

CHƯƠNG II. BÀI 1: HÀM SỐ

I – LÝ THUYẾT

① Định nghĩa

Cho $D \subset \mathbb{R}, D \neq \emptyset$. Hàm số f xác định trên D là một qui tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in D$ với một và chỉ một số $y \in \mathbb{R}$. Trong đó:

- x được gọi là biến số (đổi số), y được gọi là giá trị của hàm số f tại x . Kí hiệu: $y = f(x)$.
- D được gọi là tập xác định của hàm số.
- $T = \{y = f(x) \mid x \in D\}$ được gọi là tập giá trị của hàm số.

② Cách cho hàm số: cho bằng bảng, biểu đồ, công thức $y = f(x)$.

Tập xác định của hàm $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

③ Chiều biến thiên của hàm số: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D . Khi đó:

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
- Xét chiều biến thiên của một hàm số là tìm các khoảng đồng biến và các khoảng nghịch biến của nó. Kết quả xét chiều biến thiên được tổng kết trong một bảng gọi là **bảng biến thiên**.

④ Tính chẵn lẻ của hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

- Hàm số f được gọi là **hàm số chẵn** nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
- Hàm số f được gọi là **hàm số lẻ** nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.
- Tính chất của đồ thị hàm số chẵn và hàm số lẻ:
 - + Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.
 - + Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc toạ độ O làm tâm đối xứng.

⑤ Đồ thị của hàm số

- **Đồ thị** của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy với mọi $x \in D$.
- **Chú ý**: Ta thường gặp đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là một đường. Khi đó ta nói $y = f(x)$ là **phương trình** của đường đó.

⑥ Tịnh tiến đồ thị song song với trục toạ độ

- Tịnh tiến một điểm $M(x; y)$
- Tịnh tiến một đồ thị: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho đồ thị (G) của hàm số $y = f(x)$
 - **Trình bày lại các kiến thức trong bài học: các định nghĩa, định lý, tính chất, hệ quả.**
 - **Trình bày lại các kiến thức liên quan đến việc xử lý các dạng bài tập trong bài học.**

II – DẠNG TOÁN

1. Dạng 1: Tính giá trị của hàm số tại các giá trị của biến số và đồ thị của hàm số.

Phương pháp giải

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$.

A. $M_1(2; 1)$

B. $M_2(1; 1)$

C. $M_3(2; 0)$

D. $M_4(0; -1)$

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = f(x) = |-5x|$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $f(-1) = 5$.

B. $f(2) = 10$.

C. $f(-2) = 10$.

D. $f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-1} & x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1} & x \in [0; 2) \\ x^2-1 & x \in [2; 5) \end{cases}$. Tính $f(4)$.

A. $f(4) = \frac{2}{3}$.

B. $f(4) = 15$.

C. $f(4) = \sqrt{5}$.

D. Không tính được.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = mx^3 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2m^2 - m$. Tìm m để điểm $M(-1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho

A. $m = 1$

B. $m = -1$

C. $m = -2$

D. $m = 2$

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 5: Cho hàm số $y = mx^3 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2m^2 - m$. Tìm các điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua với mọi m .

A. $N(1; 2)$

B. $N(2; -2)$

C. $N(1; -2)$

D. $N(3; -2)$

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Giải theo tự luận

Đề $N(x; y)$ là điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua, điều kiện cần và đủ là

$$y = mx^3 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2m^2 - m, \forall m$$

$$\Leftrightarrow 2m^2(1 - x^2) + m(x^3 - 1 - 2x^2 - y) = 0, \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x^2 = 0 \\ x^3 - 1 \\ 2x^2 + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua điểm $N(1; -2)$.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 6: Tìm trên đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 3x - 4$ hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

A. $1; -1$ và $-1; -5$.

B. $2; -2$ và $-2; 2$.

C. $3; -13$ và $-3; 23$.

D. Không tồn tại

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Giải theo tự luận

Gọi M, N đối xứng nhau qua gốc tọa độ O . $M(x_0; y_0) \Rightarrow N(-x_0; -y_0)$

Vì M, N thuộc đồ thị hàm số nên
$$\begin{cases} y_0 = -x_0^3 + x_0^2 + 3x_0 - 4 \\ -y_0 = x_0^3 + x_0^2 - 3x_0 - 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -x_0^3 + x_0^2 + 3x_0 - 4 \\ 2x_0^2 - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -x_0^3 + x_0^2 + 3x_0 - 4 \\ x_0 = \pm 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = -2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 2 \end{cases}$$

Vậy hai điểm cần tìm có tọa độ là $2; -2$ và $-2; 2$.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (có chia mức độ)

NHẬN BIẾT.

Câu 1: Theo thông báo của Ngân hàng A ta có bảng dưới đây về lãi suất tiền gửi tiết kiệm kiểu bậc thang với số tiền gửi từ 50 triệu VNĐ trở lên được áp dụng từ 20/1/2018

Kỳ hạn (số tháng)	3	6	12	18	24
Lãi suất (%/tháng)	0,715	0,745	0,785	0,815	0,825

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(3) = 0,715$.

B. $f(0,715) = 3$.

C. $f(0,815) = 18$.

D. $f(0,815) = 0,825$.

THÔNG HIỂU.

Câu 2: Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x}$.

A. $A(1; -1)$.

B. $B(2; 0)$.

C. $C\left(3; \frac{1}{3}\right)$.

D. $D(-1; -3)$.

Câu 3: Cho hai hàm số $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$ và $g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x - 1 & \text{khi } -2 \leq x \leq 2 \\ 6 - 5x & \text{khi } x < -2 \end{cases}$. Tính các giá trị sau

$f(-1)$ và $g(-3), g(2), g(3)$.

A. $f(-1) = -1, g(-3) = 34, g(2) = 3, g(3) = 8$

B. $f(-1) = -1, g(-3) = 12, g(2) = 41, g(3) = 7$

C. $f(-1) = 1, g(-3) = 32, g(2) = 5, g(3) = 17$

D. $f(-1) = 0, g(-3) = 21, g(2) = 3, g(3) = 10$

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x+2}-3 & x \geq 2 \\ x^2+1 & x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

- A. $P = \frac{8}{3}$. B. $P = 4$. C. $P = 6$. D. $P = \frac{5}{3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = -3x^2 + m^2x + m + 1$ (với m là tham số). Tìm các giá trị của m để $f(0) = 5$.

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 4$. D. $m = 5$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = 2x^4 + (m-1)x^3 + (m^2-1)x^2 + 2(m^2-3m+2)x - 3$.

Tìm m để điểm $M(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho

- A. $m = \frac{4 \pm \sqrt{3}}{3}$ B. $m = 1, m = -1$ C. $m = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$ D. $m = \frac{5}{6}$

VẬN DỤNG THẤP.

Câu 7: Tìm các điểm cố định mà đồ thị hàm số $y = x^3 + 2(m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 1)x - 2(m^2 + 1)$ luôn đi qua với mọi m .

- A. $A(2;0)$ B. $A(3;4)$ C. $A(2;2)$ D. $A(1;0)$

Câu 8:

VẬN DỤNG CAO (NẾU CÓ)

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

2. Dạng 2: Tìm tập xác định của hàm số

Phương pháp giải

1) $P(x)$ là đa thức bậc n , $Q(x)$ là đa thức bậc m .

☒ $P(x)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

☒ $f(x) = \frac{Q(x)}{P(x)}$ có nghĩa khi $P(x) \neq 0$.

☒ $f(x) = \sqrt[n]{P(x)}$ có nghĩa khi $P(x) \geq 0$.

☒ $f(x) = \frac{Q(x)}{\sqrt[n]{P(x)}}$ có nghĩa khi $P(x) > 0$.

2) $y = f(x)$ có txđ D_f

$y = g(x)$ có txđ D_g

Ta có $y = f(x) \pm g(x)$, $y = f(x).g(x)$ có txđ $D_f \cap D_g$

$y = \frac{f(x)}{g(x)}$ có txđ $(D_f \cap D_g) \setminus \{x \in \mathbb{R} : g(x) = 0\}$

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ B. $D = \mathbb{R}$. C. $D =]1; +\infty[$. D. $D =]1; +\infty[$.

Lời giải

Chọn A.**Cách 1:** Giải theo tự luận**Cách 2:** Giải theo pp trắc nghiệm**Cách 3:** (Giải theo Casio nếu có).**Ví dụ 2:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 3x - 4}$.A. $D =]-4 ;$ **B. $D = \mathbb{R} \setminus]-4 ;$** C. $D = \mathbb{R} \setminus]4 ;$ D. $D = \mathbb{R}$.**Lời giải****Chọn B.****Cách 1:** Giải theo tự luận**Cách 2:** Giải theo pp trắc nghiệm**Cách 3:** (Giải theo Casio nếu có).**Ví dụ 3:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$.A. $D =]-4 ;$ B. $D = \mathbb{R} \setminus]-4 ;$ C. $D = \mathbb{R} \setminus]4 ;$ **D. $D = \mathbb{R}$.****Lời giải****Chọn D.****Cách 1:** Giải theo tự luận**Cách 2:** Giải theo pp trắc nghiệm**Cách 3:** (Giải theo Casio nếu có).**Ví dụ 4:** Tìm tập xác định D của hàm số $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}$.A. $D =]-3 ; +\infty$.**B. $D =]-2 ; +\infty$.**C. $D =]2 ; +\infty$.D. $D = \mathbb{R}$.**Lời giải****Chọn B.****Cách 1:** Giải theo tự luận**Cách 2:** Giải theo pp trắc nghiệm**Cách 3:** (Giải theo Casio nếu có).**Ví dụ 5:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$.**A. $D =]1 ; 2$.**B. $D =]1 ; 2$.C. $D =]1 ; 3$.D. $D =]-1 ; 2$.**Lời giải****Chọn A.****Cách 1:** Giải theo tự luận**Cách 2:** Giải theo pp trắc nghiệm**Cách 3:** (Giải theo Casio nếu có).**Ví dụ 6:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}}{x}$.A. $D =]-2 ; 2$.B. $D =]-2 ; 2 \setminus 0$.**C. $D =]-2 ; 2 \setminus 0$.**D. $D = \mathbb{R}$.**Lời giải****Chọn C.****Cách 1:** Giải theo tự luận**Cách 2:** Giải theo pp trắc nghiệm**Cách 3:** (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 7: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2018}{\sqrt[3]{x^2 - 3x + 2} - \sqrt[3]{x^2 - 7}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus 3$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = -\infty; 1 \cup 2; +\infty$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus 0$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 8: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x|x-4|}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus 0; 4$.

B. $D = 0; +\infty$.

C. $D = 0; +\infty \setminus 4$.

D. $D = 0; +\infty \setminus 4$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 9: Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-x} & ; x \geq 1 \\ \sqrt{2-x} & ; x < 1 \end{cases}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = 2; +\infty$.

C. $D = -\infty; 2$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus 2$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x+m-2}$ xác định trên \mathbb{R} .

A. $m \geq 3$.

B. $m > 3$.

C. $m < 3$.

D. $m \leq 3$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-6x+m-2}}$ xác định trên \mathbb{R} .

A. $m \geq 11$.

B. $m > 11$.

C. $m < 11$.

D. $m \leq 11$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 12: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $0; 1$.

A. $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup 2$.

B. $m \in -\infty; -1 \cup 2$.

C. $m \in -\infty; 1 \cup 3$.

D. $m \in -\infty; 1 \cup 2$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

**B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (có chia mức độ)
NHẬN BIẾT.**

Câu 1: Nội dung

A. B. C. D.

THÔNG HIỂU.

Câu 2: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+1} \cdot \frac{1}{x-3}$.

A. $D = 3; +\infty$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$. C. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 3: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{x+1} \cdot \frac{1}{x^2+3x+4}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus 1$. B. $D = -1$. C. $D = \mathbb{R} \setminus -1$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 4: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x+1}{x^3-3x+2}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus 1$. B. $D = \mathbb{R} \setminus -2; 1$. C. $D = \mathbb{R} \setminus -2$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-2}+6x}{\sqrt{4-3x}}$.

A. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. B. $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right)$. C. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$. D. $D = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+4}{\sqrt{x^2-16}}$.

A. $D = -\infty; -2 \cup 2; +\infty$. B. $D = \mathbb{R}$.
C. $D = -\infty; -4 \cup 4; +\infty$. D. $D = -4; 4$.

Câu 7: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x-3}$.

A. $D = -\infty; 3$. B. $D = 1; 3$. C. $D = 3; +\infty$. D. $D = 3; +\infty$.

Câu 8: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-x-6}$.

A. $D = 3$. B. $D = -1; +\infty \setminus 3$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = -1; +\infty$.

Câu 9: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x^2+x+1}$.

A. $D = 1; +\infty$. B. $D = 1$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = -1; +\infty$.

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{4-x}}{x-2} \cdot \frac{1}{x-3}$.

A. $D = 1; 4$. B. $D = 1; 4 \setminus 2; 3$. C. $1; 4 \setminus 2; 3$. D. $-\infty; 1 \cup 4; +\infty$.

Câu 11: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus 3$.

C. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus 3$.

D. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus 3$.

VẬN DỤNG.

Câu 12: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x}{x - \sqrt{x-6}}$.

A. $D = 0; +\infty$.

B. $D = 0; +\infty \setminus 9$.

C. $D = 9$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 13: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-x} + \frac{2x+1}{1+\sqrt{x-1}}$.

A. $D = 1; +\infty$.

B. $D = 1; 6$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = -\infty; 6$.

Câu 14: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x\sqrt{x^2-4x+4}}$.

A. $D = -2; +\infty \setminus 0; 2$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = -2; +\infty$.

D. $D = -2; +\infty \setminus 0; 2$.

Câu 15: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\sqrt{x^2+2x+2} - x + 1}$.

A. $D = -\infty; -1$.

B. $D = -1; +\infty$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus -1$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 16: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{|x|}{|x-2| + |x^2+2x|}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus 0; -2$.

C. $D = -2; 0$.

D. $D = 2; +\infty$.

Câu 17: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{5-3|x|}}{x^2+4x+3}$.

A. $D = \left[-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right] \setminus -1$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right) \setminus -1$.

D. $D = \left[-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right]$.

Câu 18: Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \\ \sqrt{x+1} & ; x < 1 \end{cases}$.

A. $D = -1$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = -1; +\infty$.

D. $D = -1; 1$.

VẬN DỤNG CAO (NẾU CÓ)

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên khoảng $-1; 3$.

A. Không có giá trị m thỏa mãn.

B. $m \geq 2$.

C. $m \geq 3$.

D. $m \geq 1$.

Câu 20: **Câu 32.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2m+2}{x-m}$ xác định trên $-1; 0$.

A. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases}$.

B. $m \leq -1$.

C. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

D. $m \geq 0$.

Câu 21: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m-1}$ xác định trên $0; +\infty$.

A. $m \leq 0$.

B. $m \geq 1$.

C. $m \leq 1$.

D. $m \leq -1$.

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

3. Dạng 3: Xét tính chẵn lẻ của hàm số (từ cả hàm, từ đồ thị)

Phương pháp giải

* Sử dụng định nghĩa

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên D :

• Hàm số chẵn $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$.

• Hàm số lẻ $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$.

Chú ý : Một hàm số có thể không chẵn cũng không lẻ

Đồ thị hàm số chẵn nhận trục Oy làm trục đối xứng

Đồ thị hàm số lẻ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng

* Quy trình xét hàm số chẵn, lẻ.

B1: Tìm tập xác định của hàm số.

B2: Kiểm tra

Nếu $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ Chuyển qua bước ba

Nếu $\exists x_0 \in D \Rightarrow -x_0 \notin D$ kết luận hàm không chẵn cũng không lẻ.

B3: xác định $f(-x)$ và so sánh với $f(x)$.

Nếu bằng nhau thì kết luận hàm số là chẵn

Nếu đối nhau thì kết luận hàm số là lẻ

Nếu tồn tại một giá trị $\exists x_0 \in D$ mà $f(-x_0) \neq f(x_0)$, $f(-x_0) \neq -f(x_0)$ kết luận hàm số không

chẵn cũng không lẻ.

Lưu ý: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có cùng tập xác định D. Chứng minh rằng

a) Nếu hai hàm số trên lẻ thì hàm số $y = f(x) + g(x)$ là hàm số lẻ

b) Nếu hai hàm số trên một chẵn một lẻ thì hàm số $y = f(x) \cdot g(x)$ là hàm số lẻ

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = 3x^3 + 2\sqrt[3]{x}$

A. hàm số lẻ.

B. hàm số chẵn.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Giải theo tự luận

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $-x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = 3(-x)^3 + 2\sqrt[3]{-x} = -3x^3 + 2\sqrt[3]{-x} = -f(x)$

Do đó $f(x) = 3x^3 + 2\sqrt[3]{x}$ là hàm số lẻ

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 2: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = x^4 + \sqrt{x^2 + 1}$

A. hàm số lẻ.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

B. hàm số chẵn.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Giải theo tự luận

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $-x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = -x^4 + \sqrt{-x^2 + 1} = x^4 + \sqrt{x^2 + 1} = f(x)$

Do đó $f(x) = x^4 + \sqrt{x^2 + 1}$ là hàm số chẵn

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 3: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = x^4 - 4x + 2$

A. hàm số lẻ.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

B. hàm số chẵn.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có $f(-1) = 7, f(1) = -1 \Rightarrow \begin{cases} f(-1) \neq f(1) \\ f(-1) \neq -f(1) \end{cases}$

Vậy hàm số không chẵn và không lẻ

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 4: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \sqrt{2+x} + \frac{1}{\sqrt{2-x}}$.

A. hàm số lẻ.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

B. hàm số chẵn.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

ĐKXĐ: $\begin{cases} 2+x \geq 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < 2$

Suy ra TXĐ: $D = [-2; 2)$

Ta có $x_0 = -2 \in [-2; 2)$ nhưng $-x_0 = 2 \notin [-2; 2)$

Vậy hàm số $f(x) = \sqrt{2+x} + \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ không chẵn và không lẻ.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 5: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{Khi } x < 0 \\ 0 & \text{Khi } x = 0 \\ 1 & \text{Khi } x > 0 \end{cases}$

A. hàm số lẻ.

B. hàm số chẵn.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Giải theo tự luận

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Để thấy mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $-x \in \mathbb{R}$

Với mọi $x > 0$ ta có $-x < 0$ suy ra $f(-x) = -1, f(x) = 1 \Rightarrow f(-x) = -f(x)$

Với mọi $x < 0$ ta có $-x > 0$ suy ra $f(-x) = 1, f(x) = -1 \Rightarrow f(-x) = -f(x)$

Và $f(0) = -f(0) = 0$

Do đó với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $f(-x) = -f(x)$

Vậy hàm số $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{Khi } x < 0 \\ 0 & \text{Khi } x = 0 \\ 1 & \text{Khi } x > 0 \end{cases}$ là hàm số lẻ.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 6: Tìm m để hàm số: $f(x) = \frac{x^2 - x^2 - 2 + 2m^2 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1} - m}$ là hàm số chẵn.

A. $m = 0$.

B. $m = \pm 3$.

C. $m = \pm 1$.

D. $m = \pm 2$

Chọn C.

Cách 1: Giải theo tự luận

ĐKXĐ: $\sqrt{x^2 + 1} \neq m$ (*)

Giả sử hàm số chẵn suy ra $f(-x) = f(x)$ với mọi x thỏa mãn điều kiện (*)

Ta có $f(-x) = \frac{x^2 - x^2 - 2 - 2m^2 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1} - m}$

Suy ra $f(-x) = f(x)$ với mọi x thỏa mãn điều kiện (*)

$\Leftrightarrow \frac{x^2 - x^2 - 2 - 2m^2 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1} - m} = \frac{x^2 - x^2 - 2 + 2m^2 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1} - m}$ với mọi x thỏa mãn điều kiện (*)

$\Leftrightarrow 2 - 2m^2 - 2x = 0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện (*)

$\Leftrightarrow 2m^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$

* Với $m = 1$ ta có hàm số là $f(x) = \frac{x^2 - x^2 - 2}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$

ĐKXĐ: $\sqrt{x^2 + 1} \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 0$

Suy ra TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Để thấy với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ta có $-x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và $f(-x) = f(x)$

Do đó $f(x) = \frac{x^2 - x^2 - 2}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ là hàm số chẵn

* Với $m = -1$ ta có hàm số là $f(x) = \frac{x^2 - x^2 - 2}{\sqrt{x^2 + 1} + 1}$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Để thấy với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $-x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = f(x)$

Do đó $f(x) = \frac{x^2 - x^2 - 2}{\sqrt{x^2 + 1} + 1}$ là hàm số chẵn.

Vậy $m = \pm 1$ là giá trị cần tìm.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Thử đáp án.

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (có chia mức độ) NHẬN BIẾT.

Câu 1: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{x-5}{x-1}$

A. hàm số lẻ.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

B. hàm số chẵn.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 2: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

A. hàm số lẻ.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

B. hàm số chẵn.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

THÔNG HIỂU.

Câu 3: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \sqrt{x+5} + \sqrt{5-x}$.

A. hàm số lẻ.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

B. hàm số chẵn.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 4: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}$.

A. hàm số lẻ.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

B. hàm số chẵn.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 5: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 5x}{x^2 + 4}$

A. hàm số lẻ.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

B. hàm số chẵn.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 6: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1}$

A. hàm số lẻ.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

B. hàm số chẵn.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 7: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{|x| - 1}$

A. hàm số lẻ.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

B. hàm số chẵn.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

VẬN DỤNG.

Câu 8: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = ||x+2| - |x-2||$

A. hàm số lẻ.

B. hàm số chẵn.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ. D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 9: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{|x-1|+|x+1|}{|2x-1|+|2x+1|}$.

A. hàm số lẻ.

B. hàm số chẵn.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 10: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{|x+2|+|x-2|}{|x-1|-|x+1|}$.

A. hàm số lẻ.

B. hàm số chẵn.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 11: Trong các hàm số $y = 2015x$, $y = 2015x + 2$, $y = 3x^2 - 1$, $y = 2x^3 - 3x$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 12: Cho hai hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x$ và $g(x) = x^{2017} + 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn; $g(x)$ là hàm số chẵn.

C. Cả $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số không chẵn, không lẻ.

D. $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = x^2 - |x|$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. $f(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn.

C. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua gốc tọa độ.

D. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua trục hoành.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = |x-2|$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. $f(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn.

C. $f(x)$ là hàm số vừa chẵn, vừa lẻ.

D. $f(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 15: Trong các hàm số nào sau đây, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = x^{2018} - 2017$.

B. $y = \sqrt{2x+3}$.

C. $y = \sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}$.

D. $y = |x+3| + |x-3|$.

Câu 16: Trong các hàm số nào sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = |x+1| + |x-1|$.

B. $y = |x+3| + |x-2|$.

C. $y = 2x^3 - 3x$.

D. $y = 2x^4 - 3x^2 + x$.

Câu 17: Trong các hàm số $y = |x+2| - |x-2|$, $y = |2x+1| + \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$, $y = x|x|-2$,

$y = \frac{|x+2015| + |x-2015|}{|x+2015| - |x-2015|}$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

VẬN DỤNG CAO (NẾU CÓ)

Câu 18: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} - x} - 2x^2 - 1$

A. hàm số lẻ.

B. hàm số chẵn.

C. hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

D. hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 19: Tìm điều kiện của tham số để các hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ là hàm số chẵn.

A. a tùy ý, $b = 0$, $c = 0$.

B. a tùy ý, $b = 0$, c tùy ý.

C. a, b, c tùy ý.

D. a tùy ý, b tùy ý, $c = 0$.

Câu 20: Tìm m để hàm số: $y = f(x) = \frac{x^2 - 2 + 2m - 1}{x - 2m + 1}$ là hàm số chẵn.

A. $m = \frac{1}{3}$

B. $m = \frac{1}{2}$

C. $m = 1$

D. $m = -\frac{1}{2}$

Câu 21: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - (m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x + m - 3$ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

A. $m = 3$

B. $m = 4$

C. $m = 1$

D. $m = 2$

Câu 22: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (m^2 - 3m + 2)x^3 + m^2 - 1$ nhận trục tung làm trục đối xứng.

A. $m = 3$

B. $m = 4, m = 3$

C. $m = 1, m = 2$

D. $m = 2$

Câu 23: Biết rằng khi $m = m_0$ thì hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1$ là hàm số lẻ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

B. $m_0 \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$.

C. $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

D. $m_0 \in [3; +\infty)$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -x^3 - 6 & ; x \leq -2 \\ |x| & ; -2 < x < 2 \\ x^3 - 6 & ; x \geq 2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn.

C. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua gốc tọa độ.

D. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua trục hoành.

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

Câu 25: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} - x} - 2x^2 - 1$

Ta có $\sqrt{x^2 + 1} > \sqrt{x^2} = |x| \geq x \Rightarrow \sqrt{x^2 + 1} - x \neq 0$ với mọi x .

Suy ra TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Mặt khác $\sqrt{x^2 + 1} > \sqrt{x^2} = |x| \geq -x \Rightarrow \sqrt{x^2 + 1} + x \neq 0$ do đó

$$f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} + x} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1} - x} - 2x^2 - 1 = 2x\sqrt{x^2 + 1} - 2x^2 - 1$$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $-x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = 2(-x)\sqrt{-x^2 + 1} - 2(-x)^2 - 1 = -2x\sqrt{x^2 + 1} - 2x^2 - 1 = -f(x)$

Do đó $f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} - x} - 2x^2 - 1$ là hàm số lẻ.

Câu 26: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - (m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x + m - 3$ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R} \Rightarrow \forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

Đồ thị hàm số đã cho nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng khi và chỉ khi nó là hàm số lẻ

$$\Leftrightarrow f(-x) = -f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -x^3 - (m^2 - 9)x^2 + (m + 3)(-x) + m - 3 = -[x^3 - (m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x + m - 3]$$

$$= -[x^3 - (m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x + m - 3], \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2(m^2 - 9)x^2 - 2(m + 3)x = 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 = 0 \\ m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

Câu 27: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (m^2 - 3m + 2)x^3 + m^2 - 1$ nhận trục tung làm trục đối xứng.

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R} \Rightarrow \forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

Đồ thị hàm số đã cho nhận trục tung làm trục đối xứng khi và chỉ khi nó là hàm số chẵn

$$\Leftrightarrow f(-x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -x^4 - (m^2 - 3m + 2)(-x)^3 + m^2 - 1 = x^4 - (m^2 - 3m + 2)x^3 + m^2 - 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2(m^2 - 3m + 2)x^3 = 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

4. Dạng 4: Xét sự biến thiên của hàm số trên khoảng cho trước

Phương pháp giải

C1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K . Lấy $x_1, x_2 \in K; x_1 < x_2$, đặt $T = f(x_2) - f(x_1)$

- Hàm số đồng biến trên $K \Leftrightarrow T > 0$.
- Hàm số nghịch biến trên $K \Leftrightarrow T < 0$.

C2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K . Lấy $x_1, x_2 \in K; x_1 \neq x_2$, đặt $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

- Hàm số đồng biến trên $K \Leftrightarrow T > 0$.
- Hàm số nghịch biến trên $K \Leftrightarrow T < 0$.

Lưu ý:

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) thì phương trình $f'(x) = 0$ có tối đa một nghiệm.
- Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trên D thì $f(x) > f(y) \Leftrightarrow x > y$ ($x < y$) và $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y \forall x, y \in D$. Tính chất này được sử dụng nhiều trong các bài toán đại số như giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình và các bài toán cực trị.

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x) = 4 - 3x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

D. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C.

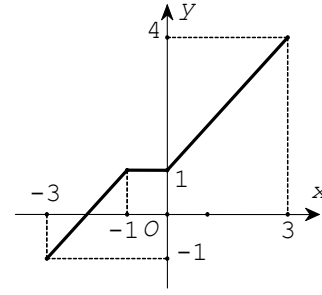
Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $[-3; -1]$ và $[1; 3]$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $[-3; -1]$ và $[1; 4]$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $[-3; 3]$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $[-1; 0]$.



Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 3: Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{3}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- D. Hàm số không đồng biến, cũng không nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số $f(x) = m+1 \cdot x + m-2$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- A. 7.
- B. 5.
- C. 4.
- D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 5: Tìm số nghiệm của phương trình sau $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} = 3$

- A. 1 nghiệm duy nhất.
- B. 2 nghiệm.
- C. 3 nghiệm.
- D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Giải theo tự luận

$$* \text{ ĐKXD: } \begin{cases} 4x+5 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{5}{4} \\ x \geq 1 \end{cases}$$

Suy ra TXĐ: $D = [1; +\infty)$

Với mọi $x_1, x_2 \in [1; +\infty)$, $x_1 \neq x_2$ ta có

$$\begin{aligned}
f x_2 - f x_1 &= \sqrt{4x_2+5} + \sqrt{x_2-1} - \sqrt{4x_1+5} - \sqrt{x_1-1} \\
&= \frac{4x_2-x_1}{\sqrt{4x_2+5} + \sqrt{4x_1+5}} + \frac{x_2-x_1}{\sqrt{x_2-1} + \sqrt{x_1-1}} \\
&= x_2-x_1 \left(\frac{4}{\sqrt{4x_2+5} + \sqrt{4x_1+5}} + \frac{1}{\sqrt{x_2-1} + \sqrt{x_1-1}} \right) \\
\text{Suy ra } \frac{f x_2 - f x_1}{x_2 - x_1} &= \frac{4}{\sqrt{4x_2+5} + \sqrt{4x_1+5}} + \frac{1}{\sqrt{x_2-1} + \sqrt{x_1-1}} > 0
\end{aligned}$$

Nên hàm số $y = \sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1}$ đồng biến trên khoảng $[1; +\infty$.

a) Vì hàm số đã cho đồng biến trên $[1; +\infty$ nên

Nếu $x > 1 \Rightarrow f x > f 1$ hay $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} > 3$

Suy ra phương trình $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} = 3$ vô nghiệm

Nếu $x < 1 \Rightarrow f x < f 1$ hay $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} < 3$

Suy ra phương trình $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} = 3$ vô nghiệm

Với $x = 1$ dễ thấy nó là nghiệm của phương trình đã cho

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 6: Tìm số nghiệm của phương trình sau $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} = \sqrt{4x^2+9} + x$

A. 1 nghiệm duy nhất.

B. 2 nghiệm.

C. 3 nghiệm.

D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

ĐKXD: $x \geq 1$.

Đặt $x^2 + 1 = t, t \geq 1 \Rightarrow x^2 = t - 1$ phương trình trở thành

$$\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} = \sqrt{4t+5} + \sqrt{t-1} \Leftrightarrow f x = f t$$

Nếu $x > t \Rightarrow f x > f t$ hay $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} > \sqrt{4t+5} + \sqrt{t-1}$

Suy ra phương trình đã cho vô nghiệm

Nếu $x < t \Rightarrow f x < f t$ hay $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} < \sqrt{4t+5} + \sqrt{t-1}$

Suy ra phương trình đã cho vô nghiệm

Vậy $f x = f t \Leftrightarrow x = t$ hay $x^2 + 1 = x \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 0$ (vô nghiệm)

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (có chia mức độ)

NHẬN BIẾT.

Câu 1: Cho hàm số $f x = 2x + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

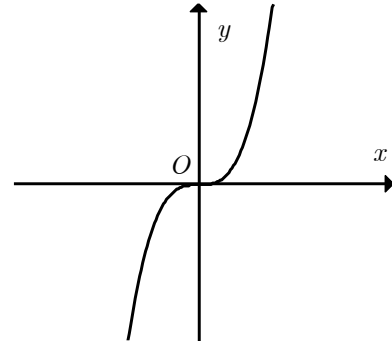
C. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

THÔNG HIỂU.

Câu 2: Cho đồ thị hàm số $y = x^3$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $-\infty; 0$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $0; +\infty$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $-\infty; +\infty$.
- D. Hàm số đồng biến tại gốc tọa độ O .



Câu 3: Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 5$ trên khoảng $-\infty; 2$ và trên khoảng $2; +\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $-\infty; 2$, đồng biến trên $2; +\infty$.
- B. Hàm số đồng biến trên $-\infty; 2$, nghịch biến trên $2; +\infty$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $-\infty; 2$ và $2; +\infty$.
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $-\infty; 2$ và $2; +\infty$.

VẬN DỤNG.

Câu 4: Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên khoảng $1; +\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $1; +\infty$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $1; +\infty$.
- C. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $1; +\infty$.
- D. Hàm số không đồng biến, cũng không nghịch biến trên khoảng $1; +\infty$.

Câu 5: Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$ trên khoảng $-\infty; -5$ và trên khoảng $-5; +\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $-\infty; -5$, đồng biến trên $-5; +\infty$.
- B. Hàm số đồng biến trên $-\infty; -5$, nghịch biến trên $-5; +\infty$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $-\infty; -5$ và $-5; +\infty$.
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $-\infty; -5$ và $-5; +\infty$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-7}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$.
- C. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
- D. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 7: Cho hàm số $y = x^3 + x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
- B. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
- D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \sqrt{x-1} + x^2 - 2x$. Xét sự biến thiên của hàm số đã cho trên $[1; +\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên $[1; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $[1; +\infty)$.
- C. Cả A, B đều đúng.
- D. Cả A, B đều sai.

VẬN DỤNG CAO (NẾU CÓ)

Câu 9: Tìm số nghiệm của phương trình sau $x^3 - x = \sqrt[3]{2x+1} + 1$

A. 1 nghiệm duy nhất. **B.** 2 nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** Vô nghiệm.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^2 + m - 1 x + 2$ nghịch biến trên khoảng $1; 2$.

A. $m < 5$. **B.** $m > 5$. **C.** $m < 3$. **D.** $m > 3$.

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

Câu 11: Tìm số nghiệm của phương trình sau $x^3 - x = \sqrt[3]{2x+1} + 1$

Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$ ta có

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{x_2^3 + x_2 - x_1^3 - x_1}{x_2 - x_1} = x_2^2 + x_1^2 + x_2x_1 + 1 > 0$$

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R}

• Ta có $x^3 - x = \sqrt[3]{2x+1} + 1 \Leftrightarrow x^3 + x = 2x + 1 + \sqrt[3]{2x+1}$

Đặt $\sqrt[3]{2x+1} = y$, phương trình trở thành $x^3 + x = y^3 + y$

Do hàm số $f(x) = x^3 + x$ đồng biến trên \mathbb{R} nên

$$x = y \Rightarrow \sqrt[3]{2x+1} = x \Leftrightarrow x^3 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

5. Dạng 5: Tịnh tiến đồ thị song song với trục tọa độ

Phương pháp giải

Định lý: Cho G là đồ thị của $y = f(x)$ và $p > 0, q > 0$; ta có

Tịnh tiến G lên trên q đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) + q$.

Tịnh tiến G xuống dưới q đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) - q$.

Tịnh tiến G sang trái p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x + p)$.

Tịnh tiến G sang phải p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x - p)$.

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ liên tiếp sang phải hai đơn vị và xuống dưới một đơn vị ta được đồ thị của hàm số nào?

- A.** $y = 2x^2 + 2x + 2$. **B.** $y = x^2 + 4x + 6$. **C.** $y = x^2 + 2x + 2$. **D.** $y = x^2 + 4x + 2$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Giải theo tự luận

Ta tịnh tiến đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ sang trái hai đơn vị ta được đồ thị hàm số $y = (x - 2)^2 + 1$ rồi tịnh tiến lên trên một đơn vị ta được đồ thị hàm số $y = (x - 2)^2 + 2$ hay $y = x^2 - 4x + 6$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = x^2 + 4x + 6$.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 2: Nêu cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = -2x^2$ để được đồ thị hàm số $y = -2x^2 - 6x + 3$.

A. Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y = -2x^2$ đi sang bên trái $\frac{1}{2}$ đơn vị và lên trên đi $\frac{5}{2}$ đơn vị.

B. Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y = -2x^2$ đi sang bên phải $\frac{3}{2}$ đơn vị và xuống dưới đi $\frac{15}{2}$ đơn vị.

C. Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y = -2x^2$ đi sang bên trái $\frac{3}{4}$ đơn vị và xuống dưới đi $\frac{15}{4}$ đơn vị.

D. Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y = -2x^2$ đi sang bên trái $\frac{3}{2}$ đơn vị và lên trên đi $\frac{15}{2}$ đơn vị.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

$$\text{Ta có } -2x^2 - 6x + 3 = -2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{15}{2}$$

Do đó tịnh tiến đồ thị hàm số $y = -2x^2$ để được đồ thị hàm số $y = -2x^2 - 6x + 3$ ta làm như sau

Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y = -2x^2$ đi sang bên trái $\frac{3}{2}$ đơn vị và lên trên đi $\frac{15}{2}$ đơn vị.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 3: Bằng phép tịnh tiến, đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-2}$ được suy ra từ đồ thị $y = \frac{x+1}{x-1}$ như thế nào?

A. Tịnh tiến sang phải 1 đơn vị.

B. Tịnh tiến sang trái 1 đơn vị.

C. Tịnh tiến lên trên 1 đơn vị.

D. Tịnh tiến xuống dưới 1 đơn vị.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Giải theo tự luận

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{x}{x-2}, \text{ ta có } f(x) = \frac{x}{x-2} = \frac{(x-1)+1}{(x-1)-1} = f(x-1).$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-2}$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ bằng cách tịnh tiến sang phải 1 đơn vị.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (có chia mức độ)

NHẬN BIẾT.

Câu 1: Cho G là đồ thị của $y = f(x)$ và $p > 0, q > 0$; chọn khẳng định sai.

A. Tịnh tiến G lên trên q đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) + q$.

B. Tịnh tiến G xuống dưới q đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) + q$.

C. Tịnh tiến G sang trái p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) + p$.

D. Tịnh tiến G sang phải p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) - p$.

THÔNG HIỂU.

Câu 2: Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ liên tiếp sang trái 2 đơn vị và xuống dưới $\frac{1}{2}$ đơn vị ta được đồ thị của hàm số nào?

A. $y = -x^2 + 2 + 1$

B. $y = -x^2 + 2 + 2$

C. $y = -x^2 + \frac{1}{2}$

D. $y = -x^2 + \frac{5}{2}$

VẬN DỤNG.

Câu 3: Nêu cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ để được đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$.

A. Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ đi sang bên phải 1 đơn vị và lên trên đi 2 đơn vị.

B. Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ đi sang bên trái 1 đơn vị và xuống dưới đi 2 đơn vị.

C. Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ đi sang bên trái 2 đơn vị và lên trên đi 1 đơn vị.

D. Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ đi sang bên trái 1 đơn vị và lên trên đi 5 đơn vị.

Câu 4: Bằng phép tịnh tiến, đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 17x + 70}{x + 6}$ được suy ra từ đồ thị $y = \frac{x^2}{x - 2}$ như thế nào?

A. Tịnh tiến sang trái 8 đơn vị, sau đó tiếp tục tịnh tiến lên trên 1 đơn vị.

B. Tịnh tiến sang trái 1 đơn vị, sau đó tiếp tục tịnh tiến lên trên 8 đơn vị.

C. Tịnh tiến sang phải 1 đơn vị, sau đó tiếp tục tịnh tiến xuống dưới 8 đơn vị.

D. Tịnh tiến sang phải 8 đơn vị, sau đó tiếp tục tịnh tiến xuống dưới 1 đơn vị.

VẬN DỤNG CAO (NẾU CÓ)

...

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

6. Dạng 6: Xác định hàm số

Phương pháp giải

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x) = 2x - 7$. Xác định hàm số $f(x+3)$.

A. $f(x+3) = 2x - 1$. B. $f(x+3) = 2x + 1$. C. $f(x+3) = x - 1$. D. $f(x+3) = 2x - 4$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 2: Cho hàm số $f(x) = 2x - 4$, $g(x) = x^2 + 13$. Hãy xác định hàm số $f(g(x))$, $g(f(x))$.

A. $f(g(x)) = 2x^2 + 22$, $g(f(x)) = 4x^2 - 16x + 29$.

B. $f(g(x)) = 4x^2 - 16x + 29$, $g(f(x)) = 2x^2 + 22$.

C. $f(g(x)) = 4x^2 - x + 2$, $g(f(x)) = x^2 + 2$.

D. $f(g(x)) = 16x + 29$, $g(f(x)) = x^2 + 22$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 3: Xác định hàm số $f(x)$ biết $f(x-1) = x^2 - 3x + 3$.

A. $f(x) = x^2 - x + 1$. B. $f(x) = x^2 - x - 1$. C. $f(x) = x^2 - x$. D. $f(x) = x^2 - x + 3$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

Ví dụ 4: Xác định hàm số $f(x)$ biết $2f(x) - f(-x) = x^4 - 12x^3 + 4$.

A. $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4$.

B. $f(x) = x^4 - x^3 + 4$.

C. $f(x) = x^4 - 4x^3 - 4$.

D. $f(x) = x^4 - 10x^3 + 4$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

Thay x bằng $-x$ ta được $2f(-x) - f(x) = (-x)^4 - 12(-x)^3 + 4 = x^4 + 12x^3 + 4$. Ta có hệ

$$\begin{cases} 2f(x) - f(-x) = x^4 - 12x^3 + 4 \\ 2f(-x) - f(x) = x^4 + 12x^3 + 4 \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4$.

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

**B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (có chia mức độ)
NHẬN BIẾT.**

THÔNG HIỂU.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 3x - 2$. Xác định hàm số $f(x - 2)$.

A. $f(x - 2) = 3x - 8$.

B. $f(x - 2) = 3x - 4$.

C. $f(x - 2) = 3x - 6$.

D. $f(x - 2) = 3x$.

VẬN DỤNG.

Câu 2: Xác định hàm số $f(x)$ biết $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$.

A. $f(x) = x^2 - 2$.

B. $f(x) = x^2 + 2$.

C. $f(x) = x^2 - x$.

D. $f(x) = x^2 - x + 3$.

Câu 3: Xác định hàm số $f(x)$ biết $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = x + 3, \forall x \neq 1$.

A. $f(x) = \frac{4x-2}{x-1}$.

B. $f(x) = \frac{4x+2}{x-1}$.

C. $f(x) = \frac{4x+2}{x+1}$.

D. $f(x) = \frac{4x-2}{x+1}$.

VẬN DỤNG CAO (NẾU CÓ)

Câu 4: Xác định hàm số $f(x)$ biết $f(x) - xf(-x) = x + 1$.

A. $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 1}{1 + x^2}$.

B. $f(x) = x^2 + 1$.

C. $f(x) = x - 4$.

D. $f(x) = x^4 - 2x^2$.

Câu 5: Xác định hàm số $f(x)$ biết $f\left(\frac{x-1}{x}\right) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x, \forall x \neq \{0; 1\}$.

A. $f(x) = \frac{3x-2}{3x(x-1)}$.

B. $f(x) = \frac{3x-2}{3(x-1)}$.

C. $f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$.

D. $f(x) = \frac{3x-2}{x(x-1)}$.

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

...

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

III – ĐỀ KIỂM TRA CUỐI BÀI

- Hình thức: Trắc nghiệm 100%
- Số lượng câu hỏi: 25

Câu 1: Nội dung
A. Nội dung. B. Nội dung. C. Nội dung. D. Nội dung.

Câu 2: Nội dung
A. B.
C. D.

Câu 3: Nội dung
A.
B.
C.
D.
...

----- Hết-----

**Bảng đáp án đề kiểm tra
Hướng dẫn giải các câu VD – VDC**

Khi soạn bài các thầy cô cố gắng đầu tư thời gian và công sức để phân loại và đưa vào đa dạng các ví dụ khác nhau với các giả thiết khác nhau để làm sao chúng ta có 1 tài liệu hay nhất.