

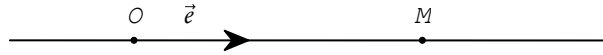
BÀI 4: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

I – LÝ THUYẾT

1. Trục và độ dài đại số trên trục

a) Định nghĩa

- Trục tọa độ (hay gọi tắt là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O gọi là điểm gốc và một vectơ đơn vị \vec{e} .
- Điểm O gọi là gốc tọa độ.
- Hướng của vectơ đơn vị là hướng của trục.
- Ta kí hiệu trục đó là $(O; \vec{e})$.



b) Cho M là một điểm tùy ý trên trục $(O; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất một số k sao cho $\overline{OM} = k\vec{e}$. Ta gọi số k đó là tọa độ của điểm M đối với trục đã cho.

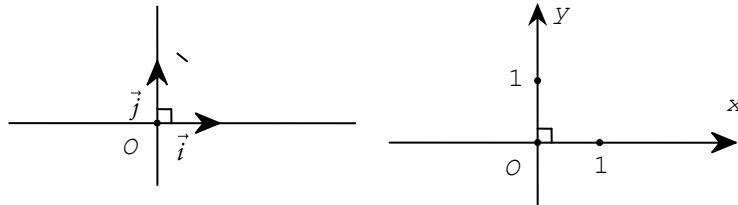
c) Cho hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất số a sao cho $\overline{AB} = a\vec{e}$. Ta gọi số a là độ dài đại số của vectơ \overline{AB} đối với trục đã cho và kí hiệu $a = \overline{AB}$.

Nhận xét.

- Nếu \overline{AB} cùng hướng với \vec{e} thì $\overline{AB} = AB$, còn nếu \overline{AB} ngược hướng với \vec{e} thì $\overline{AB} = -AB$.
- Nếu hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{e})$ có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB} = b - a$.

2. Hệ trục tọa độ

a) **Định nghĩa.** Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ gồm hai trục $(O; \vec{i})$ và $(O; \vec{j})$ vuông góc với nhau. Điểm gốc O chung của hai trục gọi là gốc tọa độ. Trục $(O; \vec{i})$ được gọi là trục hoành và kí hiệu là Ox , trục $(O; \vec{j})$ được gọi là trục tung và kí hiệu là Oy . Các vectơ \vec{i} và \vec{j} là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy và $|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$. Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ còn được kí hiệu là Oxy .



Mặt phẳng mà trên đó đã cho một hệ trục tọa độ Oxy còn được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy hay gọi tắt là mặt phẳng Oxy .

b) Tọa độ của vectơ

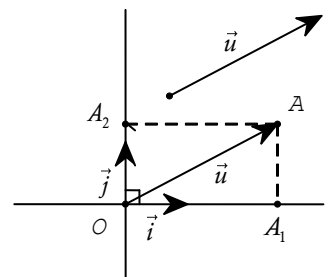
Trong mặt phẳng Oxy cho một vectơ \vec{u} tùy ý. Vẽ $\overline{OA} = \vec{u}$ và gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của vuông góc của A lên Ox và Oy . Ta có $\overline{OA} = \overline{OA_1} + \overline{OA_2}$ và cặp số duy nhất $(x; y)$ để $\overline{OA_1} = x\vec{i}, \overline{OA_2} = y\vec{j}$. Như vậy $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

Cặp số $x; y$ duy nhất đó được gọi là tọa độ của vectơ \vec{u} đối với hệ tọa độ Oxy và viết $\vec{u} = (x; y)$ hoặc $\vec{u}(x; y)$. Số thứ nhất x gọi là hoành độ, số thứ hai y gọi là tung độ của vectơ \vec{u} .

Như vậy

$$\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Nhận xét. Từ định nghĩa tọa độ của vectơ, ta thấy hai vectơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng



nhau.

$$\text{Nếu } \vec{u} = (x; y) \text{ và } \vec{u}' = (x'; y') \text{ thì } \vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

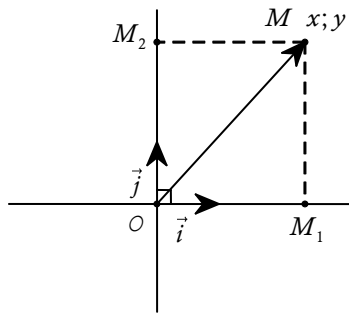
Như vậy, mỗi vectơ được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó.

c) Tọa độ của một điểm

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho một điểm M tùy ý. Tọa độ của vectơ \overrightarrow{OM} đối với hệ trục Oxy được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ trục đó.

Như vậy, cặp số $(x; y)$ là tọa độ của điểm M khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = (x; y)$. Khi đó ta viết $M(x; y)$ hoặc $M(x; y)$. Số x được gọi là hoành độ, còn số y được gọi là tung độ của điểm M . Hoành độ của điểm M còn được kí hiệu là x_M , tung độ của điểm M còn được kí hiệu là y_M .

$$M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$



Chú ý rằng, nếu $MM_1 \perp Ox$, $MM_2 \perp Oy$ thì $x = \overline{OM_1}$, $y = \overline{OM_2}$.

d) Liên hệ giữa tọa độ của điểm và tọa độ của vectơ trong mặt phẳng

Cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

3. Tọa độ của các vectơ $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $k\vec{u}$

Ta có các công thức sau:

$$\text{Cho } \vec{u} = (u_1; u_2), \vec{v} = (v_1; v_2)$$

Khi đó:

- $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + u_2; v_1 + v_2)$;
- $\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - u_2; v_1 - v_2)$;
- $k\vec{u} = (k u_1; k u_2)$, $k \in \mathbb{R}$.

Nhận xét. Hai vectơ $\vec{u} = u_1; u_2$, $\vec{v} = v_1; v_2$ với $\vec{v} \neq \vec{0}$ cùng phương khi và chỉ khi có một số k sao cho $u_1 = k v_1$ và $u_2 = k v_2$.

4. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm của tam giác

a) Cho đoạn thẳng AB có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Ta dễ dàng chứng minh được tọa độ trung điểm $I(x_I; y_I)$ của đoạn thẳng AB là

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

b) Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Khi đó tọa độ của trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC được tính theo công thức

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}.$$

II – DẠNG TOÁN

1. Dạng 1: Tìm tọa độ của một điểm; tọa độ vectơ; độ dài đại số của vectơ và chứng minh hệ thức liên quan trên trục $(O; \vec{i})$

❖ Phương pháp giải.

Sử dụng các kiến thức cơ bản sau:

- Trên trục (O, \vec{i}) , điểm M có tọa độ $a \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a\vec{i}$
- Trên trục (O, \vec{i}) , vectơ \vec{u} có tọa độ $a \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a\vec{i}$
- Vectơ \overrightarrow{AB} có độ dài đại số là $m = \overline{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = m\vec{i}$
- Nếu a, b lần lượt là tọa độ của A, B thì $\overline{AB} = b - a$
- Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là: $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$
- Các tính chất:
 - + $\overline{AB} = -\overline{BA}$
 - + $\overline{AB} = \overline{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
 - + $\forall A; B; C \in (O; \vec{i}) : \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Trên trục tọa độ $(O; \vec{i})$ cho 2 điểm A, B có tọa độ lần lượt là $-2; 1$. Tọa độ của vectơ \overrightarrow{AB} là:

A. -3 .

B. 3 .

C. 1 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = 1 - (-2) = 3 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = 3\vec{i}$.

Ví dụ 2: Trên trục tọa độ $(O; \vec{i})$ cho 2 điểm A, B có tọa độ lần lượt 3 và -5 . Tọa độ trung điểm I của AB là:

A. 4 .

B. -4 .

C. 1 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn D.

Tọa độ điểm I là: $x_I = \frac{3 + (-5)}{2} = -1$.

Ví dụ 3: Trên trục $(O; \vec{i})$ cho 3 điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $a; b; c$. Tìm điểm I sao cho

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$$

A. $\frac{a+b+c}{2}$.

B. $\frac{a+b+c}{3}$.

C. $\frac{a-b+c}{3}$.

D. $\frac{a-b-c}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi điểm I có tọa độ là x .

$$\overrightarrow{IA} = a - x \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (a - x)\vec{i};$$

$$\overrightarrow{IB} = b - x \Rightarrow \overrightarrow{IB} = (b - x)\vec{i};$$

$$\overrightarrow{IC} = c - x \Rightarrow \overrightarrow{IC} = (c - x)\vec{i};$$

$$\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow (a+b+c-3x)\vec{i} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow a+b+c-3x=0 \Rightarrow x = \frac{a+b+c}{3}.$$

Ví dụ 4: Trên trục $(O; \vec{i})$, cho ba điểm A, B, C lần lượt có tọa độ là $-5; 2; 4$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $2\vec{MA} + 4\vec{MB} + 3\vec{MC} = \vec{0}$.

A. $\frac{10}{3}$.

B. $-\frac{10}{3}$.

C. $\frac{10}{9}$.

D. $\frac{9}{10}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi điểm M có tọa độ là x .

$$\vec{MA} = -5 - x \Rightarrow \vec{MA} = (-5 - x)\vec{i};$$

$$\vec{MB} = 2 - x \Rightarrow \vec{MB} = (2 - x)\vec{i};$$

$$\vec{MC} = 4 - x \Rightarrow \vec{MC} = (4 - x)\vec{i};$$

$$2\vec{MA} + 4\vec{MB} + 3\vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow (-10 - 2x)\vec{i} + (8 - 4x)\vec{i} + (12 - 3x)\vec{i} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow 10 - 9x = 0 \Rightarrow x = \frac{10}{9}.$$

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Trên trục $(O; \vec{i})$, cho ba điểm A, B lần lượt có tọa độ là $2; -6$. Tìm tọa độ điểm I sao cho

$$\vec{IA} = -3\vec{IB}.$$

A. 4.

B. -4.

C. 5.

D. -10.

Câu 2: Trên trục $(O; \vec{i})$, cho ba điểm M, N lần lượt có tọa độ là $-2; 3$. Độ dài đại số của \vec{MN} là:

A. 5.

B. -5.

C. 1.

D. -1.

2. DẠNG 2: Tìm tọa độ điểm, tọa độ vector trên mặt phẳng Oxy .

❖ Phương pháp giải.

- Để tìm tọa độ của vector \vec{a} ta làm như sau

Dựng vector $\vec{OM} = \vec{a}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên Ox, Oy . Khi đó $\vec{a}(a_1; a_2)$ với $a_1 = \vec{OH}, a_2 = \vec{OK}$

- Để tìm tọa độ điểm A ta đi tìm tọa độ vector \vec{OA}
- Nếu biết tọa độ hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ suy ra tọa độ \vec{AB} được xác định theo công

thức $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

Chú ý: $\vec{OH} = OH$ nếu H nằm trên tia Ox (hoặc Oy) và $\vec{OH} = -OH$ nếu H nằm trên tia đối tia Ox (hoặc Oy).

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(x; y)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục hoành?

A. $M_1(x; -y)$.

B. $M_1(-x; y)$.

C. $M_1(-x; -y)$.

D. $M_1(x; y)$.

Lời giải

Chọn A.

M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x; -y)$.

Ví dụ 2: Vector $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo hai vector đơn vị như thế nào?

- A. $\vec{a} = -4\vec{i} + \vec{j}$. B. $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j}$. C. $\vec{a} = -4\vec{j}$. D. $\vec{a} = -4\vec{i}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} = (-4; 0) \Rightarrow \vec{a} = -4\vec{i} + 0\vec{j} = -4\vec{i}$.

Ví dụ 3: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-1; 2)$ đối nhau.
 B. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; -1)$ đối nhau.
 C. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; 1)$ đối nhau.
 D. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 1)$ đối nhau.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u} = (2; -1) = -(-2; 1) = -\vec{v} \Rightarrow \vec{u}$ và \vec{v} đối nhau.

Ví dụ 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ tâm I và có $A(1; 3)$. Biết điểm B thuộc trục Ox và \vec{BC} cùng hướng với \vec{i} . Tìm tọa độ các vector \vec{AC} ?

- A. $(-3; 3)$. B. $(3; 3)$. C. $(3; -3)$. D. $(3; 0)$.

Lời giải

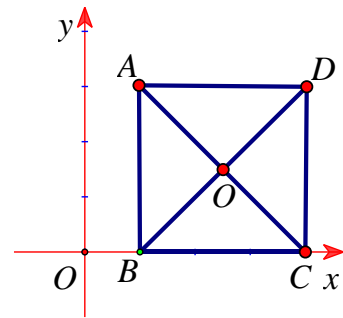
Chọn C.

Từ giả thiết ta xác định được hình vuông trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ bên.

Vì điểm $A(1; 3)$ suy ra $AB = 3, OB = 1$

Do đó $B(1; 0), C(4; 0), D(4; 3)$

Vậy $\vec{AC} = (3; -3)$.



Ví dụ 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho hình thoi $ABCD$

cạnh a

và $\angle BAD = 60^\circ$. Biết A trùng với gốc tọa độ O ; C thuộc trục Ox và $x_B \geq 0, y_B \geq 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C của hình thoi $ABCD$.

- A. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0)$. B. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0)$.
 C. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C\left(a\sqrt{3}; \frac{a}{2}\right)$. D. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right), C\left(a\sqrt{3}; -\frac{a}{2}\right)$.

Lời giải

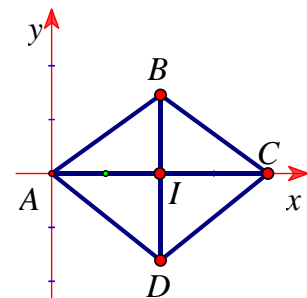
Chọn A.

Từ giả thiết ta xác định được hình thoi trên mặt phẳng tọa độ Oxy

Gọi I là tâm hình thoi ta có $BI = AB \sin \angle BAI = a \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$

$$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra $A(0; 0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$.



B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(2; -3)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục tung?

- A. $M(-3; 2)$. B. $M(-2; 3)$. C. $M(-2; -3)$. D. $M(2; 3)$.

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , \vec{i} cùng hướng với \vec{OC} , \vec{j} cùng hướng \vec{OA} . Tìm tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC .

$$A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), B\left(-\frac{a}{2}; 0\right), C\left(\frac{a}{2}; 0\right)$$

Câu 5: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , \vec{i} cùng hướng với \vec{OC} , \vec{j} cùng hướng \vec{OA} . Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Lời giải

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều trùng với trọng tâm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$

Câu 6: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8$, $BD = 6$. Biết \vec{OC} và \vec{i} cùng hướng, \vec{OB} và \vec{j} cùng hướng. Tính tọa độ trọng tâm tam giác ABC

Lời giải

$$A(-4; 0), C(4; 0), B(0; 3), D(0; -3) \Rightarrow G(0; 1)$$

Câu 7: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AD = 4$ và chiều cao ứng với cạnh $AD = 3$, $\angle BAD = 60^\circ$. Chọn hệ trục tọa độ $(A; \vec{i}, \vec{j})$ sao cho \vec{i} và \vec{AD} cùng hướng, $y_B > 0$. Tìm tọa độ các vectơ $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}$ và \vec{AC}

Câu 8: Cho lục giác đều $ABCDEF$. Chọn hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, trong đó O là tâm lục giác đều, \vec{i} cùng hướng với \vec{OD} , \vec{j} cùng hướng \vec{EC} . Tính tọa độ các đỉnh lục giác đều, biết cạnh của lục giác là 6.

Lời giải

$$\text{ĐS: } A(-6; 0), D(6; 0), B(-3; 3\sqrt{3}),$$

$$C(3; 3\sqrt{3}), F(-3; -3\sqrt{3}), E(3; -3\sqrt{3})$$

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

DẠNG 3: Xác định tọa độ điểm, vectơ liên quan đến biểu thức dạng $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$

❖ **Phương pháp.**

- Dùng công thức tính tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$
- Với $\vec{u} = (x; y); \vec{u}' = (x'; y')$ và số thực k , khi đó $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$ và $k\vec{u} = (kx; ky)$

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Trong hệ trục $(O; \vec{i}; \vec{j})$, tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

- A. $(-1; 1)$. B. $(1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \vec{i} + \vec{j} = (1; 0) + (0; 1) = (1; 1)$$

Ví dụ 2: Cho $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (1; 6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ ngược hướng.

B. \vec{u} , \vec{v} cùng phương.

C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng.

D. $2\vec{u} + \vec{v}$, \vec{v} cùng phương.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (4; 4)$ và $\vec{u} - \vec{v} = (2; -8)$.

Xét tỉ số $\frac{4}{-4} \neq \frac{4}{4} \rightarrow \vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ không cùng phương. Loại A

Xét tỉ số $\frac{3}{1} \neq \frac{-2}{6} \rightarrow \vec{u}$, \vec{v} không cùng phương. Loại B

Xét tỉ số $\frac{2}{6} = \frac{-8}{-24} = \frac{1}{3} > 0 \rightarrow \vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng.

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; 3)$, $B(4; 0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là

A. $M(4; 0)$.

B. $M(5; 3)$.

C. $M(0; 4)$.

D. $M(0; -4)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_M - 1) + (4 - 1) = 0 \\ 3(y_M - 3) + (0 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0; 4).$$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3; 3)$, $B(1; 4)$, $C(2; -5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM}$ là:

A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$.

B. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$.

C. $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$.

D. $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3 - x_M) - (2 - 1) = 4(x_M - 2) \\ 2(3 - y_M) - (-5 - 4) = 4(y_M + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{6} \\ y_M = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right).$$

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 9: Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vec tơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ nếu:

A. $x = 3$.

B. $x = -15$.

C. $x = 15$.

D. $x = 5$.

Câu 10: Cho $\vec{a} = (0; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$, $\vec{c} = (-3; -2)$. Tọa độ của $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$:

A. $(10; -15)$.

B. $(15; 10)$.

C. $(10; 15)$.

D. $(-10; 15)$.

Câu 11: Cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ và $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Tìm phát biểu sai:

A. $|\vec{a}| = 5$.

B. $|\vec{b}| = 0$.

C. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$.

D. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; 3)$, $B(4; 0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là

A. $M(4; 0)$.

B. $M(5; 3)$.

C. $M(0; 4)$.

D. $M(0; -4)$.

Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 2)$, $B(-2; 3)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

A. $I(1;2)$. B. $I\left(1;\frac{2}{5}\right)$. C. $I\left(-1;\frac{8}{3}\right)$. D. $I(2;-2)$.

Câu 14: Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overline{AD} = -3\overline{AB}$ là:

A. $(4;-6)$. B. $(2;0)$. C. $(0;4)$. D. $(4;6)$.

Câu 15: Cho $\vec{a} = (-5;0)$, $\vec{b} = (4;x)$. Hai vectơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương nếu số x là:

A. -5 . B. 4 . C. -1 . D. 0 .

DẠNG 4: Xác định tọa độ các điểm của một hình.

❖ **Phương pháp.**

Dựa vào tính chất của hình và sử dụng công thức

+ M là trung điểm đoạn thẳng AB suy ra $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$, $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

+ G trọng tâm tam giác ABC suy ra $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$, $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$

+ $\vec{u}(x; y) = \vec{u}'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

A. $G(-3;-3)$. B. $G\left(\frac{9}{2};\frac{9}{2}\right)$. C. $G(9;9)$. D. $G(3;3)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\begin{cases} x_G = \frac{3+1+5}{3} = 3 \\ y_G = \frac{5+2+2}{3} = 3 \end{cases} \longrightarrow G(3;3)$.

Ví dụ 2: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $C(-1;-7)$. B. $C(2;-2)$. C. $C(-3;-5)$. D. $C(1;7)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $C(x;y)$.

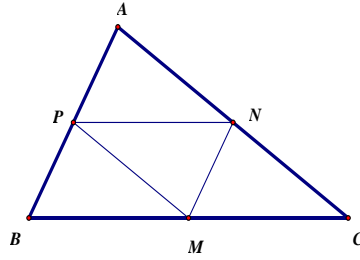
Vì O là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \frac{-2+3+x}{3} = 0 \\ \frac{2+5+y}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases}$.

Ví dụ 3: Cho $M(2;0)$, $N(2;2)$, $P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của ΔABC . Tọa độ B là:

A. $(1;1)$. B. $(-1;-1)$. C. $(-1;1)$. D. $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $BPNM$ là hình bình hành nên $\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = 2 + (-1) \\ y_B + 2 = 0 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}$.

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1), N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là

A. $(0; 4)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0; y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

G là trọng tâm tam giác MNP nên ta có: $\begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

Vậy $P(0; 4)$.

Ví dụ 5: Cho tam giác ABC với $AB=5$ và $AC=1$. Tính tọa độ điểm D là của chân đường phân giác trong góc A , biết $B(7; -2), C(1; 4)$.

A. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right)$.

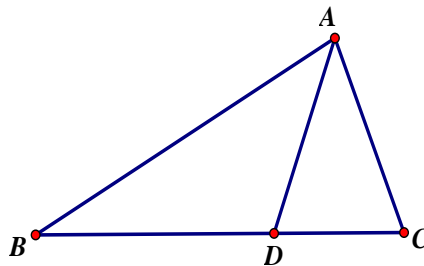
B. $(2; 3)$.

C. $(2; 0)$.

D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.



Theo tính chất đường phân giác: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = 5 \Rightarrow DB = 5DC \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -5\overrightarrow{DC}$.

Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DB} = (7-x; -2-y); \overrightarrow{DC} = (1-x; 4-y)$.

Suy ra: $\begin{cases} 7-x = -5(1-x) \\ -2-y = -5(4-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$.

Vậy $D(2; 3)$.

Ví dụ 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; -1), B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Xác định tọa độ các điểm C, D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa tâm O của hình bình hành $ABCD$.

A. $O\left(3; -\frac{7}{2}\right)$

B. $O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$

C. $O\left(-2; -\frac{5}{2}\right)$

D. $O\left(2; \frac{5}{2}\right)$

Lời giải

Chọn B.

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow x_C = 3x_I - x_A - x_B = 1$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{2} \Rightarrow y_C = 3y_I - y_A - y_B = -4$$

Suy ra $C(1; -4)$

Tứ giác ABCD là hình bình hành suy ra

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - 3 = 1 - x_D \\ 2 + 1 = -4 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(5; -7)$$

Điểm O của hình bình hành ABCD suy ra O là trung điểm AC do đó

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = 2, y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$$

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Câu 16:** Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:

A. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

B. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$.

D. $(1; -1)$.

Câu 17: Cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O, hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2;2)$; $B(3;5)$. Tọa độ của đỉnh C là:

A. $(1;7)$.

B. $(-1; -7)$.

C. $(-3; -5)$.

D. $(2; -2)$.

Câu 18: Tam giác ABC có $C(-2; -4)$, trọng tâm $G(0;4)$, trung điểm cạnh BC là $M(2;0)$. Tọa độ A và B là:

A. $A(4;12), B(4;6)$.

B. $A(-4; -12), B(6;4)$.

C. $A(-4;12), B(6;4)$.

D. $A(4; -12), B(-6;4)$.

Câu 19: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $C(-2; -4)$, trọng tâm $G(0;4)$ và trung điểm cạnh BC là $M(2;0)$. Tổng hoành độ của điểm A và B là

A. -2.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy, cho $B(5; -4), C(3;7)$. Tọa độ của điểm E đối xứng với C qua B là

A. $E(1;18)$.

B. $E(7;15)$.

C. $E(7; -1)$.

D. $E(7; -15)$.

Câu 21: Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(2;4), B(-1;4), C(-5;1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác ABCD là hình bình hành là:

A. $D(-8;1)$.

B. $D(6;7)$.

C. $D(-2;1)$.

D. $D(8;1)$.

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy, gọi B', B'' và B''' lần lượt là điểm đối xứng của $B(-2;7)$ qua trục Ox, Oy và qua gốc tọa độ O. Tọa độ của các điểm B', B'' và B''' là:

A. $B'(-2; -7), B''(2;7)$ và $B'''(2; -7)$.

B. $B'(-7;2), B''(2;7)$ và $B'''(2; -7)$.

C. $B'(-2; -7), B''(2;7)$ và $B'''(-7; -2)$.

D. $B'(-2; -7), B''(7;2)$ và $B'''(2; -7)$.

Câu 23: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(0;3)$, $D(2;1)$ và $I(-1;0)$ là tâm của hình chữ nhật. Tìm tọa độ trung điểm của cạnh BC .

- A. $(1;2)$. B. $(-2;-3)$. C. $(-3;-2)$. D. $(-4;-1)$.

DẠNG 5: Bài toán liên quan đến sự cùng phương của hai vectơ. Phân tích một vectơ qua hai vectơ không cùng phương.

❖ Phương pháp.

- Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$. Vectơ \vec{u}' cùng phương với vectơ \vec{u} ($\vec{u} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k sao cho $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$

Chú ý: Nếu $xy \neq 0$ ta có \vec{u}' cùng phương $\vec{u} \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$

- Để phân tích $\vec{c}(c_1; c_2)$ qua hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ không cùng phương, ta giả sử $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Khi đó ta quy về giải hệ phương trình $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho $A(1;2)$, $B(-2;6)$. Điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng thì tọa độ điểm M là:

- A. $(0;10)$. B. $(0;-10)$. C. $(10;0)$. D. $(-10;0)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi \overline{AB} cùng phương với \overline{AM}

Ta có $\overline{AB} = (-3; 4)$, $\overline{AM} = (-1; y-2)$. Do đó, \overline{AB} cùng phương với

$$\overline{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4} \Rightarrow y = 10. \text{ Vậy } M(0; 10).$$

Ví dụ 2: Cho các vectơ $\vec{a} = (4; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vectơ \vec{b} theo hai vectơ \vec{a} và \vec{c} , ta được:

- A. $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. B. $\vec{b} = \frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. C. $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} - 4\vec{c}$. D. $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{c}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Giả sử } \vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1; -1)$, $B(2; 2-2m)$, $C(m+3; 3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = (3-m; 3-2m)$, $\overline{AC} = (4; 4)$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi \overrightarrow{AB} cùng phương với \overrightarrow{AC}

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4} = \frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m=0.$$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3)$, $B(-3;6)$, $C(1;-2)$. Xác định điểm D trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, D thẳng hàng.

- A. $E(5;-10)$. B. $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ C. $E\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $E(5;10)$.

Lời giải

Chọn B.

Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3; y-6)$, $\overrightarrow{EC}(1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Ví dụ 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD .

- A. $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$. B. $\left(\frac{2}{3}; -3\right)$. C. $\left(3; -\frac{2}{3}\right)$. D. $\left(3; \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I(x; y)$ là giao điểm AC và BD suy ra $\overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AC}$ cùng phương và $\overrightarrow{BI}; \overrightarrow{BD}$ cùng phương

Mặt khác

$$\overrightarrow{AI} = (x; y-1), \overrightarrow{AC} = (2; 6) \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x-2y = -2 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BI} = (x-1; y-3), \overrightarrow{BD} = (-1; 0) \text{ suy ra } y=3 \text{ thế vào (1) ta có } x = \frac{2}{3}$$

Vậy $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$ là điểm cần tìm.

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 24: Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

- A. Hai vec tơ $\vec{u} = (4; 2)$ và $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương.
B. Hai vec tơ $\vec{a} = (-5; 0)$ và $\vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng.
C. Hai vec tơ $\vec{a} = (6; 3)$ và $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.
D. Vec tơ $\vec{c} = (7; 3)$ là vec tơ đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.

Câu 25: Cho 4 điểm $A(1;-2)$, $B(0;3)$, $C(-3;4)$, $D(-1;8)$. Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

- A. A, B, C . B. B, C, D . C. A, B, D . D. A, C, D .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AD}(-2;10), \overrightarrow{AB}(-1;5) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow 3$ điểm A, B, D thẳng hàng.

Câu 26: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3), B(-3;6), C(1;-2)$. Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$.

A. $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ **B.** $E\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ **C.** $E\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ **D.** $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Câu 27: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3), B\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), C(1;-2), D(15;0)$. Xác định giao điểm I hai đường thẳng BD và AC .

A. $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **B.** $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **C.** $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **D.** $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 28: Cho ba điểm $A(-1;-1), B(0;1), C(3;0)$. Xác định tọa độ điểm D biết D thuộc đoạn thẳng BC và $2BD = 5DC$.

A. $\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$ **B.** $\left(-\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$ **C.** $\left(\frac{2}{7}; \frac{15}{7}\right)$ **D.** $\left(\frac{15}{7}; -\frac{2}{7}\right)$

Câu 29: Cho tam giác ABC có $A(3;4), B(2;1), C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.

A. $M_1(0;1), M_2(3;2)$ **B.** $M_1(1;0), M_2(3;2)$.
C. $M_1(1;0), M_2(2;3)$ **D.** $M_1(0;1), M_2(2;3)$.

Câu 30: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$ và tâm $I(1;1)$. Biết điểm $K(-1;2)$ nằm trên đường thẳng AB và điểm D có hoành độ gấp đôi tung độ. Tìm các đỉnh B, D của hình bình hành.

A. $B(2;1), D(0;1)$ **B.** $B(0;1); D(4;-1)$.
C. $B(0;1); D(2;1),$ **D.** $B(2;1), D(4;-1)$.

C. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

Câu 26: Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$
Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3; y-6), \overrightarrow{EC}(1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

Câu 27: Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của BD và AC .

Do đó $\overrightarrow{DI}(x-15; y), \overrightarrow{DB}\left(-\frac{46}{3}; \frac{2}{3}\right)$ cùng phương suy ra

$$\frac{3(x-15)}{-46} = \frac{3y}{2} \Rightarrow x+23y-15=0 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AI}(x-6; y-3), \overrightarrow{AC}(-5; -5) \text{ cùng phương suy ra } \frac{x-6}{-5} = \frac{y-3}{-5} \Rightarrow x-y-3=0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{7}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$

Vậy giao điểm hai đường thẳng BD và AC là $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 28: Ta có $2\overline{BD} = 5\overline{DC}$, $\overline{BD}(x_D; y_D - 1)$, $\overline{DC}(3 - x_D; -y_D)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} 2x_D = 5(3 - x_D) \\ 2(y_D - 1) = 5(-y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{15}{7} \\ y_D = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right).$$

Câu 29: Ta có $S_{ABC} = 3S_{ABM} \Leftrightarrow BC = 3BM \Rightarrow \overline{BC} = \pm 3\overline{BM}$

Gọi $M(x; y) \Rightarrow \overline{BM}(x - 2; y - 1)$; $\overline{BC}(-3; -3)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -3 = 3(x - 2) \\ -3 = 3(y - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} -3 = -3(x - 2) \\ -3 = -3(y - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn $M_1(1; 0)$, $M_2(3; 2)$.

Câu 30: I là trung điểm AC nên $C(4; -1)$

Gọi $D(2a; a) \Rightarrow B(2 - 2a; 2 - a)$

$\overline{AK}(1; -1)$, $\overline{AB}(4 - 2a; -1 - a)$

Vì \overline{AK} , \overline{AB} cùng phương nên $\frac{4 - 2a}{1} = \frac{-1 - a}{-1} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow D(2; 1)$, $B(0; 1)$

III – ĐỀ KIỂM TRA CUỐI BÀI

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $I\left(\frac{x_A - x_B}{2}; \frac{y_A - y_B}{2}\right)$.

B. $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

C. $I\left(\frac{x_A + x_B}{3}; \frac{y_A + y_B}{3}\right)$.

D. $I\left(\frac{x_A + y_A}{2}; \frac{x_B + y_B}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow \overline{AI} = \overline{IB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I - x_A = x_B - x_I \\ y_I - y_A = y_B - y_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

Vậy $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Câu 2: Cho các vector $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$. Điều kiện để vector $\vec{u} = \vec{v}$ là

A. $\begin{cases} u_1 = u_2 \\ v_1 = v_2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = -v_1 \\ u_2 = -v_2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = v_2 \\ u_2 = v_1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ của vector \overline{AB} là

A. $\overline{AB} = (y_A - x_A; y_B - x_B)$.

B. $\overline{AB} = (x_A + x_B; y_A + y_B)$.

C. $\overline{AB} = (x_A - x_B; y_A - y_B)$.

D. $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Lời giải

Chọn D.

Theo công thức tọa độ vectơ $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ và $C(x_C; y_C)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $G\left(\frac{x_A - x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

B. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{2}\right)$.

C. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

D. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{2}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OG}$ với O là điểm bất kì. Chọn O chính là gốc tọa độ O . Khi đó, ta có:

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$
$$\Rightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right).$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5;2), B(10;8)$. Tọa độ của vectơ \overline{AB} là:

A. $(2;4)$.

B. $(5;6)$.

C. $(15;10)$.

D. $(50;6)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = (10 - 5; 8 - 2) = (5; 6)$.

Câu 6: Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overline{AD} = -3\overline{AB}$ là:

A. $(4;-6)$.

B. $(2;0)$.

C. $(0;4)$.

D. $(4;6)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \overline{AD} = -3\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = -3(x_B - x_A) \\ y_D - y_A = -3(y_B - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 1 = -3(0 - 1) \\ y_D - 0 = -3(-2 - 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 6 \end{cases}$$

Câu 7: Cho $\vec{a} = (-1;2), \vec{b} = (5;-7)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là:

A. $(6;-9)$.

B. $(4;-5)$.

C. $(-6;9)$.

D. $(-5;-14)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\vec{a} - \vec{b} = (-1 - 5; 2 + 7) = (-6; 9)$.

Câu 8: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, BC = 4$. Độ dài của vectơ \overline{AC} là:

A. 9.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $|\overline{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 9: Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Vec tơ đối của vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là:

- A. $(-1;2)$. B. $(-1;-2)$. C. $(1;2)$. D. $(1;-2)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có vectơ đối của \overrightarrow{AB} là $\overrightarrow{BA} = (0-1; -2-0) = (-1; -2)$.

Câu 10: Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ là:

- A. $(2; -2)$. B. $(4; -6)$. C. $(-3; -8)$. D. $(-4; 6)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); (-4) + 2) = (2; -2)$.

Câu 11: Cho $A(0;3)$, $B(4;2)$. Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là:

- A. $(-3;3)$. B. $(8; -2)$. C. $(-8;2)$. D. $(2; \frac{5}{2})$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 + 2(0 - x_D) - 2(4 - x_D) = 0 \\ y_D - 0 + 2(3 - y_D) - 2(2 - y_D) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -2 \end{cases}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3;-2)$, $B(7;1)$, $C(0;1)$, $D(-8;-5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ đối nhau. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương nhưng ngược hướng.
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương cùng hướng. D. A, B, C, D thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4;3)$, $\overrightarrow{CD} = (-8; -6) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AB}$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3)$, $B(4;0)$, $C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

- A. $M(1;18)$. B. $M(-1;18)$. C. $M(-18;1)$. D. $M(1;-18)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - x_M) + (4 - x_M) - 3(2 - x_M) = 0 \\ (3 - y_M) + (0 - y_M) - 3(-5 - y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2;0)$, $B(5;-4)$, $C(-5;1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8;-5)$. B. $D(8;5)$. C. $D(-8;5)$. D. $D(8;-5)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: tứ giác $BCAD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 - 5 = -2 - x_D \\ 1 + 4 = 0 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -5 \end{cases}$.

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2;4), B(-1;4), C(-5;1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8;1)$. B. $D(6;7)$. **C. $D(-2;1)$.** D. $D(8;1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-2 = -5-x_D \\ 4-4 = 1-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = 1 \end{cases}$.

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(0;2), B(1;4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overline{AM} = -2\overline{AB}$ là:

- A. $M(-2;-2)$.** B. $M(1;-4)$. C. $M(3;5)$. D. $M(0;-2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overline{AM} = -2\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 0 = -2(1-0) \\ y_M - 2 = -2(4-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-2;-2)$.

Câu 17: Cho $\vec{a} = (-4, 1)$ và $\vec{b} = (-3, -2)$. Tọa độ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ là:

- A. $\vec{c} = (1; -3)$. **B. $\vec{c} = (2; 5)$.** C. $\vec{c} = (-7; -1)$. D. $\vec{c} = (-10; -3)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b} = (-4 - 2 \cdot (-3); 1 - 2 \cdot (-2)) = (2; 5)$.

Câu 18: Cho $\vec{a} = (2016\sqrt{2015}; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng phương nếu

- A. $x = 504$. **B. $x = 0$.** C. $x = -504$. D. $x = 2017$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: \vec{a}, \vec{b} cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow x = 0$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , Cho $A\left(\frac{7}{2}; -3\right); B(-2; 5)$. Khi đó $\vec{a} = -4\overline{AB} = ?$

- A. $\vec{a} = (22; -32)$.** B. $\vec{a} = (22; 32)$. C. $\vec{a} = (-22; 32)$. D. $\vec{a} = \left(\frac{-11}{2}; 8\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\vec{a} = -4\overline{AB} = -4\left(-2 - \frac{7}{2}; 5 + 3\right) = (22; -32)$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (m-2; 2n+1), \vec{b} = (3; -2)$. Nếu $\vec{a} = \vec{b}$ thì

- A. $m = 5, n = -3$. **B. $m = 5, n = -\frac{3}{2}$.** C. $m = 5, n = -2$. D. $m = 5, n = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 = 3 \\ 2n+1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;-1)$. Điểm B là điểm đối xứng của A qua trục hoành. Tọa độ điểm B là:

- A.** $B(2;1)$. **B.** $B(-2;-1)$. **C.** $B(1;2)$. **D.** $B(1;-2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: B là điểm đối xứng của A qua trục hoành $\Rightarrow B(2;1)$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a} = (2;1)$, $\vec{b} = (3;4)$, $\vec{c} = (7;2)$. Cho biết $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Khi đó

A. $m = -\frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. **B.** $m = \frac{1}{5}; n = \frac{-3}{5}$. **C.** $m = \frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. **D.** $m = \frac{22}{5}; n = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 2m + 3n \\ 2 = m + 4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{22}{5} \\ n = -\frac{3}{5} \end{cases}.$$

Câu 23: Cho các vector $\vec{a} = (4;-2)$, $\vec{b} = (-1;-1)$, $\vec{c} = (2;5)$. Phân tích vector \vec{b} theo hai vector \vec{a} và \vec{c} , ta được:

- A.** $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. **B.** $\vec{b} = \frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. **C.** $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} - 4\vec{c}$. **D.** $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{c}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Giả sử } \vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Câu 24: Cho $\vec{a} = (x;2)$, $\vec{b} = \left(-5; \frac{1}{3}\right)$, $\vec{c} = (x;7)$. Vector $\vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$ nếu

- A.** $x = 15$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = -15$. **D.** $x = -5$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4x - 3 \cdot (-5) \\ 7 = 4 \cdot 2 - 3 \cdot \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = -5.$$

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1;-1)$, $B(2;2-2m)$, $C(m+3;3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

- A.** $m = 2$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{AB} = (3-m; 3-2m)$, $\vec{AC} = (4;4)$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi \vec{AB} cùng phương với \vec{AC}

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4} = \frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 26: Cho hai điểm $M(8; -1), N(3; 2)$. Nếu P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N thì P có tọa độ là:

- A.** $(-2; 5)$. **B.** $(13; -3)$. **C.** $(11; -1)$. **D.** $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N nên N là trung điểm đoạn thẳng PM

$$\text{Do đó, ta có: } \begin{cases} 3 = \frac{8+x_P}{2} \\ 2 = \frac{(-1)+y_P}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = -2 \\ y_P = 5 \end{cases} \Rightarrow P(-2; 5).$$

Câu 27: Cho tam giác ABC với $A(3; -1), B(-4; 2), C(4; 3)$. Tìm D để $ABDC$ là hình bình hành?

- A.** $D(3; 6)$. **B.** $D(-3; 6)$. **C.** $D(3; -6)$. **D.** $D(-3; -6)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } ABDC \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} -4-3 = x_D - 4 \\ 2+1 = y_D - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 6 \end{cases} \Rightarrow D(-3; 6).$$

Câu 28: Cho $K(1; -3)$. Điểm $A \in Ox, B \in Oy$ sao cho A là trung điểm KB . Tọa độ điểm B là:

- A.** $(0; 3)$. **B.** $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(4; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $A \in Ox, B \in Oy \Rightarrow A(x; 0), B(0; y)$

$$A \text{ là trung điểm } KB \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+0}{2} \\ 0 = \frac{-3+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } B(0; 3).$$

Câu 29: Cho tam giác ABC với $A(3; 1), B(4; 2), C(4; -3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành?

- A.** $D(-3; 4)$. **B.** $D(-3; -4)$. **C.** $D(3; -4)$. **D.** $D(3; 4)$.

Lời giải

Chọn B.

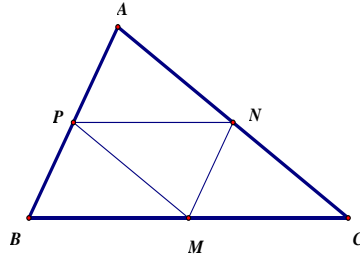
$$\text{Ta có: } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-3 = 4-x_D \\ 2-1 = -3-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = -4 \end{cases} \Rightarrow D(-3; -4).$$

Câu 30: Các điểm $M(2; 3), N(0; -4), P(-1; 6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tọa độ đỉnh A của tam giác là:

- A.** $(1; -10)$. **B.** $(1; 5)$. **C.** $(-3; -1)$. **D.** $(-2; -7)$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $APMN$ là hình bình hành nên $\begin{cases} x_A + x_M = x_P + x_N \\ y_A + y_M = y_P + y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + 2 = 0 + (-1) \\ y_A + 3 = (-4) + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -3 \\ y_A = -1 \end{cases}$.

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1), N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là

- A.** $(0; 4)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $(2; 4)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0; y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

G là trọng tâm tam giác MNP nên ta có: $\begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

Vậy $P(0; 4)$.

Câu 32: Cho các điểm $A(-2; 1), B(4; 0), C(2; 3)$. Tìm điểm M biết rằng $\overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$

- A.** $M(2; -5)$. **B.** $M(5; -2)$. **C.** $M(-5; 2)$. **D.** $M(2; 5)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 2 + 3(2+2) = 2(4+2) \\ y_M - 3 + 3(3-1) = 2(0-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = -5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -5)$

----- **Hết** -----

.