frac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Đặt $AB = a$. Gọi I là trung điểm của AB.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $CI \perp AB$ và $CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABD đều nên $DI \perp AB$ và $DI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó, $((ABC),(ABD)) = (CI, DI) = CID = \alpha$.

Tam giác CID có $\cos\alpha = \frac{IC^2 + ID^2 - CD^2}{2.IC.ID} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - a^2}{2.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{3a^2}{2}} = \frac{1}{3}$.

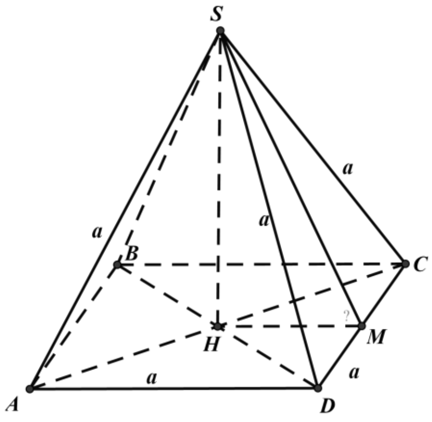
Chọn **A.**

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính cosin của góc giữa một mặt bên và một mặt đáy.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn **C.**



Giả sử gọi hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là $S.ABCD$ có đường cao SH .

Ta có: $(SCD)\cap(ABCD)=CD$. Gọi M là trung điểm CD.

Dễ chứng minh được $SM\perp CD$ và $HM\perp CD$

$\Rightarrow((SCD),(ABCD))=(SM,HM)=SMH=\alpha$.

Từ giả thiết suy ra ΔSCD là tam giác đều cạnh a có SM là đường trung tuyến $\Rightarrow SM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

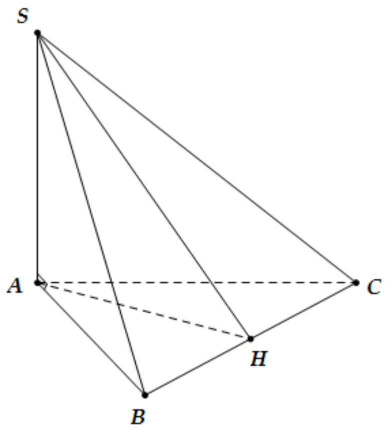
$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{HM}{SM}=\frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có hai mặt bên (SAB) và (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông cân ở A và có đường cao AH $(H\in BC)$. Gọi O là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC). Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $SC\perp(ABC)$. **B.** $O\in SH$.

C. $(SAH)\perp(SBC)$. **D.** $((SBC),(ABC))=SBA$.

Hướng dẫn giải:



Ta có $\left.\begin{matrix}(SAB)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(SAC)=SA\end{matrix}\right\}\Rightarrow SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$.

$\left.\begin{matrix}BC\perp AH\\BC\perp SA\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAH)\Rightarrow BC\perp SH$.

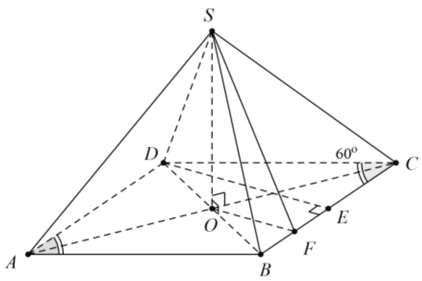
Mặt khác, $AH\perp BC$ nên $((SBC),(ABC))=(SH,AH)=SHA$.

Chọn **D.**

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a và có góc $BAD = 60^0$. Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Gọi E là trung điểm BC và F là trung điểm BE. Góc giữa hai mặt phẳng (SOF) và (SBC) là

A. 90^o. **B.** 60^o. **C.** 30^o. **D.** 45^o.

Hướng dẫn giải:



• ΔBCD đều nên $DE \perp BC$. Mặt khác $OF // DE \Rightarrow BC \perp OF$ (1).

• Do $SO \perp (ABCD) \Rightarrow BC \perp SO$ (2).

• Từ (1) và (2), suy ra $BC \perp (SOF) \Rightarrow (SBC) \perp (SOF)$.

Vậy, góc giữa (SOF) và (SBC) bằng 90^o.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và có $SA = SB = SC = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

A. 30^o. **B.** 90^o. **C.** 60^o. **D.** 45^o.

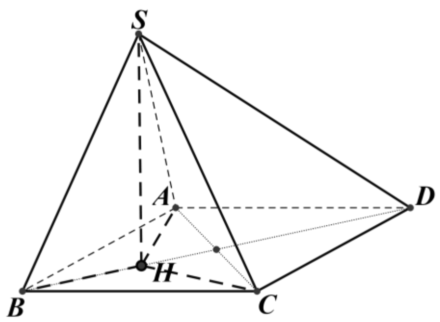
Hướng dẫn giải:

Gọi H là chân đường vuông góc của S xuống mặt phẳng đáy $(ABCD)$ ($SH \perp (ABCD)$)

$SA = SB = SC = a \Rightarrow$ các hình chiếu: $HA = HB = HC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn (ABC)

Mà tam giác ABC cân tại B (vì $BA = BC = a$) $\Rightarrow$ tâm H phải nằm trên $BD \Rightarrow SH \subset (SBD)$

Vậy có $\left.\begin{array}{l} SH \perp (ABCD) \\ SH \subset (SBD) \end{array}\right\} \Rightarrow (SBD) \perp (ABCD)$ nên góc $[(SBD),(ABCD)] = 90^o$.

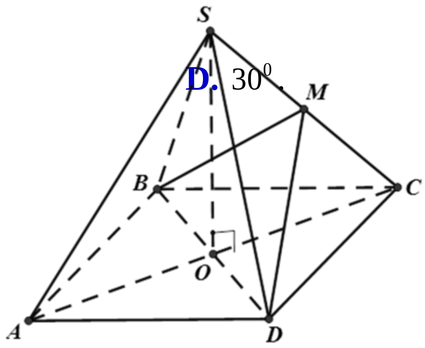


Chọn B

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a. Gọi M là trung điểm SC. Góc giữa hai mặt phẳng (MBD) và $(ABCD)$ bằng:

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Hướng dẫn giải:



Gọi M' là trung điểm OC. Có $S_{\Delta MBD} = \frac{1}{2}MO.BD = \frac{1}{2}.\frac{a}{2}.a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$;

$S_{\Delta BM'D} = \frac{1}{2}M'O.BD = \frac{1}{2}.\frac{1}{4}.a\sqrt{2}.a\sqrt{2} = \frac{a^2}{4}$. Do đó $\cos\alpha = \frac{S_{\Delta BM'D}}{S_{\Delta BMD}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^0$

Vậy chọn đáp án C.

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A. Cạnh $AB = a$ nằm trong mặt phẳng (P), cạnh $AC = a\sqrt{2}$, AC tạo với (P) một góc 60^0. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. (ABC) tạo với (P) góc 45^0.

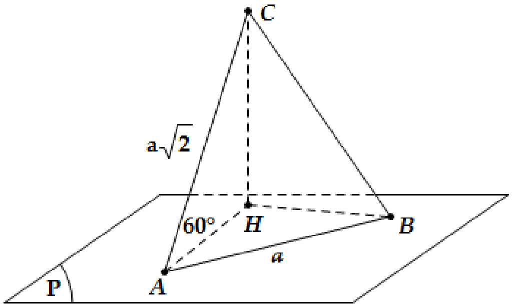
B. BC tạo với (P) góc 30^0.

C. BC tạo với (P) góc 45^0.

D. BC tạo với (P) góc 60^0.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên mặt phẳng (P).



Khi đó, $(AC,(P)) = (AC, AH) = CAH = 60^0$ và $(BC,(P)) = (BC, AH) = CBH = \alpha$.

Tam giác AHC vuông tại H nên $\sin CAH = \frac{CH}{AC} \Rightarrow CH = AC.\sin CAH = a\sqrt{2}.\sin 60^0 = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Tam giác CHB vuông tại H nên $\sin\alpha = \frac{CH}{BC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^0$.

Chọn **C.**

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC vuông ở A. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $(SAB) \perp (ABC)$.

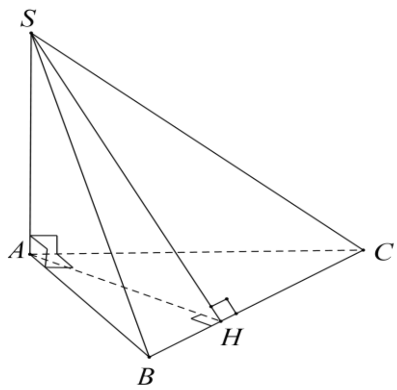
B. $(SAB) \perp (SAC)$.

C. Vẽ $AH \perp BC$, $H \in BC \Rightarrow$ góc AHS là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

D. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAC) là góc SCB.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SAB) \perp (ABC)$ nên đáp án **A** đúng.

$AB \perp AC, AB \perp SA \Rightarrow AB \perp (SAC) \Rightarrow (SAB) \perp (SAC)$. Nên đáp án B đúng

$AH \perp BC; BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAH)$

$\Rightarrow SH \perp BC \Rightarrow \left((SBC),(ABC)\right) = SHA$.

Nên đáp án C đúng.

Ta có: $(SBC) \cap (SAC) = SC$ nên đáp án **D** sai.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD$ và $BC = BD$. Gọi I là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc AIB.

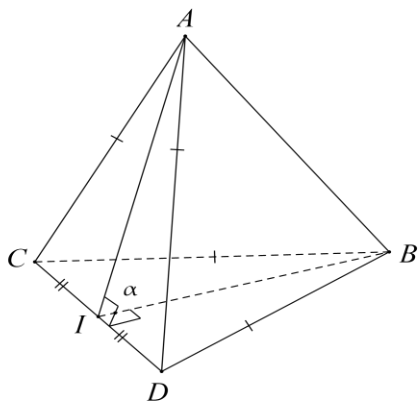
B. $(BCD) \perp (AIB)$.

C. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) là góc CBD.

D. $(ACD) \perp (AIB)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.



Ta có: $\begin{cases} (ABC) \cap (ABD) = AB \\ BC \not\perp AB \\ BD \not\perp AB \end{cases} \Rightarrow \left((ABD),(ABC)\right) \neq CBD$.

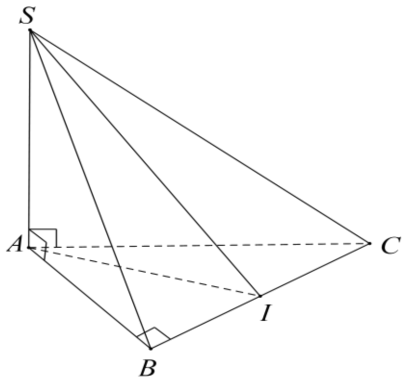
Nên đáp án **C** sai

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$, gọi I là trung điểm BC. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

A. Góc SBA. **B.** Góc SCA. **C.** Góc SCB. **D.** Góc SIA.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



Ta có: $BC \perp SA, BC \perp AB \Rightarrow BC \perp SB$

$$\Rightarrow \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AB \perp BC, AB \subset (ABC) \\ SB \perp BC, SB \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow ((SBC),(ABC)) = SBA.$$

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$, gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc ABS.

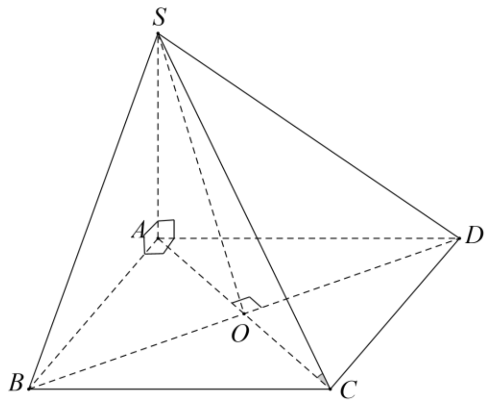
B. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ là góc SOA.

C. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ là góc SDA.

D. $(SAC) \perp (SBD)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.



Ta có: $\begin{cases} (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ AB \perp AD, AB \subset (ABCD) \\ SA \perp AD, SA \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow ((SAD),(ABCD)) = SAB.$

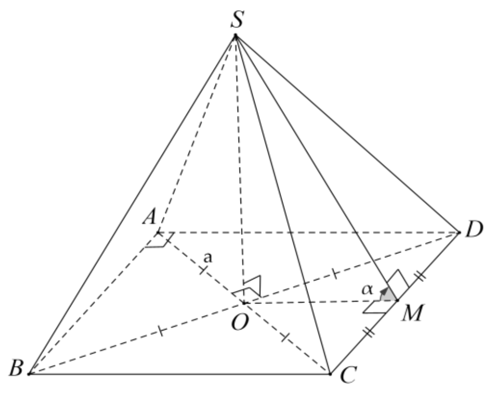
Nên đáp án **C** sai.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Biết $SO \perp (ABCD)$, $SO = a\sqrt{3}$ và đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ có bán kính bằng a. Gọi α là góc hợp bởi mặt bên (SCD) với đáy. Khi đó $\tan \alpha = ?$

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



Gọi M là trung điểm của CD.

Khi đó $\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases}$

$\Rightarrow CD \perp SM \Rightarrow \left((SCD),(ABCD)\right) = SMO = \alpha$.

Ta có: $R = OA = a \Rightarrow AC = 2a \Rightarrow AB = AD = a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow OM = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{SO}{OM} = \sqrt{6}$.

Câu 15: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với $SA = 2AB$. Góc giữa (SAB) và (ABC) bằng α. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\alpha = 60^0$.

B. $\cos\alpha = \dfrac{1}{3\sqrt{5}}$.

C. $\cos\alpha = \dfrac{1}{4\sqrt{5}}$.

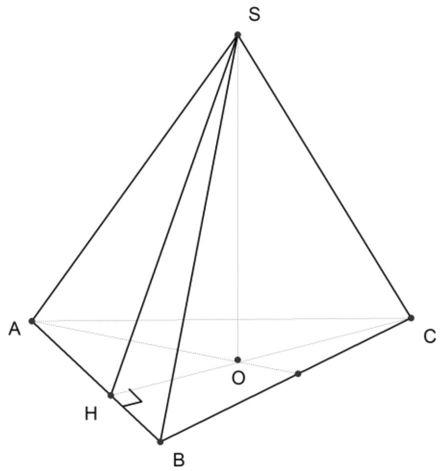
D. $\cos\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn giải: **C**

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC

Gọi $CO \cap AB = H$ suy ra H là trung điểm AB(vì ΔABC đều)

$\Rightarrow OH \perp AB$ và $OH = \dfrac{1}{3}CH = \dfrac{1}{3}.\dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{AB\sqrt{3}}{6}$



Tìm góc giữa (SAB) và (ABC)

$\begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = AB \\ OH \perp AB \\ SO \perp AB \quad (SO \perp (ABC)) \end{cases}$

$\Rightarrow SH \perp AB$ (1)

Ta có

$\begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = AB \\ OH \perp AB,\ OH \subset (ABC) \\ SH \perp AB, SH \subset (SAB) \end{cases}$

$\Rightarrow \left((SAB);(ABC)\right) = \left(SH;OH\right) = SHO = \alpha$

Từ (1) suy ra $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{(2AB)^2 - \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{15}}{2}AB$

Từ đó ta có : $\cos\alpha = \dfrac{OH}{SH} = \dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{6}AB}{\dfrac{\sqrt{15}}{2}AB} = \dfrac{1}{3\sqrt{5}}$

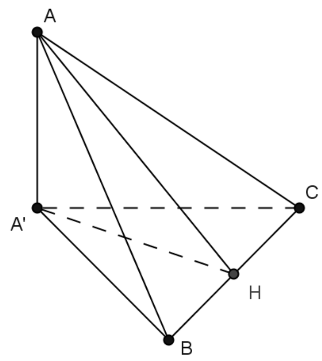
Chọn **B**

Câu 16: Cho tam giác cân ABC có đường cao $AH = a\sqrt{3}$, $BC = 3a$, BC chứa trong mặt phẳng (P). Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P). Biết tam giác $A'BC$ vuông tại A'. Gọi φ là góc giữa (P) và (ABC). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\varphi = 60^0$. **B.** $\varphi = 45^0$. **C.** $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\varphi = 30^0$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $\begin{cases} BC \perp AA' \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AH) \Rightarrow BC \perp A'H$.



Do đó: $\begin{cases} (ABC)\cap(A'BC) = BC \\ BC \perp AH, BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow ((ABC),(A'BC)) = (AH, A'H) = AHA'$.

Mặt khác, tam giác $A'BC$ vuông tại A' nên $A'H = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{3a}{2}$.

Ta có $\cos\varphi = \dfrac{A'H}{AH} = \dfrac{\dfrac{3a}{2}}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$.

Chọn D.

Câu 17: Trong không gian cho tam giác đều SAB và hình vuông $ABCD$ cạnh a nằm trên hai mặt phẳng vuông góc. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD. Ta có $\tan$ của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng :

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $S \in (SAB)\cap(SCD)$

Gọi $d = (SAB)\cap(SCD)$ với $d \in S; d \parallel AB \parallel CD$

Do đó: $d = (SAB)\cap(SCD)$

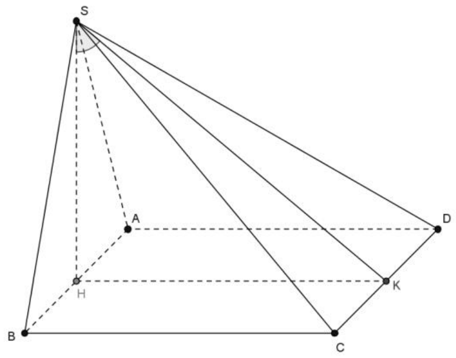
Mặt khác: $(SAB)\perp(ABCD)$; mà $HK \perp AB(hv) \Rightarrow HK \perp (SAB)$

Vì H là trung điểm của AB $\Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp d$ (vì $d \parallel AB$)

$\Rightarrow d \perp SK$ (theo định lí ba đường vuông góc)

Do đó: $KSH = \alpha$ là góc giữa (SAB) và (SCD)

Mà SH là đường cao trong ΔSAB đều cạnh $a \Rightarrow SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$



Xét ΔSHK vuông tại H có: $\tan\alpha = \dfrac{HK}{SH} = \dfrac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Vậy chọn đáp án B.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và khoảng cách từ A đến BD bằng $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (SBD). Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $(SAB) \perp (SAD)$. **B.** $(SAC) \perp (ABCD)$. **C.** $\tan\alpha = \sqrt{5}$. **D.** $\alpha = SOA$.

Hướng dẫn giải:

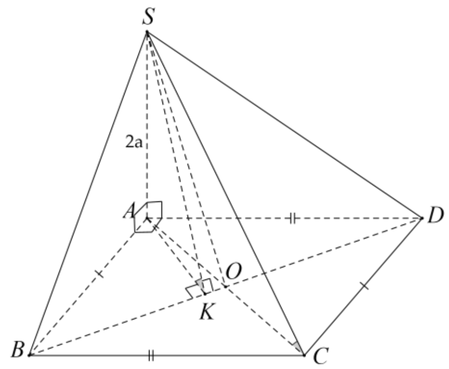
Chọn D.

Gọi AK là khoảng cách từ A đến BD

Khi đó $AK = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$ và $BD \perp AK$, $BD \perp SA$

$((SBD),(ABCD)) = SKA = \alpha \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{SA}{AK} = \sqrt{5}.$

Vậy đáp án **D** sai.



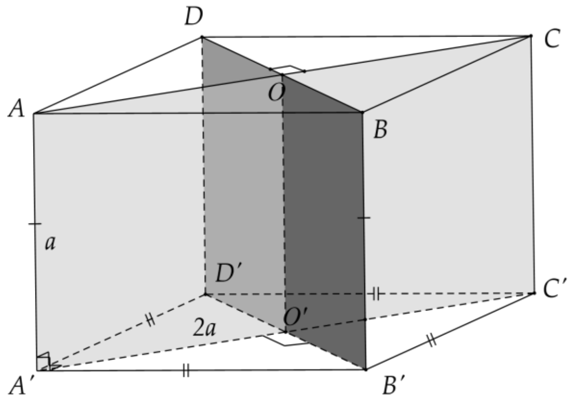
Câu 19: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = 2a$. Các cạnh bên vuông góc với đáy và $AA' = a$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình chữ nhật.

B. Góc giữa hai mặt phẳng $(AA'C'C)$ và $(BB'D'D)$ có số đo bằng $60°$.

C. Hai mặt bên $(AA'C)$ và $(BB'D)$ vuông góc với hai đáy.

D. Hai hai mặt bên $(AA'B'B)$ và $(AA'D'D)$ bằng nhau.



Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: các cạnh bên vuông góc với đáy, đáy là hình thoi nên

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình chữ nhật.

Hai mặt bên $(AA'C)$ và $(BB'D)$ vuông góc với hai đáy.

Hai hai mặt bên $(AA'B'B)$ và $(AA'D'D)$ bằng nhau.

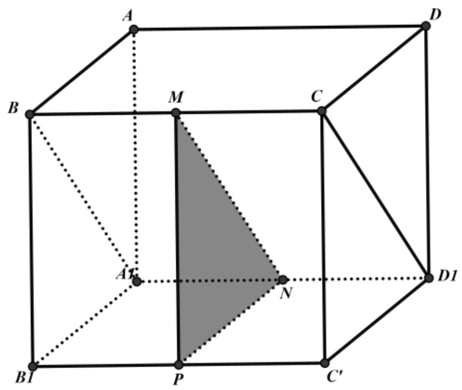
suy ra đáp án **A,C,D** đúng.

Mặt khác hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$ là các hình thoi nên $(AA'C'C)\perp(BB'D'D)$. Suy ra đáp án **B** sai.

Câu 20: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (A_1D_1CB) và $(ABCD)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\alpha = 45^0$. **B.** $\alpha = 30^0$. **C.** $\alpha = 60^0$. **D.** $\alpha = 90^0$.

Hướng dẫn giải:



α là góc giữa hai mặt phẳng (A_1D_1CB) và $(ABCD)$ là $\alpha = MNP$

Ta có $\tan\alpha = \dfrac{MP}{NP} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^0$

Chọn đáp án **A.**

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O và $SA\perp(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

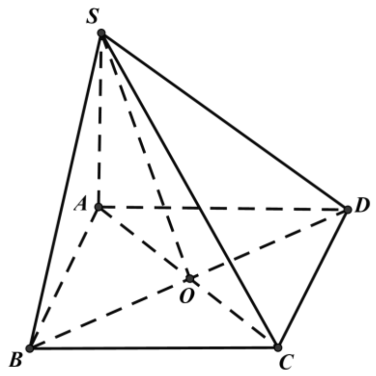
A. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc ABS.

B. $(SAC)\perp(SBD)$.

C. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ là góc SOA.

D. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ là góc SDA.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $(SBC)\cap(ABCD)=CD$

$\begin{cases} AB\perp BC, AB\subset(ABCD) \\ SB\perp BC, SB\subset(SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow\left((SBC);(ABCD)\right)=ABS$. **Vậy A đúng**

Ta có: $\begin{cases} BD\perp AC \\ BD\perp SA \end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)$

Mà $BD\subset(SBD)\Rightarrow(SAC)\perp(SBD)$. **Vậy B đúng**

Ta có: $(SBD)\cap(ABCD)=BD$

$\begin{cases} AO\perp BD, AB\subset(ABCD) \\ SO\perp BD, SO\subset(SBD) \end{cases}$

$\Rightarrow\left((SBD);(ABCD)\right)=SOA$. **Vậy C đúng**

Ta có: $(SAD)\cap(ABCD)=BD$

$\begin{cases} AB\perp AD, AB\subset(ABCD) \\ SA\perp AD, SA\subset(SAD) \end{cases}$

$\Rightarrow\left((SAD);(ABCD)\right)=SAB=90^0$. **Vậy D sai.**

Câu 22: Tính cosin của góc giữa hai mặt của một tứ diện đều.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

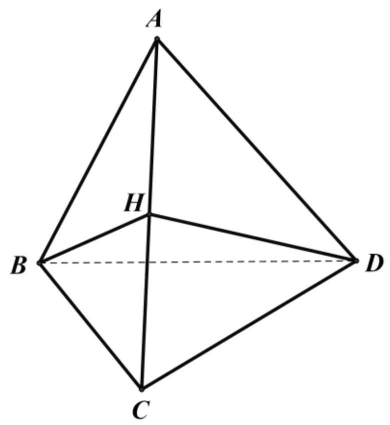
Gọi H là trung điểm của AC khi đó $BH\perp AC; DH\perp AC$

Góc giữa hai mặt của tứ diện bằng BHD

Ta có $BH=DH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong tam giác BHD có :

$BD^2=BH^2+HD^2-2BH.HD.\cos BHD$



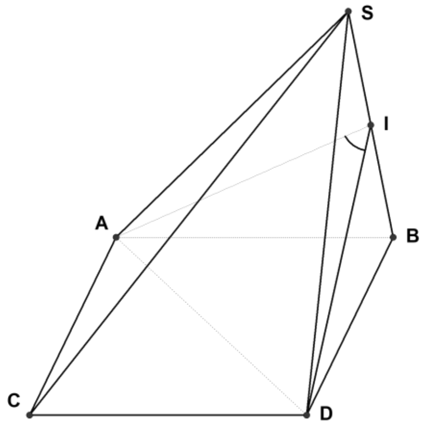
$\Rightarrow a^2 = \frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - 2\frac{3a^2}{4}.\cos BHD$

$\Rightarrow \cos BHD = \frac{1}{3}$

Câu 23: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = SB$. Góc giữa (SAB) và (SAD) bằng α. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha = \frac{2}{5}$. **C.** $\alpha = 60^0$. **D.** $\cos\alpha = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi độ dài cạnh của hình chóp đều $S.ABCD$ là a. Gọi I là trung điểm của SB ta có $DI \perp SB$ (vì tam giác SBD đều) và $AI \perp SB$ (vì tam giác SAB đều). Vậy, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) chính là góc AID.

Ta có : $AD = a\sqrt{2}$ (đường chéo hình vuông), $AI = DI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao tam giác đều)

Áp dụng định lý cosin cho góc I trong tam giác AID ta có :

$$\cos(AID) = \frac{AI^2 + DI^2 - AD^2}{2AD.DI} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2}{2.\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right).\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)} = -\frac{1}{3}$$

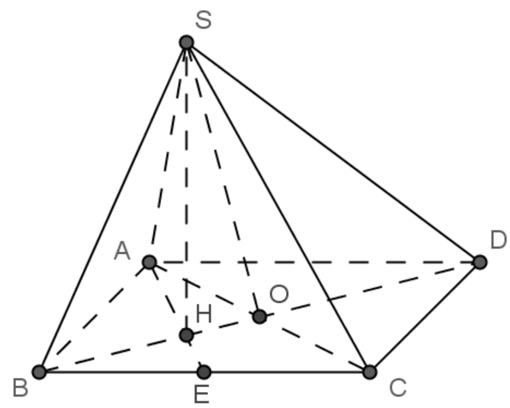
Vậy $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $ABC = 60^0$. Các cạnh SA, SB, SC đều bằng $a\frac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi φ là góc của hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$. Giá trị $\tan\varphi$ bằng bao nhiêu?

A. $2\sqrt{5}$ **B.** $3\sqrt{5}$

C. $5\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải:



Do $AB = BC$ và $ABC = 60^0$ nên tam giác ABC đều.

Gọi H là hình chiếu của A lên $(ABCD)$.

Do $SA = SB = SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiế tam giác ABC.

Ta có : $\begin{cases} (SAC)\cap(ABCD) = AC \\ SO \perp AC, HO \perp AC \end{cases}$.

$\Rightarrow ((SAC),(ABCD)) = (SO, HO) = SOH$

Mặt khác, $HO = \frac{1}{3}BO = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D. $AB = 2a$, $AD = DC = a$ Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. $(SBC)\perp(SAC)$.

B. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) song song với AB.

C. (SDC) tạo với (BCD) một góc 60^0.

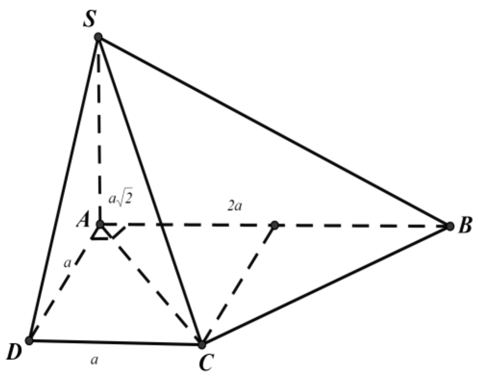
D. (SBC) tạo với đáy một góc 45^0.

Hướng dẫn giải:

+Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Mà $BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC)\perp(SAC)$ **(A đúng)**

+ $\begin{cases} (SAD)\cap(SAB) = S \\ AB//CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAD)\cap(SAB) = Sx//AB$



B đúng

$+(SCD)\cap(BCD) = CD$

Ta có: $\begin{cases} AD \perp CD, AD \subset (BCD) \\ SD \perp CD, SD \subset (SCD) \end{cases}$

Suy ra góc giữa (SDC) và (BCD) là SDA.

$\tan SDA = \frac{SA}{AD} = \sqrt{2} \Rightarrow SDA = 54^0 44'$ **(C sai)**

Vậy chọn C.

Câu 26: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, $AD = 2a$. Gọi α là góc giữa đường chéo $A'C$ và đáy $ABCD$. Tính α.

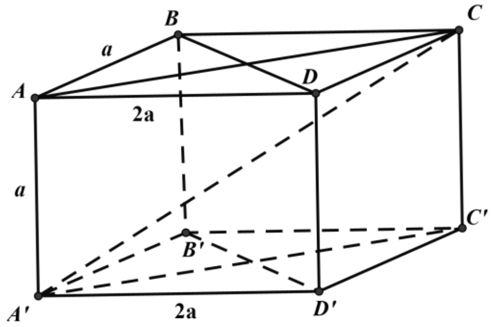
A. $\alpha \approx 20°45'$. **B.** $\alpha \approx 24°5'$. **C.** $\alpha \approx 30°18'$. **D.** $\alpha \approx 25°48'$.

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn B.

Từ giả thiết ta suy ra: $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên mặt phẳng $(ABCD)$

$\Rightarrow (A'C,(ABCD)) = (A'C, AC) = A'CA = \alpha$.



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác ABC vuông tại B ta có:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{5}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác $AA'C$ vuông tại A ta có:

$$\tan\alpha = \frac{AA'}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \alpha \approx 24°5'.$$

Câu 27: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Xét mặt phẳng $(A'BD)$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

A. Góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và các mặt phẳng chứa các cạnh của hình lập phương bằng α mà $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. Góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và các mặt phẳng chứa các cạnh của hình lập phương bằng α mà $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. Góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và các mặt phẳng chứa các cạnh của hình lập phương phụ thuộc vào kích thước của hình lập phương.

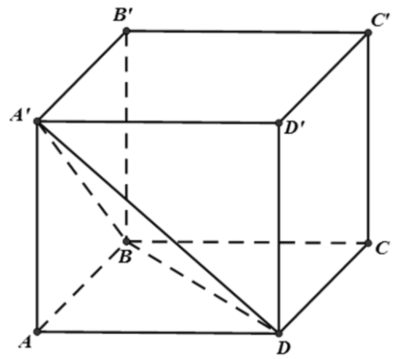
D. Góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và các mặt phẳng chứa các cạnh của hình lập phương bằng nhau.

Hướng dẫn giải:

$ABCD.A'B'C'D'$ là hình lặp phương nên hình chiếu của tam giác $A'BD$ lên các mặt chứa các cạnh của hình lặp phương là các tam giác bằng nhau. Gọi S_1 là diện tích các tam giác này

Lại có $S_1 = S_{AB'D}.cos\alpha$.

Vậy chọn đáp án D .

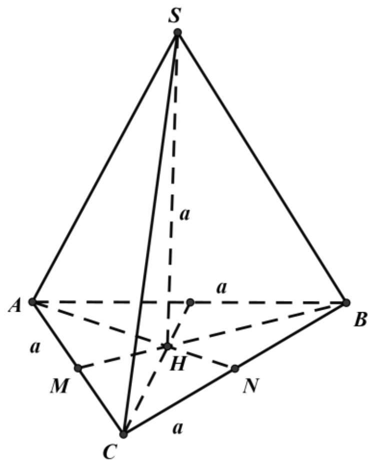


Câu 28: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và đường cao SH bằng cạnh đáy. Tính số đo góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy.

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 75°.

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn C.



+ Vì $SH \perp (ABC)$ và $AN \subset (ABC) \Rightarrow SH \perp AN$ hay $\Rightarrow SH \perp AH$

$\Rightarrow$ AH là hình chiếu vuông góc của SA lên (ABC) $\Rightarrow$

$(SA,(ABC)) = (SA, AH) = SAH$.

+ Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AC , BC .

Vì ΔABC là tam giác đều cạnh a nên dễ tính được : $AN = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Từ giả thiết suy ra H là trọng tậm ΔABC

$\Rightarrow AH = \dfrac{2}{3}AN = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

+ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác SHA vuông tại H ta có:

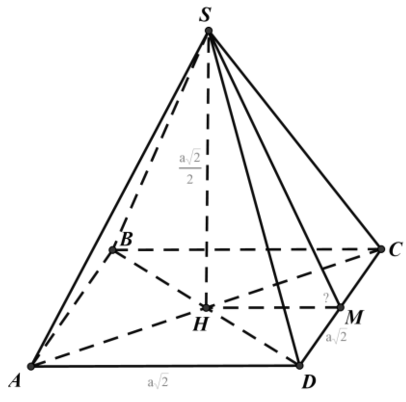
$$\tan SAH = \frac{SH}{AH} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow SAH = 60^\circ.$$

Câu 29: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính số đo của góc giữa mặt bên và mặt đáy.

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 75°.

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn B.



Giả sử hình chóp đã cho là $S.ABCD$ có đường cao SH.

Ta có: $(ABCD)\cap(SCD)=CD$.

Gọi M là trung điểm của CD $\Rightarrow$ dễ chứng minh được $SM\perp CD$ và $HM\perp CD$.

$\Rightarrow$ $\left((ABCD),(SCD)\right)=(HM,SM)=SMH$.

Mặt khác: $HM=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác SHM vuông tại H, ta có :

$$\tan SMH=\frac{SH}{HM}=\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{2}{a\sqrt{2}}=1\Rightarrow SMH=45^\circ.$$

Câu 30: Tính $\cos$ của góc giữa hai mặt của một tứ diện đều.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn D.

Giả sử tứ diện đều đã cho là $ABCD$ có cạnh a.

Ta có: $(ABC)\cap(BCD)=BC$.

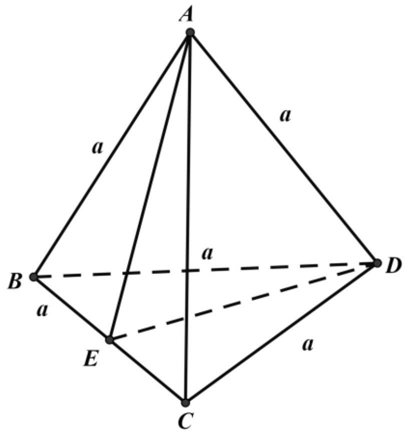
Gọi E là trung điểm BC. Khi đó dễ dàng chứng minh được $AE\perp BC$ và $DE\perp BC$.

$\Rightarrow\left((ABC),(BCD)\right)=(AE,DE)=AED$.

Ta dễ tính được: $AE=DE=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Áp dụng hệ quả của định lý cô sin trong tam giác AED ta có:

$$\cos AED=\frac{AE^2+DE^2-AD^2}{2.AE.DE}=\frac{\dfrac{3a^2}{4}+\dfrac{3a^2}{4}-a^2}{2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}=\frac{\dfrac{a^2}{2}}{\dfrac{3a^2}{2}}=\frac{1}{3}.$$



Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. $\cos\dfrac{\varphi}{2}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$. **B.** $\cos\dfrac{\varphi}{2}=\dfrac{1}{4}$. **C.** $\sin\dfrac{\varphi}{2}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$. **D.** $\sin\dfrac{\varphi}{2}=\dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $SB = SD = 2a$

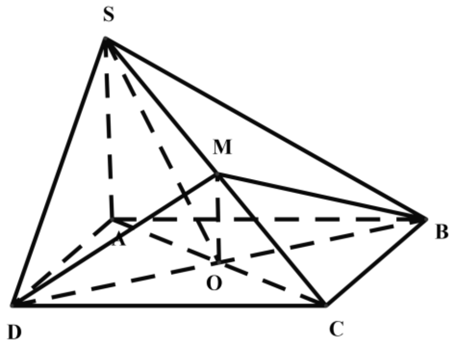
Vì $\Delta SCD = \Delta SCB$ (c.c.c) nên chân đường cao hạ từ B và D đến SC của hai tam giác đó trùng nhau và độ dài đường cao bằng nhau $\Rightarrow BH = DH$

Do đó $\left((SBC),(SCD)\right) = DHB = \varphi$

Ta có

$$OB = OD = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow BH = DH = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$$



Lại có $BH = DH$ và O là trung điểm BD nên $HO \perp BD$ hay ΔHOB vuông tại O

$$OH = \sqrt{BH^2 - OB^2} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{5}a}{5}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{30}}{10}a$$

Ta có $\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{OH}{BH} = \frac{\frac{\sqrt{30}}{10}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{\sqrt{6}}{4}; \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{OB}{BH} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$

Chọn đáp án **C.**

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng bao nhiêu?

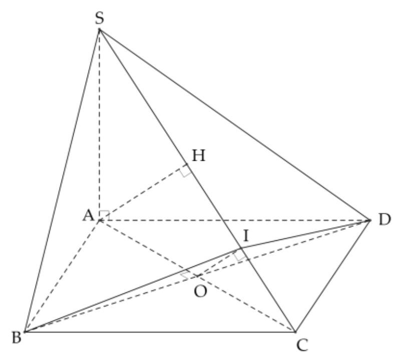
A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 90^0 **D.** 60^0

Hướng dẫn giải:

Ta có: $SC \perp BD$ (vì $BD \perp AC, BD \perp SA$)

Trong mặt phẳng (SAC), kẻ $OI \perp SC$ thì ta có $SC \perp (BID)$

Khi đó $\left((SBC),(SCD)\right) = BID$



Trong tam giác SAC, kẻ đường cao AH thì $AH = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

Mà O là trung điểm AC và $OI \parallel AH$ nên $OI = \frac{a}{\sqrt{6}}$

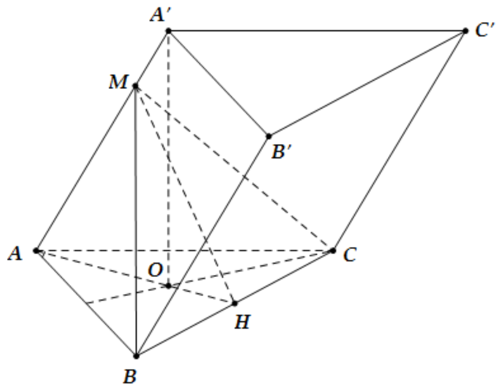
Tam giác IOD vuông tại O có $\tan OID = \sqrt{3} \Rightarrow OID = 60^0$

Vậy hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) hợp với nhau một góc 60^0.

Câu 33: Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tang của góc hợp bởi hai mặt phẳng (MBC) và (ABC) là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Khi đó, $A'O \perp (ABC)$.

Trong mặt phẳng (ABC), dựng $AH \perp BC$. Vì tam giác ABC đều nên $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\left.\begin{matrix} BC \perp AH \\ BC \perp A'O \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (A'HA) \Rightarrow BC \perp MH$.

Do đó, $((MBC),(ABC)) = (MH, AH) = MHA = \alpha$.

Tam giác MAH vuông tại A nên $\tan \alpha = \frac{AM}{AH} = \frac{\frac{3a}{4}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Chọn **D.**

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. $SA \perp (ABCD)$, $SA = x$. Xác định x để hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) tạo với nhau góc 60^o.

A. $x = \frac{3a}{2}$ **B.** $x = \frac{a}{2}$ **C.** $x = a$ **D.** $x = 2a$

Hướng dẫn giải:

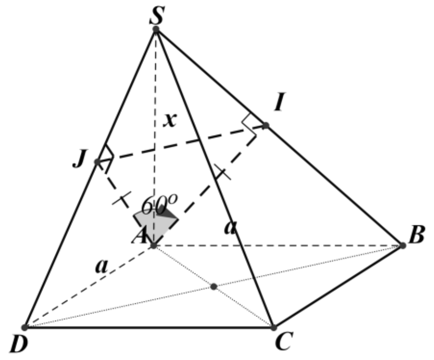
* Trong (SAB) dựng $AI \perp SB$ ta chứng minh được $AI \perp (SBC)$ (1)

Trong (SAD) dựng $AJ \perp SD$ ta chứng minh được $AJ \perp (SCD)$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$góc $((SBC),(SCD)) = (AI, AJ) = IAJ$

* Ta chứng minh được $AI = AJ$. Do đó, nếu góc $IAJ = 60^o$ thì ΔAIJ đều $\Rightarrow AI = AJ = IJ$

ΔSAB vuông tại A có AI là đường cao $\Rightarrow AI.SB = SA.AB$



$\Rightarrow AI = \dfrac{SA.AB}{SB}$ (3)

Và có $SA^2 = SI.SB \Rightarrow SI = \dfrac{SA^2}{SB}$ (4)

Ta chứng minh được $IJ // BD \Rightarrow \dfrac{IJ}{BD} = \dfrac{SI}{SB} \Rightarrow IJ = \dfrac{SI.BD}{SB} \overset{(4)}{=}$

$\dfrac{SA^2.BD}{SB^2}$ (5)

Thế (3)&(5) vào $AI = IJ$ $\Rightarrow AB = \dfrac{SA.BD}{SB}$ $\Leftrightarrow AB.SB = SA.BD$ $\Leftrightarrow a.\sqrt{x^2+a^2} = x.a\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow$

$x^2 + a^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x = a$

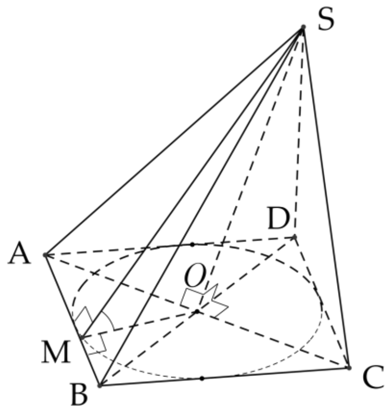
Chọn C

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm $O.$ Biết $SO \perp (ABCD), SO = a\sqrt{3}$ và đường tròn nội tiếp $ABCD$ có bán kính bằng $a.$ Tính góc hợp bởi mỗi mặt bên với đáy.

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 75^0.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



Ta có $SO \perp (ABCD)$ và OM, ON, OP, OQ lần lượt vuông góc với AB, BC, CD, DA

Theo định lí ba đường vuông góc ta có $SM \perp AB, SN \perp BC, SP \perp CD, SQ \perp DA$

Từ đó suy ra $SMO = SNO = SPO = SQO$

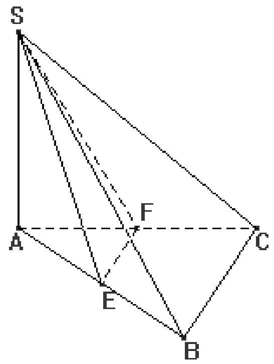
Xét tam giác SMO vuông tại O ta có $\tan SMO = \sqrt{3} \Rightarrow SMO = 60^0$

Vậy mỗi mặt bên hợp với đáy các góc bằng nhau và bằng 60^0

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA \perp (ABC)$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Góc giữa hai mặt phẳng (SEF) và (SBC) là :

A. CSF. **B.** BSF. **C.** BSE. **D.** CSE.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $(SEF) \cap (SBC) = Sx // EF // BC$

$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow BC \perp SE, BC \perp SB$

$\Rightarrow SB \perp Sx, SE \perp Sx$

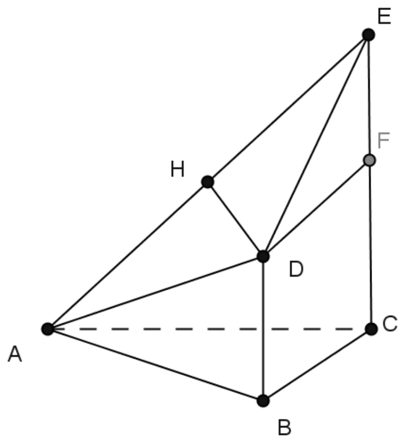
$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SEF) và (SBC) là : BSE

Chọn C.

Câu 37: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a và nằm trong mặt phẳng (P). Trên các đường thẳng vuông góc với (P) tại B, C lần lượt lấy D, E nằm trên cùng một phía đối với (P) sao cho $BD = a\dfrac{\sqrt{3}}{2}, CE = a\sqrt{3}$. Góc giữa (P) và (ADE) bằng bao nhiêu?

A. 30^0 **B.** 60^0 **C.** 90^0 **D.** 45^0

Hướng dẫn giải:



Gọi $\varphi = ((ABC),(ADE))$.

Ta có: $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Mặt khác, ta có: $AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$,

$AE = \sqrt{AC^2 + CE^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

Gọi F là trung điểm EC, ta có $DF = BC = a$.

Do đó $DE = \sqrt{DF^2 + FE^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

Suy ra tam giác ADE cân tại D.

Gọi H là trung điểm AE, ta có $DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{\dfrac{7a^2}{4} - a^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $S_{ADE} = \dfrac{1}{2}DH.AE = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.2a = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Vậy $\cos\varphi = \dfrac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \dfrac{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^o$.

Chọn B.

Câu 38: Cho góc tam diện Sxyz với $xSy = 120^0$, $ySz = 60^0$, $zSx = 90^0$. Trên các tia Sx, Sy, Sz lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $SA = SB = SC = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng :

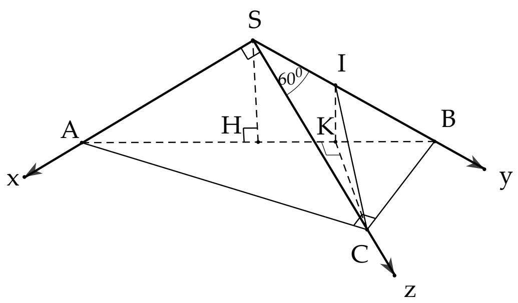
A. 15^0 **B.** 90^0 **C.** 45^0 **D.** 60^0

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Áp dụng định lí Côsin trong tam giác SAB, ta có $AB = a\sqrt{3}$

Tam giác SAC vuông cân tại S nên $AC = a\sqrt{2}$; tam giác SBC đều nên $BC = a$.



Vì $AC^2 + BC^2 = AB^2$ nên tam giác ABC vuông tại C

Gọi H là trung điểm AB thì ta có

$$\begin{cases} HA = HB = HC \\ SA = SB = SC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$$

Mà $SH \subset (SAB)$ nên $(SAB) \perp (ABC)$

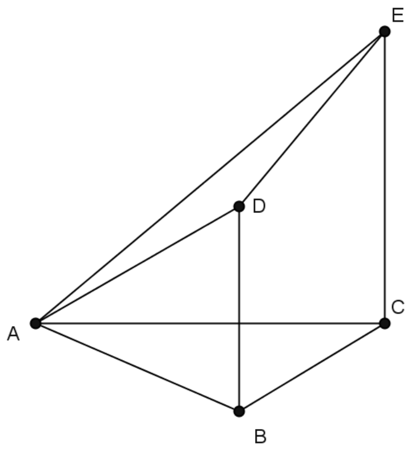
Vậy $\left((SAB),(ABC)\right) = 90^0$

Câu 39: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Gọi d_B, d_C lần lượt là đường thẳng đi qua B, C và vuông góc với (ABC). (P) là mặt phẳng qua A và hợp với (ABC) góc 60^0. (P) cắt d_B, d_C lần lượt tại D và E. biết $AD = a\dfrac{\sqrt{6}}{2}, AE = a\sqrt{3}.$ đặt $DAE = \varphi$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\sin\varphi = \dfrac{2}{\sqrt{6}}$. **B.** $\varphi = 60^0$. **C.** $\sin\varphi = \dfrac{3}{\sqrt{6}}$. **D.** $\varphi = 30^0$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $S_{ABC} = S_{ADE}.\cos\alpha$ với $\alpha = \left(\left(ABC\right),\left(ADE\right)\right) = 60^0$.



Do đó $S_{ADE} = \dfrac{S_{ABC}}{\cos\alpha} = \dfrac{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\cos 60^0} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác, $S_{ADE} = \dfrac{1}{2}AD.AE.\sin\varphi \Leftrightarrow \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.a\sqrt{3}.\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = \dfrac{2}{\sqrt{6}}$

Chọn A.

DẠNG 3: CHỨNG MINH HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC, CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Phương pháp:

*** Chứng minh hai mặt phẳng vuông góc**

Để chứng minh (P) ⊥ (Q), ta có thể chứng minh bởi một trong các cách sau:

- Chứng minh trong (P) có một đường thẳng a mà a ⊥ (Q).
- Chứng minh $\left((P),(Q)\right)=90^0$

*** Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng**

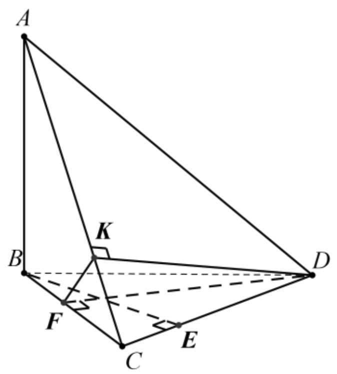
Để chứng minh d ⊥ (P), ta có thể chứng minh bởi một trong các cách sau:

- Chứng minh d ⊂ (Q) với (Q) ⊥ (P) và d vuông góc với giao tuyến c của (P) và (Q).
- Chứng minh d = (Q) ∩ (R) với (Q) ⊥ (P) và (R) ⊥ (P).
- Sử dụng các cách chứng minh đã biết ở phần trước.

Câu 1: Cho tứ diện ABCD có $AB\perp(BCD)$. Trong ΔBCD vẽ các đường cao BE và DF cắt nhau ở O. Trong (ADC) vẽ $DK\perp AC$ tại K. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $(ADC)\perp(ABE)$. **B.** $(ADC)\perp(DFK)$. **C.** $(ADC)\perp(ABC)$. **D.** $(BDC)\perp(ABE)$.

Hướng dẫn giải:



* Ta có $\left.\begin{matrix}CD\perp BE\\ CD\perp AB\end{matrix}\right\}\Rightarrow \left.\begin{matrix}CD\perp(ABE)\\ CD\subset(ADC)\end{matrix}\right\}\Rightarrow(ADC)\perp(ABE)$.

Vậy “$(ADC)\perp(ABE)$”: ĐÚNG.

* $\left.\begin{matrix}DF\perp BC\\ DF\perp AB\end{matrix}\right\}\Rightarrow \left.\begin{matrix}DF\perp(ABC)\\ SC\subset(ABC)\end{matrix}\right\}\Rightarrow \left.\begin{matrix}DF\perp AC\\ DK\perp AC\end{matrix}\right\}\Rightarrow \left.\begin{matrix}AC\perp(DFK)\\ AC\subset(ADC)\end{matrix}\right\}\Rightarrow(ADC)\perp(DFK)$.

Vậy “$(ADC)\perp(DFK)$”: ĐÚNG.

* Ta có $\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}CD\perp BE\\CD\perp AB\end{array}\right\}\Rightarrow CD\perp(ABE)\\ CD\subset(BDC)\end{array}\right\}\Rightarrow(BDC)\perp(ABE)$.

Vậy “$(BDC)\perp(ABE)$”: ĐÚNG.

* “$(ADC)\perp(ABC)$”: SAI

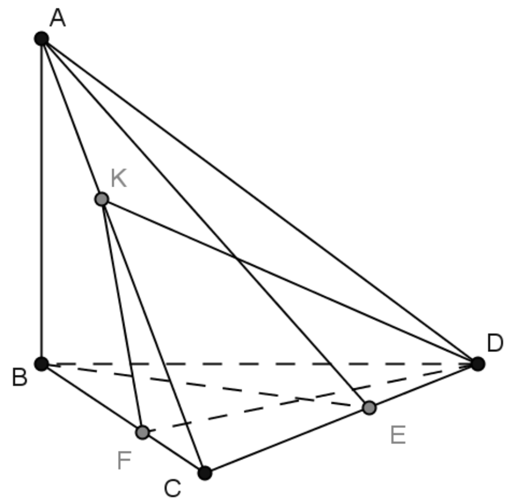
Chọn C

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) cùng vuông góc với (DBC). Gọi BE và DF là hai đường cao của tam giác BCD, DK là đường cao của tam giác ACD. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. $(ABE)\perp(ADC)$. **B.** $(ABD)\perp(ADC)$.

C. $(ABC)\perp(DFK)$. **D.** $(DFK)\perp(ADC)$.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $\begin{cases}(ABC)\perp(BCD)\\(ABD)\perp(BCD)\\(ABC)\cap(ABD)=AB\end{cases}\Rightarrow AB\perp(BCD)$.

Mặt khác: $\begin{cases}CD\perp BE\\CD\perp AB\end{cases}\Rightarrow CD\perp(ABE)$ nên câu A đúng.

$\begin{cases}(ABC)\perp(BCD)\\(ABC)\cap(BCD)=BC\Rightarrow DF\perp(ABC)\\DF\perp BC\end{cases}$ nên câu C đúng.

Theo trên ta có $DF\perp(ABC)$ nên $DF\perp AC$.

Vậy ta có $\begin{cases}AC\perp DF\\AC\perp DK\end{cases}\Rightarrow AC\perp(DKF)\Rightarrow(ACD)\perp(DKF)$. Do đó câu D đúng.

Chọn B.

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **không** đúng?

A. Tồn tại điểm O cách đều tám đỉnh của hình hộp.

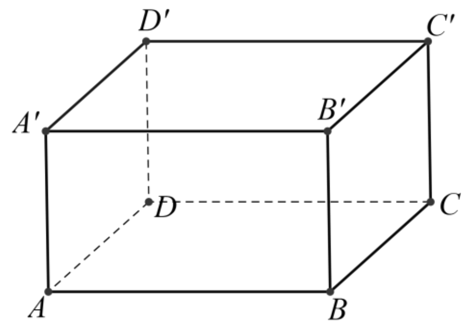
B. Hình hộp có 6 mặt là 6 hình chữ nhật.

C. Hai mặt $ACC'A'$ và $BDD'B'$ vuông góc nhau.

D. Hình hộp có 4 đường chéo bằng nhau và đồng qui tại trung điểm của mỗi đường.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có hai mặt bên (SBC) và (SAC) vuông góc với đáy (ABC). Khẳng định nào sau đây **sai** ?

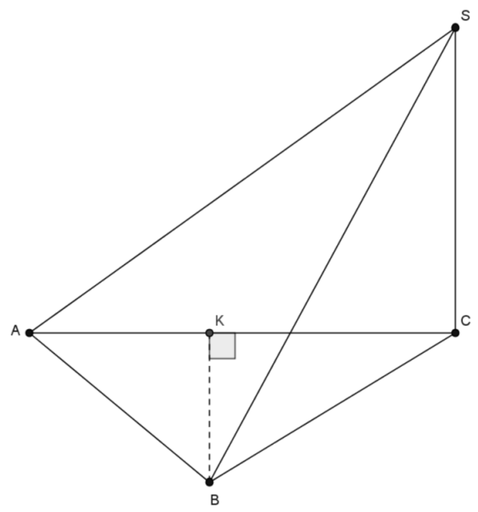
A. Đáy là đa giác đều.

B. Các mặt bên là những hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

C. Các cạnh bên là những đường cao.

D. Các mặt bên là những hình bình hành.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $\begin{cases}(SBC)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\\SC=(SBC)\cap(SAC)\end{cases} \Rightarrow SC\perp(ABC)$.

Do đó câu A và B đúng

C. **Sai.** vì nếu $A'\in SB$ thì hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) phải vuông góc với nhau theo giao tuyến SB

D. Ta có: $\begin{cases}SC\perp(ABC)\\SC\subset(SAC)\end{cases}\Rightarrow(SAC)\perp(ABC)$ theo giao tuyến AC

Mà BK là đường cao của ΔABC $\Rightarrow BK\perp AC\Rightarrow BK\perp(SAC)$. **Vậy** D. **đúng**

Vậy chọn đáp án D.

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trực tâm H của tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây **không** đúng?

A. $BB'C'C$ là hình chữ nhật.

B. $(AA'H) \perp (A'B'C')$.

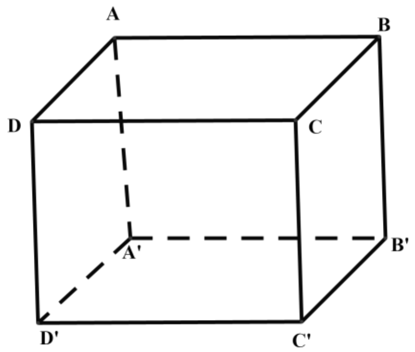
C. $(BB'C'C) \perp (AA'H)$.

D. $(AA'B'B) \perp (BB'C'C)$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $BC \perp (A'AH)$ nên $BC \perp BB'$,nếu $(AA'B'B) \perp (BB'C'C)$ thì $BC \perp AB$ vô lý vì H trùng A.

Chọn D.



Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $H \in SB$.

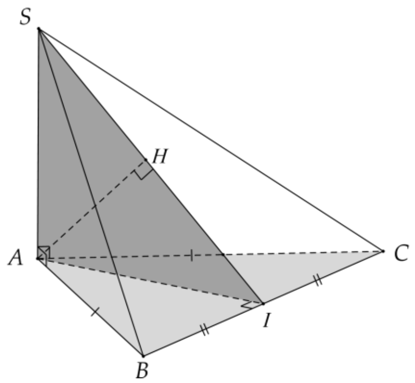
B. H trùng với trọng tâm tam giác SBC.

C. $H \in SC$.

D. $H \in SI$ (I là trung điểm của BC).

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$ mà $BC \perp SA$ $\Rightarrow BC \perp (SAI)$.

Khi đó H là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC). Suy ra $H \in SI$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có hai mặt bên (SBC) và (SAC) vuông góc với đáy (ABC). Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $SC \perp (ABC)$.

B. Nếu A' là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC) thì $A' \in SB$.

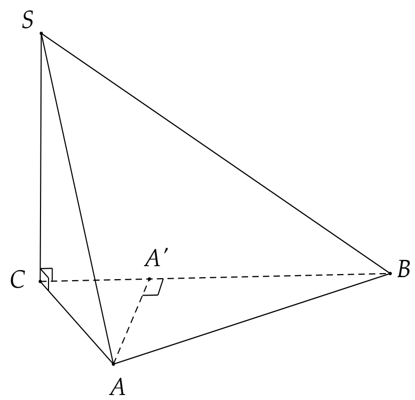
C. $(SAC) \perp (ABC)$.

D. BK là đường cao của tam giác ABC thì $BK \perp (SAC)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\begin{cases}(SAC)\cap(SBC)=SC\\(SAC)\perp(ABC)\\(SBC)\perp(ABC)\end{cases}\Rightarrow SC\perp(ABC).$



Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC),

khi đó $AA'\perp(SBC)\Rightarrow AA'\perp BC\Rightarrow A'\in BC$.

Suy ra đáp án **B** sai

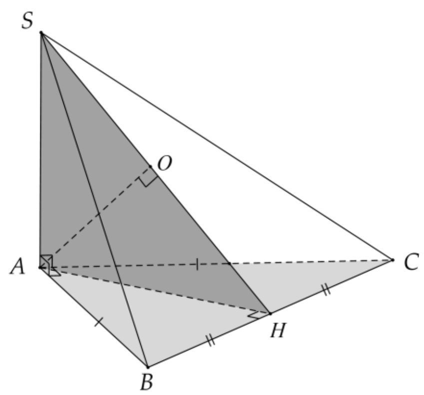
Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có hai mặt bên (SAB) và (SAC) vuông góc với đáy (ABC), tam giác ABC vuông cân ở A và có đường cao AH, $(H\in BC)$. Gọi O là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC). Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $SC\perp(ABC)$. **B.** $(SAH)\perp(SBC)$.

C. $O\in SC$. **D.** Góc giữa (SBC) và (ABC) là góc SBA.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



Ta có: $\begin{cases}(SAB)\cap(SAC)=SA\\(SAC)\perp(ABC)\\(SAB)\perp(ABC)\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABC).$

Gọi H là trung điểm của $BC\Rightarrow AH\perp BC$

mà $BC\perp SA\Rightarrow BC\perp(SAH)\Rightarrow(SBC)\perp(SAH)$.

Khi đó O là hình chiếu vuông góc

của A lên (SBC)

Thì suy ra $O\in SI$ và $((SBC),(ABC))=SHA$.

Vậy đáp án **B** đúng.

Câu 9: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở A. H là trung điểm BC. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. Các mặt bên của $ABC.A'B'C'$ là các hình chữ nhật bằng nhau.

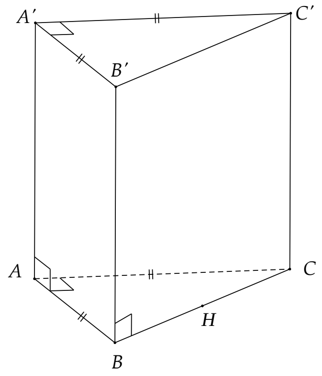
B. $(AA'H)$ là mặt phẳng trung trực của BC.

C. Nếu O là hình chiếu vuông góc của A lên $(A'BC)$ thì $O \in A'H$.

D. Hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(AA'C'C)$ vuông góc nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



Vì ABC là tam giác vuông cân ở A $\Rightarrow AB = AC \neq BC$

nên các mặt bên của lăng trụ không bằng nhau.

Vậy đáp án A sai.

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây không đúng?

A. Hình hộp có 6 mặt là 6 hình chữ nhật.

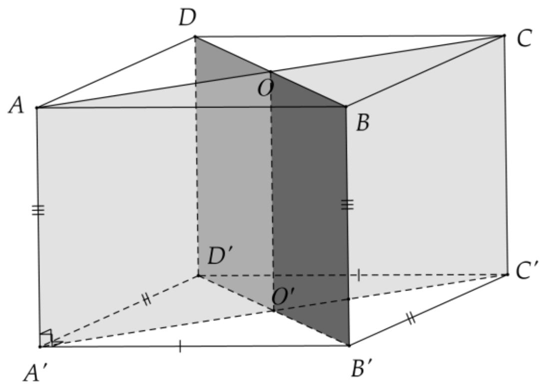
B. Hai mặt $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$ vuông góc nhau.

C. Tồn tại điểm O cách đều tám đỉnh của hình hộp.

D. Hình hộp có 4 đường chéo bằng nhau và đồng qui tại trung điểm của mỗi đường.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



Ta có: $ABCD$ là hình chữ nhật nên AC không vuông góc với BD

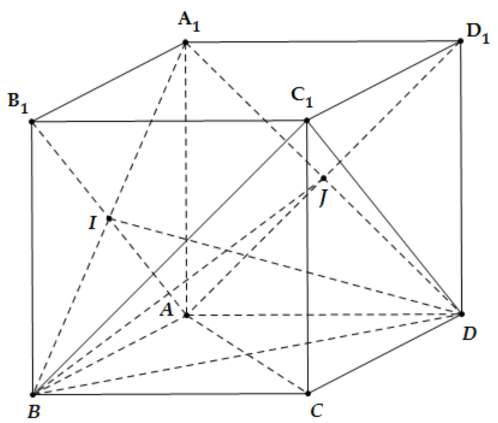
Suy ra hai mặt $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$ không vuông góc với nhau.

Vậy đáp án B sai.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Mặt phẳng (A_1BD) không vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (AB_1D). **B.** (ACC_1A_1). **C.** (ABD_1). **D.** (A_1BC_1).

Hướng dẫn giải:



* Gọi $I = AB_1 \cap A_1B$.

Tam giác A_1BD đều có DI là đường trung tuyến nên $DI \perp A_1B$.

$DA \perp (AA_1B_1B) \Rightarrow DA \perp A_1B$.

$\left.\begin{matrix} A_1B \perp DI \\ A_1B \perp AD \end{matrix}\right\} \Rightarrow A_1B \perp (AB_1D)$ nên A đúng.

* Ta có $\left.\begin{matrix} BD \perp AC \\ BD \perp AA_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow BD \perp (ACC_1A_1) \Rightarrow (A_1BD) \perp (ACC_1A_1)$ nên B đúng.

* Gọi $J = AD_1 \cap A_1D$.

Tam giác A_1BD đều có BJ là đường trung tuyến nên $BJ \perp A_1D$.

$BA \perp (AA_1D_1D) \Rightarrow BA \perp A_1D$.

$\left.\begin{matrix} A_1D \perp BJ \\ A_1D \perp BA \end{matrix}\right\} \Rightarrow A_1B \perp (ABD_1)$ nên C đúng. Chọn **D.**

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Tam giác $AB'C$ là tam giác đều.

B. Nếu α là góc giữa AC' và $(ABCD)$ thì $\cos\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$.

C. $ACC'A'$ là hình chữ nhật có diện tích bằng $2a^2$.

D. Hai mặt $(AA'C'C)$ và $(BB'D'D)$ ở trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

***Hướng dẫn giải:*.**

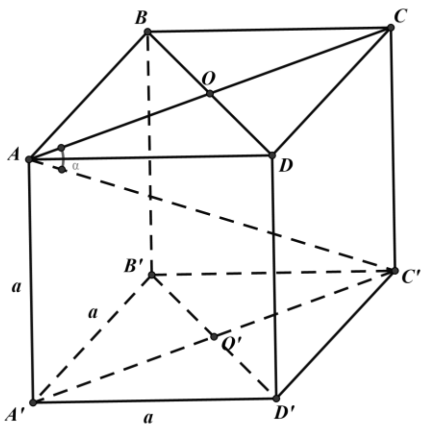
Chọn C.

+ ***Cách 1:*** Chứng minh trực tiếp chỉ ra C là đáp án sai.

Từ giả thiết dễ dàng tính được $AC = a\sqrt{2}$.

Mặt khác vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên suy ra $AA'C' = 90°$.

Xét tứ giác $ACC'A'$ có $\begin{cases} AA' // CC' \\ AA' = CC' = a \\ AA'C' = 90° \end{cases} \Rightarrow ACC'A'$ là hình chữ nhật có các cạnh a và $a\sqrt{2}$.



Diện tích hình chữ nhật $ACC'A'$ là : $S = a.a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$ (đvdt)

$\Rightarrow$ **đáp án C sai.**

+ ***Cách 2:*** Chứng minh 3 đáp án A, B, D đều đúng và suy ra đáp án C sai.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao SH. Xét các mệnh đề sau:

I) $SA = SB = SC$.

II) H trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

III) Tam giác ABC là tam giác đều.

IV) H là trực tâm tam giác ABC.

Các yếu tố nào chưa đủ để kết luận $S.ABC$ là hình chóp đều?

A. (I) và (II). **B.** (II) và (III). **C.** (III) và (IV). **D.** (IV) và (I).

Hướng dẫn giải:.

Chọn A.

Câu 14: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hai mặt $ACC'A'$ và $BDD'B'$ vuông góc nhau.

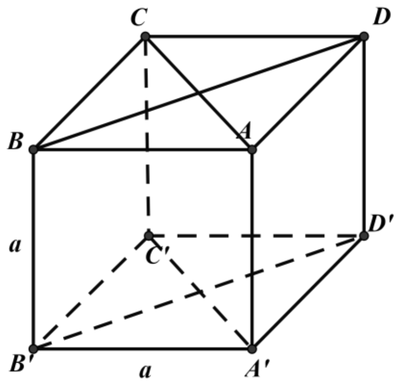
B. Bốn đường chéo AC', $A'C$, BD', $B'D$ bằng nhau và bằng $a\sqrt{3}$.

C. Hai mặt $ACC'A'$ và $BDD'B'$ là hai hình vuông bằng nhau.

D. $AC \perp BD'$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn C.



Vì theo giả thiết $ABCD.A'B'C'D'$ ta dễ dàng chỉ ra được:

+ $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp BB' \end{cases}$ và BD cắt BB' cùng nằm trong $(BB'D'D)$

$\Rightarrow AC \perp (BB'D'D)$. Mà $BD' \subset (BB'D'D) \Rightarrow AC \perp BD' \Rightarrow$ **đáp án D đúng**.

+ $\begin{cases} AC \subset (ACC'A') \\ AC \perp (BB'D'D) \end{cases} \Rightarrow (ACC'A') \perp (BB'D'D) \Rightarrow$ **đáp án A đúng**.

+ Áp dụng đình lý Pytago trong tam giác $B'A'D'$ vuông tại A' ta có:

$B'D'^2 = B'A'^2 + A'D'^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác $BB'D'$ vuông tại B' ta có:

$BD'^2 = BB'^2 + B'D'^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2 \Rightarrow BD' = a\sqrt{3}$. Hoàn toàn tương tự ta tính được độ dài các đường chéo còn lại của hình lập phương đều bằng nhau và bằng $a\sqrt{3} \Rightarrow$ **đáp án B đúng**.

+ Xét tứ giác $ACC'A'$ có $\begin{cases} AC // A'C' \\ AC = A'C' = a\sqrt{3} \\ AA' = CC' = a \\ ACC' = 90° \end{cases} \Rightarrow ACC'A'$ là hình chữ nhật. hoàn toàn tương tự ta cũng chỉ ra $BDD'B'$ cũng là hình chữ nhật có các cạnh là a và $a\sqrt{3}$.

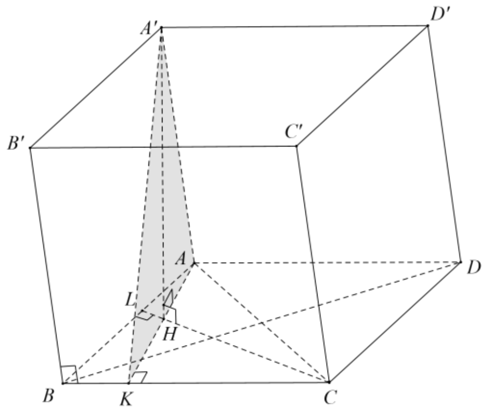
$\Rightarrow$ Hai mặt $ACC'A'$ và $BDD'B'$ là hai hình vuông bằng nhau $\Rightarrow$ **đáp án C sai.**

Câu 15: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trực tâm H của tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây không đúng?

A. $(AA'B'B) \perp (BB'C'C)$.
B. $(AA'H) \perp (A'B'C')$.
C. $BB'C'C$ là hình chữ nhật.
D. $(BB'C'C) \perp (AA'H)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên BC

$\Rightarrow H \in AK, BC \perp AK, BC \perp A'H \Rightarrow BC \perp (AA'H)$

$\Rightarrow \begin{cases} (AA'H) \perp (A'B'C') \\ (BB'C'C) \perp (AA'H) \\ BC \perp BB' \end{cases}$ nên đáp án B,C,D đúng.

Câu 16: Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ trở thành hình lăng trụ tứ giác đều khi phải thêm các điều kiện nào sau đây?

A. Tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.
B. Cạnh bên bằng cạnh đáy và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.
C. Có một mặt bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông.
D. Các mặt bên là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Theo lí thuyết lăng trụ tứ giác đều là lăng trụ đứng có đáy là hình vuông.

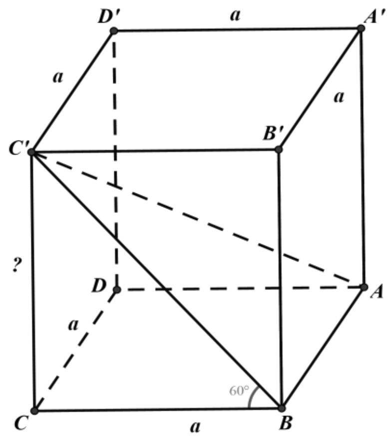
Câu 17: Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (ABC') có số đo bằng $60°$. Cạnh bên của hình lăng trụ bằng:

A. $3a$.
B. $a\sqrt{3}$.
C. $2a$.
D. $a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn B.

Ta có: $(ABCD)\cap(ABC')=AB$.



Từ giả thiết ta dễ dàng chứng minh được: $AB\perp(BB'C'C)$ mà $C'B\subset(BB'C'C)\Rightarrow AB\perp C'B$. Mặt khác: $CB\perp AB$.

$\Rightarrow((ABCD),(ABC'))=(CB,C'B)=CBC'=60^\circ$.

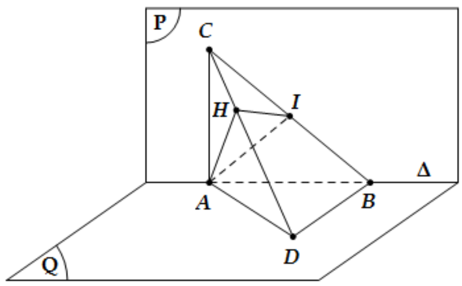
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác BCC' vuông tại C ta có:

$\tan CBC'=\dfrac{CC'}{CB}\Rightarrow CC'=CB.\tan CBC'=a.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$.

Câu 18: Cho hai mặt phẳng vuông góc (P) và (Q) có giao tuyến Δ. Lấy A, B cùng thuộc Δ và lấy C trên (P), D trên (Q) sao cho $AC\perp AB$, $BD\perp AB$ và $AB=AC=BD$. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với CD là hình gì?

A. Tam giác cân. **B.** Hình vuông. **C.** Tam giác đều. **D.** Tam giác vuông.

Hướng dẫn giải:



Gọi I là trung điểm của BC. Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $AI\perp BC$.

Ta có $\left.\begin{array}{l}(P)\perp(Q)\\(P)\cap(Q)=d\\(Q)\supset BD\perp d\end{array}\right\}\Rightarrow BD\perp(P)\Rightarrow BD\perp AI$.

$\left.\begin{array}{l}AI\perp BC\\AI\perp BD\end{array}\right\}\Rightarrow AI\perp(BCD)\Rightarrow AI\perp CD$.

Trong (ACD), dựng đường thẳng đi qua A và vuông góc với CD cắt CD tại H.

Thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là tam giác AHI.

Vì $AI\perp(BCD)\Rightarrow AI\perp HI$ nên tam giác AHI là tam giác vuông tại I.

Chọn **D.**

Câu 19: Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a; CD = 2x$. với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Hướng dẫn giải:

$YCBT \Leftrightarrow \Delta CJD$ vuông cân tại J

$$\Leftrightarrow IJ = IC = ID = \frac{AB}{2} \Leftrightarrow 4x^2 = 2AI^2 = 2\left(\frac{a^2 + a^2}{2} - x^2\right) \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

(Với I là trung điểm CD; J là trung điểm AB)

Vậy chọn đáp án A**.**

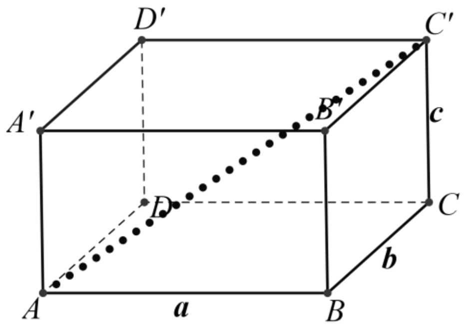
DẠNG 4: TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG, DIỆN TÍCH HÌNH CHIẾU, CHU VI VÀ DIỆN TÍCH ĐA GIÁC

Câu 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = b$, $CC' = c$. Độ dài đường chéo AC' là

A. $AC' = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. **B.** $AC' = \sqrt{-a^2 + b^2 + c^2}$.

C. $AC' = \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$. **D.** $AC' = \sqrt{a^2 - b^2 + c^2}$.

Hướng dẫn giải:



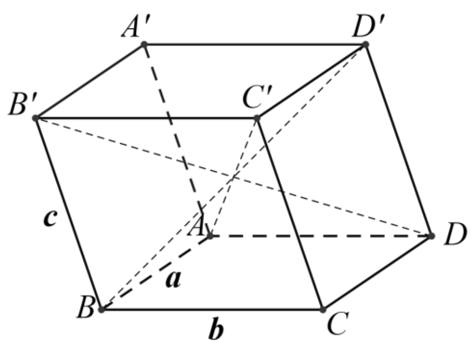
Từ sách giáo khoa, đường chéo hình hộp chữ nhật $AC' = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

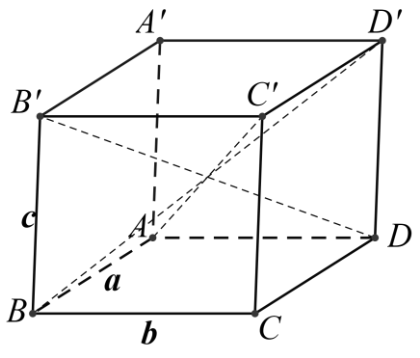
Chọn A

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = b$, $CC' = c$. Nếu $AC' = BD' = B'D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ thì hình hộp là

A. Hình lập phương. **B.** Hình hộp chữ nhật **C.** Hình hộp thoi. **D.** Hình hộp đứng.

Hướng dẫn giải:





$AC' = BD' \Rightarrow$ hình bình hành $ABC'D'$ là hình chữ nhật

$BD' = B'D \Rightarrow$ hình bình hành $BDD'B'$ là hình chữ nhật

$AC' = B'D \Rightarrow$ hình bình hành $ADC'B'$ là hình chữ nhật

Chọn B

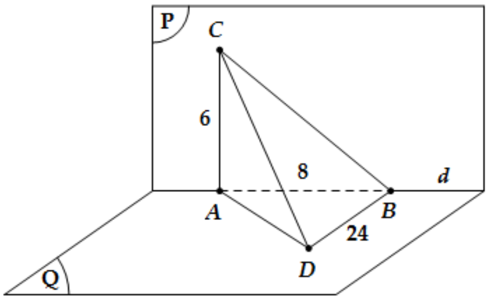
Câu 3: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Người ta lấy trên giao tuyến d của hai mặt phẳng đó hai điểm A và B sao cho $AB = 8$. Gọi C là một điểm trên (P), D là một điểm trên (Q) sao cho AC, BD cùng vuông góc với giao tuyến d và $AC=6$, $BD=24$. Độ dài CD là:

A. 20. **B.** 22. **C.** 30. **D.** 26.

Hướng dẫn giải:

Tam giác ABC vuông tại A nên $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$.

Ta có $\left.\begin{matrix}(P)\perp(Q)\\(P)\cap(Q)=d\\(Q)\supset BD\perp d\end{matrix}\right\}\Rightarrow BD\perp(P)\Rightarrow BD\perp BC$.



Tam giác BCD vuông tại B nên $CD=\sqrt{BD^2+BC^2}=\sqrt{24^2+10^2}=26$.

Chọn **D.**

Câu 4: Cho ba tia Ox, Oy, Oz vuông góc nhau từng đôi một. Trên Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $OA=OB=OC=a$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $O.ABC$ là hình chóp đều.

B. Tam giác ABC có diện tích $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. Tam giác ABC có chu vi $2p=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

D. Ba mặt phẳng (OAB), (OBC), (OCA) vuông góc với nhau từng đôi một.

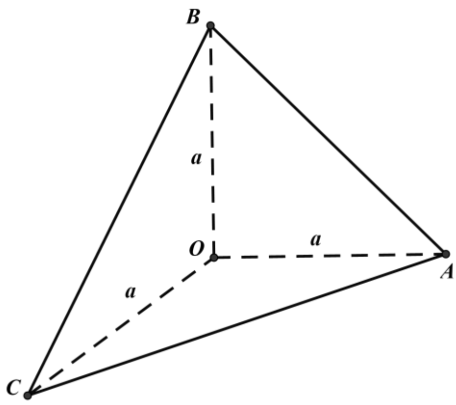
***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn C.

+ Áp dụng định lý Pytago trong tam giác OAB vuông tại O ta có:

$AB^2=OA^2+OB^2=a^2+a^2=2a^2\ \Rightarrow AB=a\sqrt{2}$.

Hoàn toàn tương tự ta tính được $BC=AC=a\sqrt{2}$.



$\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều. Mặt khác theo giả thiết $OA=OB=OC=a\ \Rightarrow$ các mặt bên của hình chóp $O.ABC$ là các tam giác cân tại $O\ \Rightarrow O.ABC$ là hình chóp đều $\Rightarrow$ **đáp án A đúng.**

+ Chu vi ΔABC là: $2p = AB + AC + BC = a\sqrt{2} + a\sqrt{2} + a\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ **đáp án** C **sai.**

+ Nửa chu vi Diện tích ΔABC là: $p = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. Diện tích ΔABC là:

$$S = \sqrt{\frac{3a\sqrt{2}}{2}\left(\frac{3a\sqrt{2}}{2} - a\sqrt{2}\right)^3} = \sqrt{\frac{3a\sqrt{2}}{2}\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3} = \sqrt{\frac{3a\sqrt{2}}{2}.\frac{2a^3\sqrt{2}}{8}} = \sqrt{\frac{3a^4}{4}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \text{ (đvdt).}$$

$\Rightarrow$ **đáp án** B **đúng.**

+ Dễ chứng minh được $\begin{cases} OA \perp (OBC) \\ OA \subset (OAB) \\ OA \subset (OAC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (OAB) \perp (OBC) \\ (OAC) \perp (OBC) \end{cases}, \begin{cases} OB \perp (OAC) \\ OB \subset (OAB) \end{cases} \Rightarrow (OAB) \perp (OAC)$.

$\Rightarrow$ **đáp án** D **đúng.**

Câu 5: Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a và $A = 60°$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại O (O là tâm của $ABCD$), lấy điểm S sao cho tam giác SAC là tam giác đều. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S.ABCD$ là hình chóp đều.

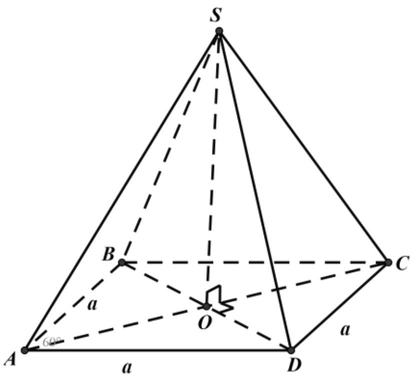
B. Hình chóp $S.ABCD$ có các mặt bên là các tam giác cân.

C. $SO = \dfrac{3a}{2}$.

D. SA và SB hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ những góc bằng nhau.

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn C.



Xét ΔABD có $A = 60°$, $AB = AD = a$ $\Rightarrow$ ΔABD là tam giác đều cạnh a. Vì O là tâm của $ABCD$ nên suy ra AO là đường trung tuyến trong ΔABD đều cạnh a nên dễ tính được $AO = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow AC = 2AO = a\sqrt{3}$.

Mặt khác theo giả thiết SAC là tam giác đều $\Rightarrow SA = SC = AC = a\sqrt{3}$ $\Rightarrow SO = a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2}$.

Câu 6: Cho hình chóp cụt đều $ABC.A'B'C'$ với đáy lớn ABC có cạnh bằng a. Đáy nhỏ $A'B'C'$ có cạnh bằng $\dfrac{a}{2}$, chiều cao $OO' = \dfrac{a}{2}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Ba đường cao AA', BB', CC' đồng qui tại S.

B. $AA' = BB' = CC' = \dfrac{a}{2}$.

C. Góc giữa mặt bên mặt đáy là góc SIO (I là trung điểm BC).

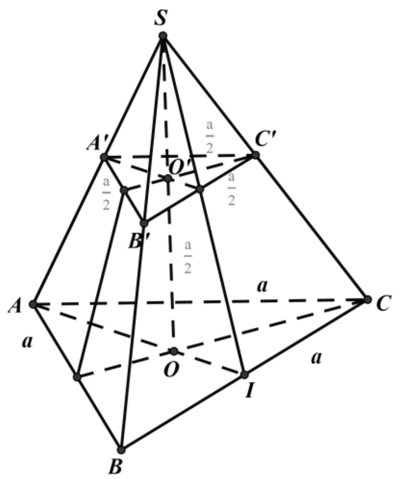
D. Đáy lớn ABC có diện tích gấp 4 lần diện tích đáy nhỏ $A'B'C'$.

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn B.

+ **Đáp án** A **đúng.**

+ Gọi I là trung điểm của BC.



Từ giả thiết dễ dàng chỉ ra được $\dfrac{AA'}{SA} = \dfrac{OO'}{SO} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow SO = 2OO' = a$. Mặt khác ΔABC là tam giác đều cạnh a, có

AI là đường trung tuyến $\Rightarrow AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Áp dụng định lý Pytago trong ΔSOA vuông tại O ta có:

$SA^2 = SO^2 + AO^2 = a^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{12a^2}{9} \Rightarrow SA = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AA' = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Vì $ABC.A'B'C'$ là hình chóp cụt đều nên $AA' = BB' = CC' = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$ **đáp án** B **sai.**

+ Ta có: $(SBC) \cap (ABC) = BC$. Vì ΔSBC cân tại S và I là trung điểm của BC nên suy ra $SI \perp BC$. Mặt khác ΔABC là tam giác đều có I là trung điểm của BC $\Rightarrow AI \perp BC$.

$\Rightarrow \left((SBC),(ABC)\right) = (SI, AI) = (SI, OI) = SIO \Rightarrow$ **đáp án** C **đúng.**

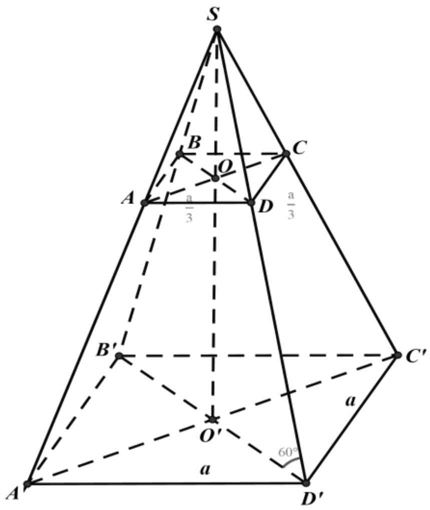
+ Ta có: $\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = \dfrac{\frac{1}{2}.AB.AC.\sin A}{\frac{1}{2}.A'B'.A'C'.\sin A'} = \dfrac{AB.AC}{A'B'.A'C'} = \dfrac{2A'B'.2A'C'}{A'B'.A'C'} = 4 \Rightarrow$ **đáp án** D **đúng.**

Câu 7: Cho hình chóp cụt tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh của đáy nhỏ $ABCD$ bằng $\dfrac{a}{3}$ và cạnh của đáy lớn $A'B'C'D'$ bằng a. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính chiều cao OO' của hình chóp cụt đã cho.

A. $OO' = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $OO' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $OO' = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $OO' = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn A.



Ta có $SO' \perp (A'B'C'D') \supset B'D' \Rightarrow SO' \perp B'D' \Rightarrow O'D'$ là hình chiếu vuông góc của SD' lên $(A'B'C'D')$

$\Rightarrow (SD',(ABCD)) = (SD',O'D') = SD'O' = 60°$.

Từ giả thiết dễ dàng chỉ ra được $\frac{AA'}{SA'} = \frac{OO'}{SO'} = \frac{1}{3}$.

Vì $\Delta A'D'C'$ là tam giác vuông cân tại D' có $D'O'$ là đường cao nên ta có:

$$\frac{1}{D'O'^2} = \frac{1}{A'D'^2} + \frac{1}{D'C'^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow D'O'^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow D'O' = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\Delta SD'O'$ vuông tại O' ta có:

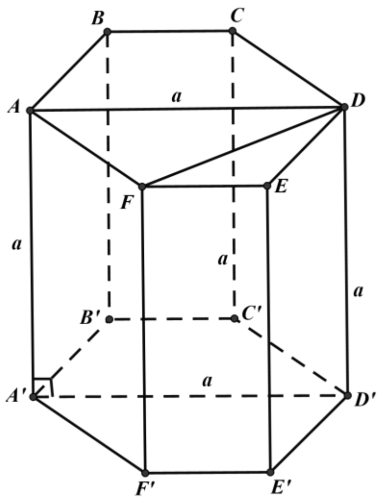
$$\tan 60° = \frac{SO'}{O'D'} \Rightarrow SO' = O'D'.\tan 60° = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow OO' = \frac{1}{3}SO' = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 8: Cho hình lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ có cạnh bên bằng a và $ADD'A'$ là hình vuông. Cạnh đáy của lăng trụ bằng:

A. a. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn B.



Tổng số đo các góc của hình lục giác là $4.180° = 720°$. Vì $ABCDEF$ là hình lục giác đều nên mỗi góc của hình lục giác đều $ABCDEF$ là $120° \Rightarrow FAB = 120°$. Vì $ABCDEF$ là hình lục giác đều nên ta suy ra:

+ AD là tia phân giác của góc FAB và EDC

$\Rightarrow FAD = \frac{FAB}{2} = 60°$.

+ Tam giác AFD vuông tại F.

Xét tam giác AFD vuông tại F có $FAD = 60°$ và $AD = a$ ta suy ra:

$\cos FAD = \dfrac{AF}{AD}$

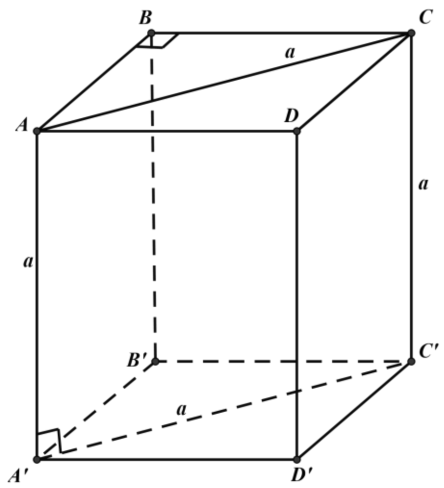
$\Rightarrow AF = AD.\cos FAD = a.\cos 60° = a.\dfrac{1}{2} = \dfrac{a}{2}.$

Câu 9: Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $ACC'A'$ là hình vuông, cạnh bằng a. Cạnh đáy của hình lăng trụ bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn A.



Từ giả thiết ta sauy ra ΔABC vuông cân tại B

$\Rightarrow BAC = BCA = 45°$.

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABC vuông cân tại B có $BAC = 45°$ và cạnh $AC = a$, ta có:

$\cos BAC = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC.\cos BAC = a.\cos 45° = a.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

.

Câu 10: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$ và cạnh bên bằng $2a$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của hai đáy ABC và $A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về $AA'G'G$?

A. $AA'G'G$ là hình chữ nhật có hai kích thước là $2a$ và $3a$.

B. $AA'G'G$ là hình vuông có cạnh bằng $2a$.

C. $AA'G'G$ là hình chữ nhật có diện tích bằng $6a^2$.

D. $AA'G'G$ là hình vuông có diện tích bằng $8a^2$.

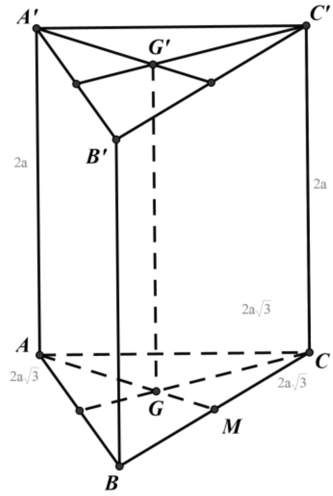
Hướng dẫn giải:.

Chọn B.

Gọi M là trung điểm BC. Khi đó ta dễ dàng tính được : $AM = 2a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3a$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên: $AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2}{3}.3a = 2a = AA'$.

$\Rightarrow AA'G'G$ là hình vuông có cạnh bằng $2a$.



Câu 11: Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Tính AB theo a và x?

A. $AB = \sqrt{2\left(a^2 + x^2\right)}$.　　**B.** $AB = \sqrt{a^2 - x^2}$.

C. $AB = \sqrt{2\left(a^2 - x^2\right)}$.　　**D.** $AB = \sqrt{a^2 + x^2}$.

Hướng dẫn giải:

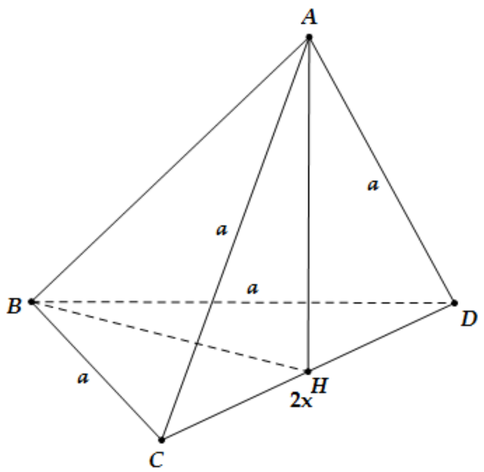
Gọi H là trung điểm của CD. Vì tam giác ACD cân tại A và tam giác BCD cân tại B nên $AH \perp CD$, $BH \perp CD$.

Ta có

$$\left.\begin{array}{l}(ACD)\perp(BCD)\\(ACD)\cap(BCD)=CD\\(ACD)\supset AH\perp CD\end{array}\right\}\Rightarrow AH\perp(BCD)\Rightarrow AH\perp BH.$$

$\Delta ACD = \Delta BCD\,(c.c.c) \Rightarrow AH = BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{a^2 -}$
.

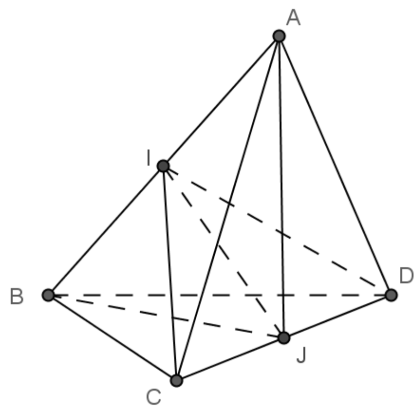
Tam giác AHB vuông tại H nên $AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{2\left(a^2 - x^2\right)}$. Chọn **C.**



Câu 12: Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tính IJ theo a và x?

A. $IJ=\dfrac{\sqrt{a^2-x^2}}{2}$. **B.** $IJ=\dfrac{\sqrt{2\left(a^2+x^2\right)}}{2}$. **C.** $IJ=\dfrac{\sqrt{2\left(a^2-x^2\right)}}{2}$. **D.** $IJ=\dfrac{\sqrt{a^2+x^2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $\begin{cases} CD\perp AJ \\ (ACD)\perp(BCD) \\ (ACD)\cap(BCD)=CD \end{cases} \Rightarrow AJ\perp(BCD)\Rightarrow AJ\perp BJ$. Vậy tam giác ABJ vuông tại J

Ta có: $AJ=BJ=\sqrt{a^2-x^2}$.

Do đó tam giác ABJ vuông cân tại J. Suy ra $IJ=\dfrac{AJ\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2\left(a^2-x^2\right)}}{2}$

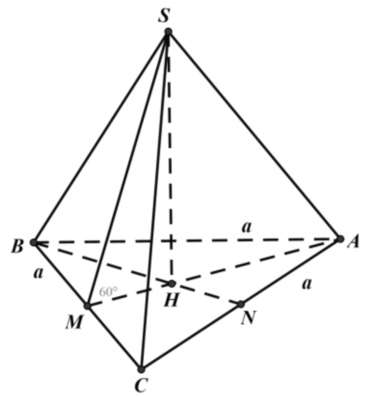
Chọn C.

Câu 13: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa một mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính độ dài đường cao SH.

A. $SH=\dfrac{a}{2}$. **B.** $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $SH=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn A.



Ta có: $(SBC)\cap(ABC)=BC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AC.

Dễ chứng minh được $SM\perp BC$ và $AM\perp BC$.

$\Rightarrow \left((SBC),(ABC)\right)=(SM,AM)=SMA=SMH=60°$.

Ta dễ tính được: $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Vì H là chân đường cao của hình chóp đều $S.ABC$ nên H trùng với trọng tâm của tam giác ABC $\Rightarrow MH=\dfrac{1}{3}AM=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác SHM vuông tại H ta có :

$\tan SMH=\dfrac{SH}{MH}\Rightarrow SH=MH.\tan SMH=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3}=\dfrac{3a}{6}=\dfrac{a}{2}$.

Câu 14: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AA' = a$, $BC = 2a$, $CA = a\sqrt{5}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

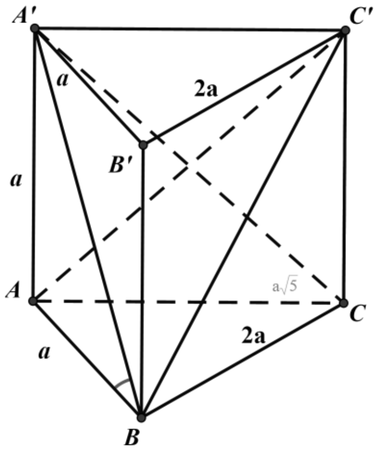
A. Đáy ABC là tam giác vuông.

B. Hai mặt $(AA'B'B)$ và $(BB'C')$ vuông góc nhau.

C. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ có số đo bằng $45°$.

D. $AC' = 2a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:.



Chọn D.

+ ***Cách 1:*** Chứng minh trực tiếp chỉ ra D là đáp án sai.

Từ giả thiết dễ dàng suy ra $CC' = AA' = a$.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác ACC' vuông tại C ta có:

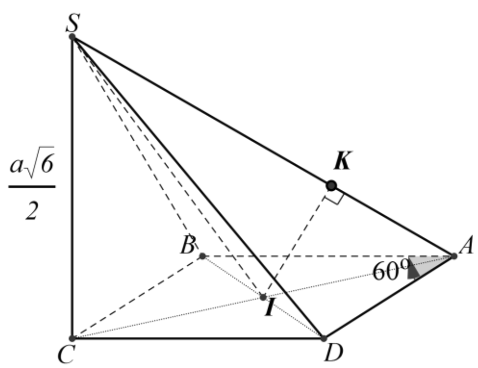
$AC'^2 = AC^2 + CC'^2 = 5a^2 + a^2 = 6a^2 \Rightarrow AC' = a\sqrt{6} \Rightarrow$ **đáp án** D **sai.**

+ ***Cách 2:*** Chứng minh 3 đáp án A, B, C đều đúng suy ra đáp án D sai.

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I cạnh bằng a và góc $A = 60^0$, cạnh $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và SC vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trong tam giác SCA kẻ $IK \perp SA$ tại K. Tính độ dài IK được

A. $\frac{a}{2}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{a}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn giải:



Tam giác AKI đồng dạng tam giác $ACS \Rightarrow \frac{IK}{SC} = \frac{AI}{SA}$

$\Rightarrow IK = \frac{SC.AI}{SA}$

ΔBCD và ΔABD đều cạnh $a \Rightarrow IA = IC = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$AC = a\sqrt{3}$

ΔSAC vuông tại $C \Rightarrow SA = \sqrt{SC^2 + AC^2} =$

$$\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$$

Vậy $IK=\frac{a}{2}$

Chọn A

Câu 16: Cho tam giác ABC và mặt phẳng (P). Biết góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ABC) là φ. Hình chiếu của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) là tam giác $A'B'C'$. Tìm hệ thức liên hệ giữa diện tích tam giác ABC và diện tích tam giác $A'B'C'$.

A. $S_{\Delta A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.\cot\varphi.$ **B.** $S_{\Delta A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.\sin\varphi.$

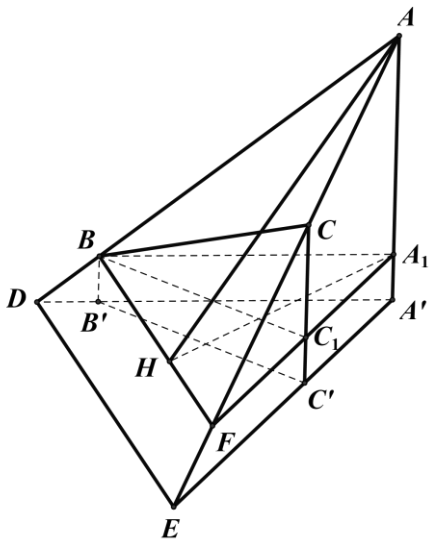
C. $S_{\Delta A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.\tan\varphi.$ **D.** $S_{\Delta A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.\cos\varphi.$

Hướng dẫn giải:

Qua B kẻ mặt phẳng $(Q)//(P)$ cắt $AA';CC'$ lần lượt tại $A_1;C_1$ khi đó $S_{A'B'C'}=S_{A_1BC_1}$

Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ABC) bằng góc giữa mặt phẳng (ABC) và (BA_1C_1) và bằng φ

Kẻ $AH\perp BF\Rightarrow A_1H\perp BF$



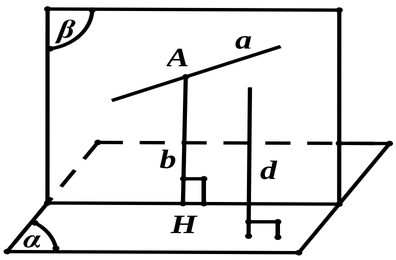
$$S_{A_1BC_1}=\frac{1}{2}A_1H.BF$$
$$=\frac{1}{2}AH.\cos\varphi.BF$$
$$=S_{ABC}.\cos\varphi$$

Vậy $S_{\Delta A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.\cos\varphi.$

DẠNG 5: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CHỨA MỘT ĐƯỜNG THẲNG VÀ VUÔNG GÓC VỚI MỘT MẶT PHẲNG.

Phương pháp:

Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng a không vuông góc với (α).Xác định mặt phẳng (β) chứa a và vuông góc với (α)



.

Để giải bài toán này ta làm theo các bước sau:

- Chọn một điểm $A \in a$
- Dựng đường thẳng b đi qua A và vuông góc với (α). Khi đó $mp(a,b)$ chính là mặt phẳng (β).

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa AB và vuông góc với (SCD), (α) cắt chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì?

A. hình bình hành. **B.** hình thang vuông.

C. hình thang không vuông. **D.** hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:

Dựng $AH \perp CD$

Ta có $\left.\begin{matrix} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

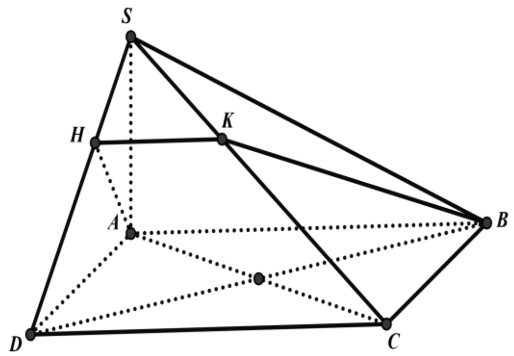
Suy ra $CD \perp AH$

mà $AH \subset (SCD)$ suy ra $AH \subset (\alpha)$

Do đó $\alpha \equiv (AHB)$

Vì $\alpha \,//CD$ nên $\alpha \cap (SAD) = HK//CD (K \in SC)$.

Từ đó thiết diện là hình thang $ABKH$.



Mặt khác $AB \perp (SAD)$ nên $AB \perp AH$

Vậy thiết diện là hình thang vuông tại A và H.

Chọn đáp án B.

Ta có $AC = a\sqrt{2}, OC = \dfrac{a}{\sqrt{2}}, SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$, mà $SO \perp OC \Rightarrow OM = \dfrac{1}{2}SC = \dfrac{a}{2}$. Chon A

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O có $AB = a$, $AD = 2a$. SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Gọi (P) là mặt phẳng qua SO và vuông góc với (SAD). Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $a^2\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^2\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2}{2}$. **D.** a^2.

Hướng dẫn giải:

Gọi MN là đoạn thẳng qua O vuông góc AD (M, N thuộc AD, BC) ta có $MN \perp (SAD)$ nên SMN là thiết diện cần tìm.

$\Delta\, SMN$ vuông tại M nên $S_{SMN} = \dfrac{SM.MN}{2} = a^2\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn B.

Câu 3: Cho hai mặt phẳng vuông góc (P) và (Q) có giao tuyến Δ. Lấy A, B cùng thuộc Δ và lấy C trên (P), D trên (Q) sao cho $AC \perp AB$, $BD \perp AB$ và $AB = AC = BD = a$. Diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với CD là?

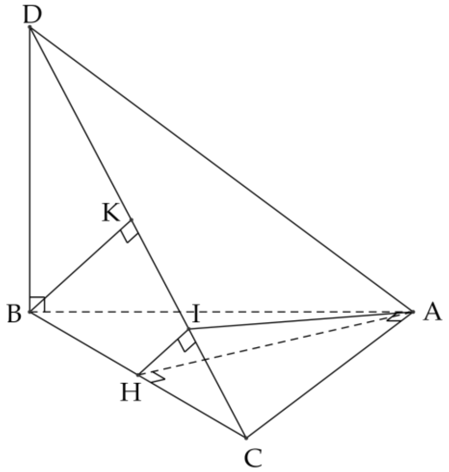
A. $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{12}$ **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{8}$ **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}$ **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có:

$$\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (P) \cap (Q) = \Delta \\ BD \subset (Q), BD \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow BD \perp (P)$$



Gọi H là trung điểm BC, ta có $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp BD \end{cases} \Rightarrow AH \perp CD$

Trong mặt phẳng (BCD), kẻ $HI \perp CD$ thì ta có $CD \perp (AHI)$

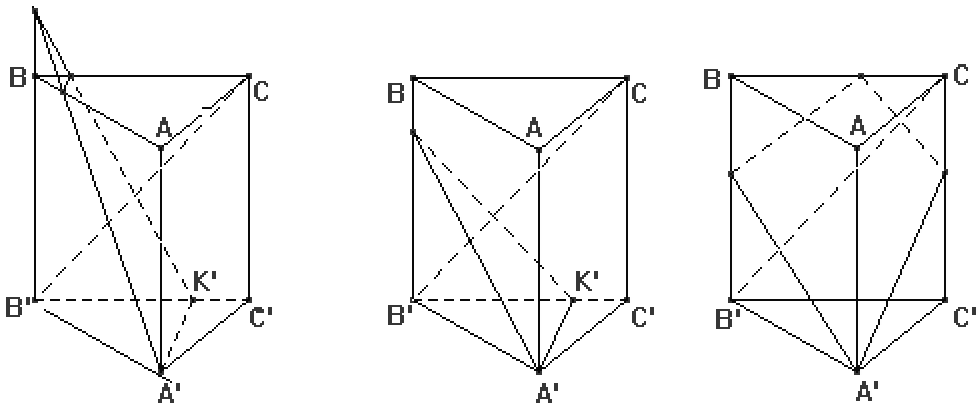
Khi đó mặt phẳng (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là tam giác AHI

Mặt khác tam giác ABC vuông cân tại A nên $BC = a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông BCD, kẻ đường cao BK thì $BK = \dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ và $HI = \dfrac{a}{\sqrt{6}}$

Vậy: thiết diện cần tìm là tam giác AHI vuông tại H và có diện tích $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}$

Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, với $AB = c$, $AC = b$, cạnh bên $AA' = h$. Mặt phẳng (P) đi qua A' và vuông góc với $B'C$. Thiết diện của lăng trụ cắt bởi mặt phẳng (P) có hình:



h.1 h.2 h.3

A. $h.1$ và $h.2$. **B.** $h.2$ và $h.3$. **C.** $h.2$. **D.** $h.1$.

Hướng dẫn giải:

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A' và vuông góc với BC. Từ A' ta dựng $A'K' \perp B'C'$, Vì $(ABC) \perp (BCC'B')$ nên $A'K' \perp B'C' \Rightarrow A'K' \perp (BCC'B') \Rightarrow A'K' \perp BC'$ (1).

Mặt khác trong mặt phẳng $(BCC'B')$ dựng $K'x \perp B'C$ và cắt $B'B$ tại 1 điểm N (2) (điểm gì đề chưa có cho nên cho tạm điểm N).

Từ (1) và (2) ta có : $\begin{cases} BC' \perp A'K' \\ BC' \perp K'N \end{cases} \Rightarrow BC' \perp (A'K'N)$

Chọn đáp án A

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Cắt hình lập phương bởi mặt phẳng trung trực của AC'. Thiết diện là hình gì?

A. Hình vuông. **B.** Lục giác đều.

C. Ngũ giác đều. **D.** Tam giác đều.

Hướng dẫn giải:

Ta có AC là hình chiếu của AC' lên $(ABCD)$.

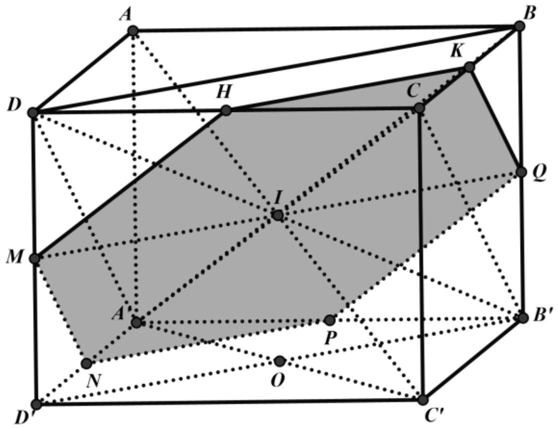
mà $AC \perp BD$ nên $AC' \perp BD$, (1)

Ta có $\left.\begin{matrix} AD \perp (AA'B'B) \\ A'B \subset (AA'B'B \end{matrix}\right\} \Rightarrow A'B \perp AD$

Lại có $A'B \perp AB'$ suy ra

$\left.\begin{matrix} A'B \perp (AB'C'D) \\ AC' \subset (AB'C'D) \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC' \perp A'B$, (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AC' \perp (A'BD)$, (3)



Mặt phẳng trung trực AC' là mặt phẳng (α) đi qua trung điểm I của AC' và $(\alpha) \perp AC'$, (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\begin{cases} mp(\alpha) \text{ qua } I \\ (\alpha) // (A'BD) \end{cases}$

Do đó

Qua I dựng $MQ // BD$

Dựng

$MN // A'D$

$NP // B'D' // BD$

$QK // B'C // A'D$

$KH // BD$

Mà $MN = NP = PQ = QK = KM = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

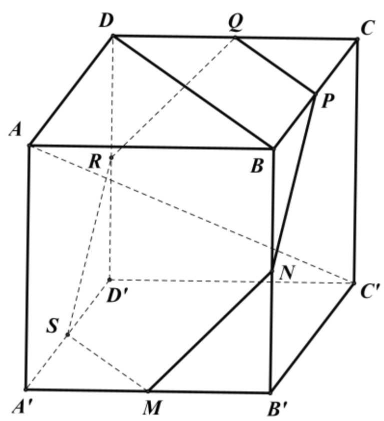
Suy ra thiết diện là lục giác đều.

Chọn đáp án B.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Cắt hình lập phương bởi mặt phẳng trung trực của AC'. Diện tích thiết diện là

A. $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $S = a^2$. **C.** $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **D.** $S = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải:



Ta có mặt phẳng trung trực của AC' cắt hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là lục giác đều $MNPQRDS$ cạnh $\frac{1}{2}B'C=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Khi đó $S=6.\frac{1}{2}\frac{a\sqrt{2}}{2}\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}=a^2\frac{3\sqrt{3}}{4}$