CHUYÊN ĐỀ I. TỨ GIÁC

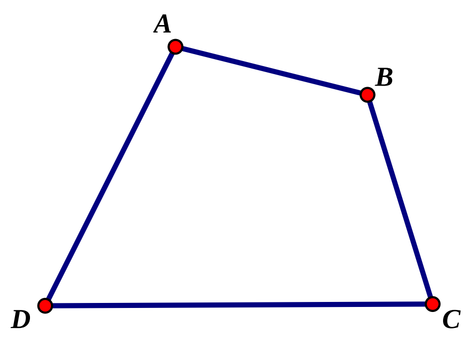
CHỦ ĐỀ 1. TỨ GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

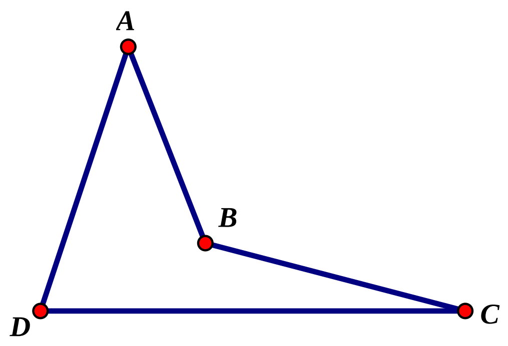
* *Tứ giác ABCD* là hình gồm bốn đoạn thẳng *AB, BC, CD* và *DA*; trong đó bất kỳ hai đoạn thẳng nào cũng không nằm trên một đường thẳng.

* *Tứ giác lồi* là tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng mà bờ là đường thẳng chứa bất kỳ cạnh nào của tứ giác.

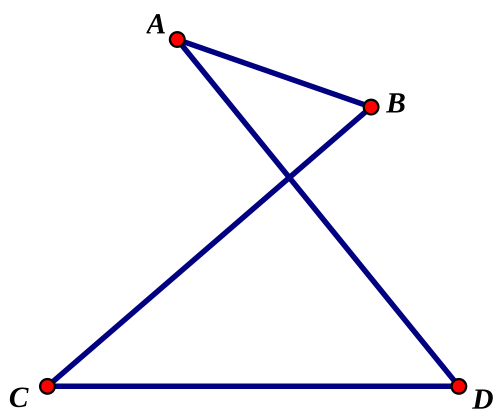
* *Chú ý:* Khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi.



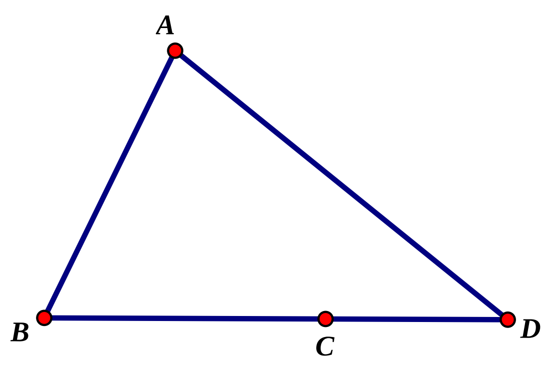
a) Tứ giác lồi



b) Tứ giác không lồi



a) Tứ giác không lồi



b) Không phải tứ giác

* ***Định lý:*** Tổng các góc của một tứ giác bằng 360^0.

* ***Mở rộng:*** Tổng bốn góc ngoài ở bốn đỉnh của một tứ giác bằng 360^0.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính số đo góc

Phương pháp giải: Sử dụng định lý tổng bốn góc trong một tứ giác. Kết hợp các kiến thức đã học về tính chất dãy tỉ số bằng nhau, toán tổng hiệu... để tính ra số đo các góc.

1A. Cho tứ giác *ABCD* biết $A:B:C:D = 4:3:2:1$.

a) Tính các góc của tứ giác *ABCD*.

b) Các tia phân giác của C và D cắt nhau tại *E*. Các đường phân giác của góc ngoài tại các đỉnh C và D cắt nhau tại F. Tính CED và CFD.

1B. Tính số đo các góc C và D của tứ giác *ABCD* biết $A = 120°$, $B = 90°$ và $C = 2D$.

Dạng 2. Tìm mối liên hệ giữa các cạnh, đường chéo của tứ giác

Phương pháp giải: Có thể chia tứ giác thành các tam giác để sử dụng bất đẳng thức tam giác.

2A. Cho tứ giác *ABCD*. Chứng minh:

a) Tổng hai cạnh đối nhỏ hơn tổng hai đường chéo;

b) Tổng hai đường chéo lớn hơn nửa chu vi nhưng nhỏ hơn chu vi của tứ giác ấy.

2B. Cho tứ giác ABCD và một điểm M thuộc miền trong của tứ giác. Chứng minh:

a) $MA + MB + MC + MD \geq AB + CD$;

b) $MA + MB + MC + MD \geq \frac{1}{2}(AB + BC + CD + DA)$.

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

3. Cho tứ giác *ABCD* có $AB = AD$, $CB = CD$ (ta gọi tứ giác *ABCD* trong trường hợp này là tứ giác có hình *cánh diêu).*

a) Chứng minh *AC* là đường trung trực của *BD*.

b) Tính B, D biết $A = 100°$, $C = 60°$.

4. Tứ giác *ABCD* có $A - B = 50^0$. Các tia phân giác của C, D cắt nhau tại *I* và $CID = 115^0$.

Tính các góc A, B.

5. a) Chứng minh trong một tứ giác có hai đường chéo vuông góc, tổng bình phương của hai cạnh đối này bằng tổng các bình phương của hai cạnh đối kia.

b) Tứ giác *ABCD* có *AC* vuông góc với *BD*. Biết $AD = 5$cm, $AB = 2$ cm, $BC = 10$ cm. Tính độ dài *CD*.

6. Cho tứ giác ABCD có $A = B$ và $BC = AD$. Chứng minh:

a) $\Delta DAB = \Delta CBA$, từ đó suy ra $BD = AC$;

b) $ADC = BCD$;

c) AB // CD.

7. Cho tứ giác *ABCD*, *AB* Cắt *CD* tại *E*, *BC* cắt *AD* tại *F*. Các tia phân giác của E và F cắt nhau tại I. Chứng minh

a) $EIF = \dfrac{ABC + ADC}{2}$;

b) Nếu $BAD = 130^0$ và $BCD = 50^0$ thì $IE \perp IF$.

HƯỚNG DẪN

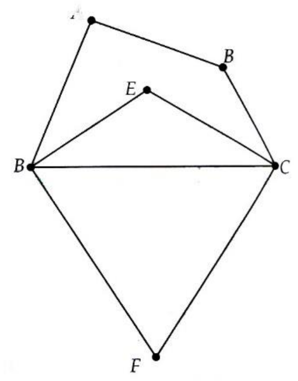
1A.

a) Sử dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau.

$A = 144^0$, $B = 108^0, C = 72^0$, $D = 36^0$

b) Sử dụng tổng ba góc trong tam giác tính được $CED = 126^0$.

Chú ý hai phân giác trong và ngoài tại mỗi góc của một tam giác thì vuông góc nhau, cùng với tổng bốn góc trong tứ giác, ta tính được $CFD = 54^0$



1B. HS tự chứng minh:

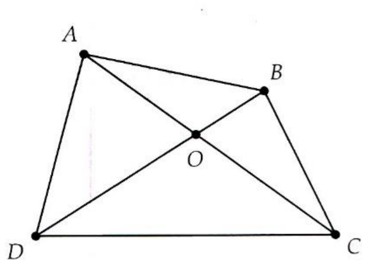
$D = 50^0$, $C = 100^0$

2A.

a) Sử dụng tính chất tổng hai cạnh trong một tam giác thì lớn hơn cạnh còn lại cho các tam giác OAB, OBC,OCD và ODA.

b) Chứng minh tổng hai đường chéo lớn hơn nửa chu vi tứ giác sử dụng kết quả của a).

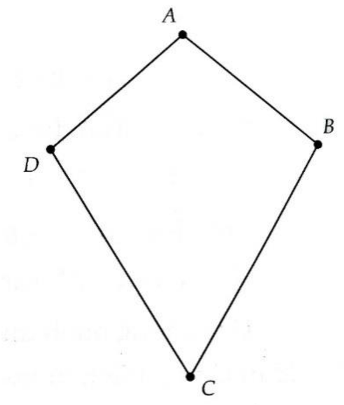
Chứng minh tổng hai đường chéo nhỏ hơn chu vi tứ giác sử dụng tính chất tổng hai cạnh trong một tam giác thì lớn hơn cạnh còn lại cho các tam giác ABC, ADC, ABD và CBD.



2B. a) HS tự chứng minh

b) Tương tự 2A a)

3.



a) HS tự chứng minh

b) Sử dụng tổng bốn góc trong tứ giác và chú ý $B = D$

4. Tính tổng $C + D$

5.

a) Sử dụng Pytago

b) Áp dụng a)

6.

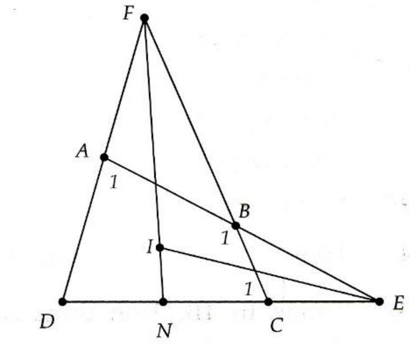
a) HS tự chứng minh

b) HS tự chứng minh

c) Sử dụng a), b) và tổng bốn góc trong tứ giác

7.

a) Gọi $IF \cap CD = \{N\}$



Theo định lý về góc ngoài của tam giác

$\triangle NIE$ có $FIE = FNE + \dfrac{E}{2}$;

$\triangle DNF$ có $FNE = D + \dfrac{E}{2}$;

Vậy $FIF = D + \dfrac{E+F}{2}$ (1) .

ΔADE có $E = 180^0 - (D + A_1)$;

$\triangle DFC$ có $F = 180^0 - (D + C_1)$;

$\Rightarrow E + F = 360^0 - (2D + A_1 + C_1)$

$= A_1 + B_1 + C_1 + D - (2D + A_1 + C_1) = B_1 - D$;

Thay vào (1) được $EIF = D + \dfrac{B_1 - D}{2} = \dfrac{D + B_1}{2}$ (ĐPCM)

b) Áp dụng a).