

## NGUYÊN HÀM

**Câu 1: (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2018).** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + x$  là

- A.  $x^4 + x^2 + C$ .      B.  $3x^2 + 1 + C$ .      C.  $x^3 + x + C$ .      D.  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$ .

**Câu 2: (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2019).** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)^2} \text{ trên khoảng } (-2; +\infty) \text{ là}$$

- A.  $2\ln(x+2) + \frac{1}{x+2} + C$ .      B.  $2\ln(x+2) - \frac{1}{x+2} + C$ .  
C.  $2\ln(x+2) - \frac{3}{x+2} + C$ .      D.  $2\ln(x+2) + \frac{3}{x+2} + C$ .

**Câu 3:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\ln(1+x^2)^x + 2017x}{\ln[(e \cdot x^2 + e)^{x^2+1}]}$  ?

- A.  $\ln(x^2+1) + 1008 \ln[\ln(x^2+1)+1]$ .      B.  $\ln(x^2+1) + 2016 \ln[\ln(x^2+1)+1]$ .  
C.  $\frac{1}{2} \ln(x^2+1) + 2016 \ln[\ln(x^2+1)+1]$ .      D.  $\frac{1}{2} \ln(x^2+1) + 1008 \ln[\ln(x^2+1)+1]$ .

**Câu 4:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 \ln\left(\frac{4-x^2}{4+x^2}\right)$  ?

- A.  $x^4 \ln\left(\frac{4-x^2}{4+x^2}\right) - 2x^2$ .      B.  $\left(\frac{x^4-16}{4}\right) \ln\left(\frac{4-x^2}{4+x^2}\right) - 2x^2$ .  
C.  $x^4 \ln\left(\frac{4-x^2}{4+x^2}\right) + 2x^2$ .      D.  $\left(\frac{x^4-16}{4}\right) \ln\left(\frac{4-x^2}{4+x^2}\right) + 2x^2$ .

**Câu 5:** Tìm  $I = \int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$  ?

- A.  $I = \frac{1}{2}(x + \ln|\sin x + \cos x|) + C$ .      B.  $I = x + \ln|\sin x + \cos x| + C$ .  
C.  $I = x - \ln|\sin x + \cos x| + C$ .      D.  $I = \frac{1}{2}(x - \ln|\sin x + \cos x|) + C$ .

**Câu 6:** Tìm  $I = \int \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$  ?

- A.  $I = \frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left( \frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) \right) + C$ .      B.  $I = x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left( \frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) + C$ .

C.  $I = \frac{1}{2} \left( x + \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left( \frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) \right) + C.$

D.  $I = x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left( \frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) + C.$

**Câu 7:** Tìm  $Q = \int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx$  ?

A.  $Q = \sqrt{x^2-1} + \ln|x + \sqrt{x^2-1}| + C.$

B.  $Q = \sqrt{x^2-1} - \ln|x + \sqrt{x^2-1}| + C.$

C.  $Q = \ln|x + \sqrt{x^2-1}| - \sqrt{x^2-1} + C.$

D. Cả đáp án B,C đều đúng.

**Câu 8:** Tìm  $T = \int \frac{x^n}{1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\dots+\frac{x^n}{n!}} dx$  ?

A.  $T = x.n! + n! \ln \left( 1+x+\frac{x^2}{2!}+\dots+\frac{x^n}{n!} \right) + C.$

B.  $T = x.n! - n! \ln \left( 1+x+\frac{x^2}{2!}+\dots+\frac{x^n}{n!} \right) + C.$

C.  $T = n! \ln \left( 1+x+\frac{x^2}{2!}+\dots+\frac{x^n}{n!} \right) + C.$

D.  $T = n! \ln \left( 1+x+\frac{x^2}{2!}+\dots+\frac{x^n}{n!} \right) - x^n.n! + C.$

**Câu 9:** Tìm  $T = \int \frac{dx}{\sqrt[n]{(x^n+1)^{n+1}}}$  ?

A.  $T = \left( \frac{1}{x^n} + 1 \right)^{-\frac{1}{n}} + C$

B.  $T = \left( \frac{1}{x^n} + 1 \right)^{\frac{1}{n}} + C$

C.  $T = (x^n + 1)^{-\frac{1}{n}} + C$

D.  $T = (x^n + 1)^{\frac{1}{n}} + C.$

**Câu 10:** Tìm  $H = \int \frac{x^2 dx}{(x \sin x + \cos x)^2}$  ?

A.  $H = \frac{x}{\cos x (x \sin x + \cos x)} + \tan x + C.$

B.  $H = \frac{x}{\cos x (x \sin x + \cos x)} - \tan x + C.$

C.  $H = \frac{-x}{\cos x (x \sin x + \cos x)} + \tan x + C.$

D.  $H = \frac{-x}{\cos x (x \sin x + \cos x)} - \tan x + C.$

**Câu 11:** Tìm  $R = \int \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{2-x}{2+x}} dx$  ?

A.  $R = -\frac{\tan 2t}{2} + \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1+\sin 2t}{1-\sin 2t} \right| + C$  với  $t = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{x}{2} \right).$

B.  $R = -\frac{\tan 2t}{2} - \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1+\sin 2t}{1-\sin 2t} \right| + C$  với  $t = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{x}{2} \right).$

C.  $R = \frac{\tan 2t}{2} + \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1+\sin 2t}{1-\sin 2t} \right| + C$  với  $t = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{x}{2} \right).$

**D.**  $R = \frac{\tan 2t}{2} - \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1 + \sin 2t}{1 - \sin 2t} \right| + C$  với  $t = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{x}{2} \right)$ .

**Câu 12:** Tìm  $F = \int x^n e^x dx$  ?

**A.**  $F = e^x \left[ x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} + \dots + n!(-1)^{n-1}x + n!(-1)^n \right] + x^n + C$ .

**B.**  $F = e^x \left[ x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} + \dots + n!(-1)^{n-1}x + n!(-1)^n \right] + C$ .

**C.**  $F = n!e^x + C$ .

**D.**  $F = x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} + \dots + n!(-1)^{n-1}x + n!(-1)^n + e^x + C$ .

**Câu 13:** Tìm  $G = \int \frac{2x^2 + (1 + 2 \ln x) \cdot x + \ln^2 x}{(x^2 + x \ln x)^2} dx$  ?

**A.**  $G = \frac{-1}{x} - \frac{1}{x + \ln x} + C$ .

**B.**  $G = \frac{1}{x} - \frac{1}{x + \ln x} + C$ .

**C.**  $G = \frac{1}{x} - \frac{1}{x + \ln x} + C$ .

**D.**  $G = \frac{1}{x} + \frac{1}{x + \ln x} + C$ .

**Câu 14:** Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của  $K = \int \frac{(7x-1)^{2017}}{(2x+1)^{2019}} dx$  ?

**A.**  $\frac{1}{18162} \cdot \left( \frac{7x-1}{2x+1} \right)^{2018}$ .

**B.**  $\frac{18162(2x+1)^{2018} + (7x-1)^{2018}}{18162(2x+1)^{2018}}$ .

**C.**  $\frac{-18162(2x+1)^{2018} + (7x-1)^{2018}}{18162(2x+1)^{2018}}$ .

**D.**  $\frac{18162(2x+1)^{2018} - (7x-1)^{2018}}{18162(2x+1)^{2018}}$ .

**Câu 15:** Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của  $g(x) = \frac{\ln x}{(x+1)^2}$  ?

**A.**  $\frac{-\ln 2x - x \ln 2}{x+1} + \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + 1999$ .

**B.**  $\frac{-\ln x}{x+1} - \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + 1998$ .

**C.**  $\frac{\ln x}{x+1} - \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + 2016$ .

**D.**  $\frac{\ln x}{x+1} + \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + 2017$ .

**Câu 16:** Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của  $h(x) = \frac{1 - \ln x}{x^{1-n} \cdot \ln x \cdot (x^n + \ln^n x)}$  ?

**A.**  $\frac{1}{n} \ln|x| - \frac{1}{n} \ln|x^n + \ln^n x| + 2016$ .

**B.**  $\frac{1}{n} \ln|x| + \frac{1}{n} \ln|x^n + \ln^n x| + 2016$ .

**C.**  $-\frac{1}{n} \ln|x| + \frac{1}{n} \ln|x^n + \ln^n x| + 2016$ .

**D.**  $-\frac{1}{n} \ln|x| - \frac{1}{n} \ln|x^n + \ln^n x| - 2016$ .

**Câu 17:** Nguyên hàm của  $f(x) = x^3 - x^2 + 2\sqrt{x}$  là:

A.  $\frac{1}{4}x^4 - x^3 + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

B.  $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

C.  $\frac{1}{4}x^4 - x^3 + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C.$

D.  $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C.$

**Câu 18:** Nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + 3$  là:

A.  $2\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2} + 3x + C.$

B.  $2\sqrt{x} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x^2} + 3x + C.$

C.  $\frac{1}{2}\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2} + 3x + C.$

D.  $\frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x^2} + 3x + C.$

**Câu 19:** Nguyên hàm  $\int \frac{1}{x^2 - 7x + 6} dx$  là:

A.  $\frac{1}{5} \ln \left| \frac{x-1}{x-6} \right| + C.$

B.  $\frac{1}{5} \ln \left| \frac{x-6}{x-1} \right| + C.$

C.  $\frac{1}{5} \ln |x^2 - 7x + 6| + C.$

D.  $-\frac{1}{5} \ln |x^2 - 7x + 6| + C.$

**Câu 20:** Nguyên hàm  $\int \frac{2x^3 - 6x^2 + 4x + 1}{x^2 - 3x + 2} dx$  là:

A.  $x^2 + \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C.$     B.  $\frac{1}{2}x^2 + \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C.$     C.  $\frac{1}{2}x^2 + \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C.$     D.  $x^2 + \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C.$

**Câu 21:** Nguyên hàm  $\int \frac{3x+3}{-x^2-x+2} dx$  là:

A.  $2 \ln |x-1| - \ln |x+2| + C.$

B.  $-2 \ln |x-1| + \ln |x+2| + C.$

C.  $2 \ln |x-1| + \ln |x+2| + C.$

D.  $-2 \ln |x-1| - \ln |x+2| + C.$

**Câu 22:** Nguyên hàm  $\int \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}} dx$  là:

A.  $\sqrt{(x+2)^3} + \sqrt{(x-1)^3} + C.$

B.  $-\sqrt{(x+2)^3} + \sqrt{(x-1)^3} + C.$

C.  $\sqrt{(x+2)^3} - \sqrt{(x-1)^3} + C.$

D.  $-\sqrt{(x+2)^3} - \sqrt{(x-1)^3} + C.$

**Câu 23:** Nguyên hàm  $\int (\sin 2x + \cos x) dx$  là:

A.  $\frac{1}{2} \cos 2x + \sin x + C.$

B.  $-\cos 2x + \sin x + C.$

C.  $-\frac{1}{2} \cos 2x + \sin x + C.$

D.  $-\cos 2x - \sin x + C.$

**Câu 24:** Nguyên hàm  $\int \frac{e^{2x+1}-2}{\sqrt[3]{e^x}} dx$  là:

- A.  $\frac{5}{3}e^{\frac{5}{3}x+1} - \frac{2}{3}e^{-\frac{x}{3}} + C$ .    B.  $\frac{5}{3}e^{\frac{5}{3}x+1} + \frac{2}{3}e^{\frac{x}{3}} + C$ .    C.  $\frac{5}{3}e^{\frac{5}{3}x+1} - \frac{2}{3}e^{\frac{x}{3}} + C$ .    D.  $\frac{5}{3}e^{\frac{5}{3}x+1} + \frac{2}{3}e^{-\frac{x}{3}} + C$ .

**Câu 25:** Nguyên hàm  $\int [\sin(2x+3) + \cos(3-2x)] dx$  là:

- A.  $-2 \cos(2x+3) - 2 \sin(3-2x) + C$ .    B.  $-2 \cos(2x+3) + 2 \sin(3-2x) + C$ .  
C.  $2 \cos(2x+3) - 2 \sin(3-2x) + C$ .    D.  $2 \cos(2x+3) + 2 \sin(3-2x) + C$ .

**Câu 26:** Nguyên hàm  $\int [\sin^2(3x+1) + \cos x] dx$  là:

- A.  $\frac{1}{2}x - 3 \sin(6x+2) + \sin x + C$ .    B.  $x - 3 \sin(6x+2) + \sin x + C$ .  
C.  $\frac{1}{2}x - 3 \sin(3x+1) + \sin x + C$ .    D.  $\frac{1}{2}x - 3 \sin(6x+2) - \sin x + C$ .

**Câu 27:** Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x+1} - \frac{1}{x^2}$ . Nguyên hàm của  $f(x)$  biết

$F(3) = 6$  là:

- A.  $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3}$ .    B.  $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} + \frac{1}{x} + \frac{1}{3}$ .  
C.  $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - \frac{1}{x} - \frac{1}{3}$ .    D.  $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} + \frac{1}{x} - \frac{1}{3}$ .

**Câu 28:** Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x^3 + 2(m-1)x + m + 5$ , với  $m$  là tham số thực. Một nguyên hàm của  $f(x)$  biết rằng  $F(1) = 8$  và  $F(0) = 1$  là:

- A.  $F(x) = x^4 + 2x^2 + 6x + 1$     B.  $F(x) = x^4 + 6x + 1$ .  
C.  $F(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ .    D. Đáp án A và B.

**Câu 29:** Nguyên hàm của  $\int \frac{x}{x^2+1} dx$  là:

- A.  $\ln|t| + C$ , với  $t = x^2 + 1$     B.  $-\ln|t| + C$ , với  $t = x^2 + 1$ .  
C.  $\frac{1}{2} \ln|t| + C$ , với  $t = x^2 + 1$ .    D.  $-\frac{1}{2} \ln|t| + C$ , với  $t = x^2 + 1$ .

**Câu 30:** Kết quả nào dưới đây không phải là nguyên hàm của  $\int (\sin^3 x + \cos^3 x) dx$  ?

- A.  $3 \cos x \cdot \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos^2 x + C$ .    B.  $\frac{3}{2} \sin 2x (\sin x - \cos x) + C$ .  
C.  $3\sqrt{2} \sin 2x \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C$ .    D.  $3\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C$ .

**Câu 31:** Với phương pháp đổi biến số ( $x \rightarrow t$ ), nguyên hàm  $\int \frac{\ln 2x}{x} dx$  bằng:

- A.  $\frac{1}{2}t^2 + C$ .      B.  $t^2 + C$ .      C.  $2t^2 + C$ .      D.  $4t^2 + C$ .

**Câu 32:** Với phương pháp đổi biến số ( $x \rightarrow t$ ), nguyên hàm  $\int \frac{1}{x^2 + 1} dx$  bằng:

- A.  $\frac{1}{2}t^2 + C$ .      B.  $\frac{1}{2}t + C$ .      C.  $t^2 + C$ .      D.  $t + C$ .

**Câu 33:** Với phương pháp đổi biến số ( $x \rightarrow t$ ), nguyên hàm  $I = \int \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 2x + 3}} dx$  bằng:

- A.  $\sin t + C$ .      B.  $-t + C$ .      C.  $-\cos t + C$ .      D.  $t + C$ .

**Câu 34:** Theo phương pháp đổi biến số với  $t = \cos x, u = \sin x$ , nguyên hàm của  $I = \int (\tan x + \cot x) dx$  là:

- A.  $-\ln|t| + \ln|u| + C$ .      B.  $\ln|t| - \ln|u| + C$ .      C.  $\ln|t| + \ln|u| + C$ .      D.  $-\ln|t| - \ln|u| + C$ .

**Câu 35:** Theo phương pháp đổi biến số ( $x \rightarrow t$ ), nguyên hàm của  $I = \int \frac{2 \sin x + 2 \cos x}{\sqrt[3]{1 - \sin 2x}} dx$  là:

- A.  $2\sqrt[3]{t} + C$ .      B.  $6\sqrt[3]{t} + C$ .      C.  $3\sqrt[3]{t} + C$ .      D.  $12\sqrt[3]{t} + C$ .

**Câu 36:** Nguyên hàm của  $I = \int x \ln x dx$  bằng với:

- A.  $\frac{x^2}{2} \ln x - \int x dx + C$ .      B.  $\frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{1}{2} x dx + C$ .  
C.  $x^2 \ln x - \int \frac{1}{2} x dx + C$ .      D.  $x^2 \ln x - \int x dx + C$ .

**Câu 37:** Nguyên hàm của  $I = \int x \sin x dx$  bằng với:

- A.  $x \cos x + \int \cos x dx + C$       B.  $-x \cos x - \int \cos x dx + C$   
C.  $-x \cos x + \int \cos x dx + C$       D.  $x \cos x - \int \cos x dx + C$

**Câu 38:** Nguyên hàm của  $I = \int x \sin^2 x dx$  là:

- A.  $\frac{1}{8}(2x^2 - x \sin 2x - \cos 2x) + C$ .      B.  $\frac{1}{8} \cos 2x + \frac{1}{4}(x^2 + x \sin 2x) + C$ .  
C.  $\frac{1}{4}\left(x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x - x \sin 2x\right) + C$ .      D. Đáp án A và C đúng.

**Câu 39:** Họ nguyên hàm của  $I = \int e^x dx$  là:

- A.  $2e^x + C$ .      B.  $e^x$ .      C.  $e^{2x} + C$ .      D.  $e^x + C$ .

**Câu 40:** Họ nguyên hàm của  $\int e^x(1+x)dx$  là:

- A.  $I = e^x + xe^x + C$ .    B.  $I = e^x + \frac{1}{2}xe^x + C$ .    C.  $I = \frac{1}{2}e^x + xe^x + C$ .    D.  $I = 2e^x + xe^x + C$ .

**Câu 41:** Nguyên hàm của  $I = \int x \sin x \cos^2 x dx$  là:

- A.  $I_1 = -x \cos^3 x + t - \frac{1}{3}t^3 + C, t = \sin x$ .    B.  $I_1 = -x \cos^3 x + t - \frac{2}{3}t^3 + C, t = \sin x$ .  
 C.  $I_1 = x \cos^3 x + t - \frac{1}{3}t^3 + C, t = \sin x$ .    D.  $I_1 = x \cos^3 x + t - \frac{2}{3}t^3 + C, t = \sin x$ .

**Câu 42:** Họ nguyên hàm của  $I = \int \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x} dx$  là:

- A.  $\cot x \cdot \ln(\cos x) + x + C$ .    B.  $-\cot x \cdot \ln(\cos x) - x + C$ .  
 C.  $\cot x \cdot \ln(\cos x) - x + C$ .    D.  $-\cot x \cdot \ln(\cos x) + x + C$ .

**Câu 43:**  $\int (x^2 + 2x^3) dx$  có dạng  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ , trong đó  $a, b$  là hai số hữu tỉ. Giá trị  $a$  bằng:

- A. 2.    B. 1.    C. 9.    D. 32.

**Câu 44:**  $\int \left( \frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 \right) dx$  có dạng  $\frac{a}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$ , trong đó  $a, b$  là hai số hữu tỉ. Giá trị  $a$  bằng:

- A. 1.    B. 12.    C.  $\frac{36}{5}(1+\sqrt{3})$ .    D. Không tồn tại.

**Câu 45:**  $\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx$  có dạng  $\frac{a}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + \frac{b}{6}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$ , trong đó  $a, b$  là hai số hữu tỉ. Giá trị  $a$  bằng:

- A. 3.    B. 2.    C. 1.    D. Không tồn tại.

**Câu 46:**  $\int \left( x^3 + \sqrt{x+1} + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx$  có dạng  $\frac{a}{4}x^4 - \frac{1}{x} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + \frac{b}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C$ , trong đó  $a, b$

là hai số hữu tỉ. Giá trị  $b, a$  lần lượt bằng:

- A. 2; 1.    B. 1; 1.    C.  $a, b \in \emptyset$     D. 1; 2.

**Câu 47:**  $\int ((x+1)e^{x^2-5x+4} \cdot e^{7x-3} + \cos 2x) dx$  có dạng  $\frac{a}{6}e^{(x+1)^2} + \frac{b}{2}\sin 2x + C$ , trong đó  $a, b$  là hai số

hữu tỉ. Giá trị  $a, b$  lần lượt bằng:

- A. 3; 1.    B. 1; 3.    C. 3; 2.    D. 6; 1.

**Câu 48:**  $\int((2a+1)x^3 + bx^2) dx$ , trong đó  $a, b$  là hai số hữu tỉ. Biết rằng

$$\int((2a+1)x^3 + bx^2) dx = \frac{3}{4}x^4 + x^3 + C. \text{ Giá trị } a, b \text{ lần lượt bằng:}$$

- A. 1; 3.                      B. 3; 1.                      C.  $-\frac{1}{8}; 1.$                       D.  $a, b \in \emptyset$

**Câu 49:** Tính  $\int(2 + e^{3x})^2 dx$

- A.  $3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$                       B.  $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{5}{6}e^{6x} + C$   
 C.  $4x + \frac{4}{3}e^{3x} - \frac{1}{6}e^{6x} + C$                       D.  $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$

**Câu 50:** Tính  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$  thu được kết quả là:

- A.  $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$                       B.  $-2\sqrt{1-x} + C$                       C.  $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$                       D.  $\sqrt{1-x} + C$

**Câu 51:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$  là:

- A.  $\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1-x^2} + C$                       B.  $-\frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{1-x^2} + C$   
 C.  $\frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{1-x^2} + C$                       D.  $-\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1-x^2} + C$

**Câu 52:** Tính  $F(x) = \int \frac{dx}{x\sqrt{2\ln x + 1}}$

- A.  $F(x) = 2\sqrt{2\ln x + 1} + C$                       B.  $F(x) = \sqrt{2\ln x + 1} + C$   
 C.  $F(x) = \frac{1}{4}\sqrt{2\ln x + 1} + C$                       D.  $F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2\ln x + 1} + C$

**Câu 53:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là

- A.  $\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$                       B.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$   
 C.  $\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$                       D.  $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$

**Câu 54:** Nguyên hàm của hàm số  $y = \sqrt{3x-1}$  trên  $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$  là:

- A.  $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$                       B.  $\frac{2}{9}\sqrt{(3x-1)^3} + C$                       C.  $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$                       D.  $\frac{1}{9}\sqrt{(3x-1)^3} + C$



**Câu 55:** Tính  $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4 - 1} dx$

A.  $F(x) = \ln|x^4 - 1| + C$

B.  $F(x) = \frac{1}{4} \ln|x^4 - 1| + C$

C.  $F(x) = \frac{1}{2} \ln|x^4 - 1| + C$

D.  $F(x) = \frac{1}{3} \ln|x^4 - 1| + C$

Ta có:  $\int \frac{x^3}{x^4 - 1} dx = \frac{1}{4} \int \frac{d(x^4 - 1)}{x^4 - 1} = \frac{1}{4} \ln|x^4 - 1| + C$

**Câu 56:** Một nguyên hàm của hàm số  $y = \sin 3x$

A.  $-\frac{1}{3} \cos 3x$

B.  $-3 \cos 3x$

C.  $3 \cos 3x$

D.  $\frac{1}{3} \cos 3x$

**Câu 57:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{5 + 2x^4}{x^2}$ . Khi đó:

A.  $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C$

B.  $\int f(x) dx = 2x^3 - \frac{5}{x} + C$

C.  $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{5}{x} + C$

D.  $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + 5 \ln x^2 + C$

**Câu 58:** Một nguyên hàm của hàm số:  $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$  là:

A.  $F(x) = \frac{1}{3} (\sqrt{1+x^2})^3$

B.  $F(x) = \frac{1}{3} (\sqrt{1+x^2})^2$

C.  $F(x) = \frac{x^2}{2} (\sqrt{1+x^2})^2$

D.  $F(x) = \frac{1}{2} (\sqrt{1+x^2})^2$

**Câu 59:** Họ các nguyên hàm của hàm số  $y = \sin 2x$  là:

A.  $-\cos 2x + C$

B.  $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$

C.  $\cos 2x + C$

D.  $\frac{1}{2} \cos 2x + C$

**Câu 60:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn điều kiện:  $f(x) = 2x - 3 \cos x$ ,  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$

A.  $F(x) = x^2 - 3 \sin x + 6 + \frac{\pi^2}{4}$

B.  $F(x) = x^2 - 3 \sin x - \frac{\pi^2}{4}$

C.  $F(x) = x^2 - 3 \sin x + \frac{\pi^2}{4}$

D.  $F(x) = x^2 - 3 \sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$

**Câu 61:** Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$  là:

A.  $F(x) = -\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$

B.  $F(x) = \cot x - x^2 + \frac{\pi^2}{16}$

C.  $F(x) = -\cot x + x^2$

D.  $F(x) = -\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$

**Câu 62:** Cho hàm số  $f(x) = \cos 3x \cdot \cos x$ . Một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  bằng 0 khi  $x = 0$  là:

A.  $3\sin 3x + \sin x$

B.  $\frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 2x}{4}$

C.  $\frac{\sin 4x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$

D.  $\frac{\cos 4x}{8} + \frac{\cos 2x}{4}$

**Câu 63:** Họ nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \cot^2 x$  là:

A.  $\cot x - x + C$

B.  $-\cot x - x + C$

C.  $\cot x + x + C$

D.  $\tan x + x + C$

**Câu 64:** Hàm số  $F(x) = e^x + e^{-x} + x$  là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A.  $f(x) = e^{-x} + e^x + 1$

B.  $f(x) = e^x - e^{-x} + \frac{1}{2}x^2$

C.  $f(x) = e^x - e^{-x} + 1$

D.  $f(x) = e^x + e^{-x} + \frac{1}{2}x^2$

**Câu 65:** Tính  $\int 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x dx$

A.  $\frac{84^x}{\ln 84} + C$

B.  $\frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$

C.  $84^x + C$

D.  $84^x \ln 84 + C$

**Câu 66:** Tính  $\int (x^2 - 3x + \frac{1}{x}) dx$

A.  $x^3 - 3x^2 + \ln x + C$

B.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$

C.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{x^2} + C$

D.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln |x| + C$

**Câu 67:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{1-2x}, x < \frac{1}{2}$  là:

A.  $\frac{3}{4}(2x-1)\sqrt{1-2x}$

B.  $\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{1-2x}$

C.  $-\frac{3}{2}(1-2x)\sqrt{1-2x}$

D.  $\frac{3}{4}(1-2x)\sqrt{1-2x}$

**Câu 68:** Tính  $\int 2^{x+1} dx$

A.  $\frac{2^{x+1}}{\ln 2} + C$

B.  $2^{x+1} + C$

C.  $\frac{3 \cdot 2^{x+1}}{\ln 2} + C$

D.  $2^{x+1} \cdot \ln 2 + C$

**Câu 69:** Hàm số  $F(x) = e^x + \tan x + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào

A.  $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$

B.  $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$

C.  $f(x) = e^x \left( 1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$

D.  $f(x) = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$

**Câu 70:** Nếu  $\int f(x)dx = e^x + \sin^2 x + C$  thì  $f(x)$  là hàm nào ?

- A.  $e^x + \cos^2 x$       B.  $e^x - \sin 2x$       C.  $e^x + \cos 2x$       D.  $e^x + \sin 2x$

**Câu 71:** Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$  biết  $F(1) = 0$

- A.  $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$       B.  $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{3}{2}$       C.  $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$       D.  $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{3}{2}$

**Câu 72:** Tìm hàm số  $F(x)$  biết rằng  $F'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$  và  $F(-1) = 3$

- A.  $F(x) = x^4 - x^3 - 2x - 3$       B.  $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$   
 C.  $F(x) = x^4 - x^3 - 2x + 3$       D.  $F(x) = x^4 + x^3 + 2x + 3$

**Câu 73:** Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = e^x(1 - e^{-x})$  và  $F(0) = 3$  thì  $F(x)$  là ?

- A.  $e^x - x$       B.  $e^x - x + 2$       C.  $e^x - x + C$       D.  $e^x - x + 1$

**Câu 74:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x\sqrt{x^2 + 1}$  là:

- A.  $\frac{2}{3}\sqrt{(x^2 + 1)^3} + C$       B.  $-2\sqrt{(x^2 + 1)^3} + C$       C.  $\sqrt{(x^2 + 1)^3} + C$       D.  $-\frac{1}{3}\sqrt{(x^2 + 1)^3} + C$

**Câu 75:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x\sqrt{1 - x^2}$  là:

- A.  $\frac{1}{3}\sqrt{(1 - x^2)^3} + C$       B.  $-\sqrt{(1 - x^2)^3} + C$       C.  $2\sqrt{(1 - x^2)^3} + C$       D.  $-\frac{2}{3}\sqrt{(1 - x^2)^3} + C$

**Câu 76:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$  là:

- A.  $\sqrt{x^2 + 1} + C$       B.  $\frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}} + C$       C.  $2\sqrt{x^2 + 1} + C$       D.  $4\sqrt{x^2 + 1} + C$

**Câu 77:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x\sqrt[3]{1 - 2x}$  là:

- A.  $-\frac{3\sqrt[3]{(1 - 2x)^3}}{6} + \frac{3\sqrt[3]{(1 - 2x)^6}}{12} + C$       B.  $-\frac{3\sqrt[3]{(1 - 2x)^4}}{8} + \frac{3\sqrt[3]{(1 - 2x)^7}}{14} + C$   
 C.  $\frac{3\sqrt[3]{(1 - 2x)^3}}{6} - \frac{3\sqrt[3]{(1 - 2x)^6}}{12} + C$       D.  $\frac{3\sqrt[3]{(1 - 2x)^4}}{8} - \frac{3\sqrt[3]{(1 - 2x)^7}}{14} + C$

**Câu 78:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4}$  là:

- A.  $2\ln|x^2 + 4| + C$       B.  $\frac{\ln|x^2 + 4|}{2} + C$       C.  $\ln|x^2 + 4| + C$       D.  $4\ln|x^2 + 4| + C$

**Câu 79:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x^2}{x^3 + 4}$  là:

- A.  $3\ln|x^3+4|+C$     B.  $-3\ln|x^3+4|+C$     C.  $\ln|x^3+4|+C$     D.  $-\ln|x^3+4|+C$

**Câu 80:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x - 3}$  là:

- A.  $-\ln|\cos x - 3| + C$     B.  $2\ln|\cos x - 3| + C$     C.  $-\frac{\ln|\cos x - 3|}{2} + C$     D.  $4\ln|\cos x - 3| + C$

**Câu 81:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 3}$  là:

- A.  $-e^x - 3 + C$     B.  $3e^x + 9 + C$     C.  $-2\ln|e^x + 3| + C$     D.  $\ln|e^x + 3| + C$

**Câu 82:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  là:

- A.  $\ln^2 x + C$     B.  $\ln x + C$     C.  $\frac{\ln^2 x}{2} + C$     D.  $\frac{\ln x}{2} + C$

**Câu 83:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x2^{x^2}$  là:

- A.  $\frac{1}{\ln 2.2^{x^2}} + C$     B.  $\frac{1}{\ln 2}.2^{x^2} + C$     C.  $\frac{\ln 2}{2^{x^2}} + C$     D.  $\ln 2.2^{x^2} + C$

**Câu 84:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} \ln(x^2 + 1)$  là:

- A.  $\frac{1}{2} \ln^2(x^2 + 1) + C$     B.  $\ln(x^2 + 1) + C$     C.  $\frac{1}{2} \ln^2(x^2 + 1) + C$     D.  $\frac{1}{2} \ln^2(x^2 + 1) + C$

**Câu 85:** Cho  $\int f(x)dx = F(x) + C$ . Khi đó với  $a \neq 0$ , ta có  $\int f(ax + b)dx$  bằng:

- A.  $\frac{1}{2a} F(ax + b) + C$     B.  $a.F(ax + b) + C$     C.  $\frac{1}{a} F(ax + b) + C$     D.  $F(ax + b) + C$

**Câu 86:** Một nguyên hàm của hàm số:  $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$  là:

- A.  $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$     B.  $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$   
 C.  $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$     D.  $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

**Câu 87:** Tính  $\int x(x+1)^3 dx$  là:

- A.  $\frac{(x+1)^5}{5} + \frac{(x+1)^4}{4} + C$     B.  $\frac{(x+1)^5}{5} - \frac{(x+1)^4}{4} + C$   
 C.  $\frac{x^5}{5} + \frac{3x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + C$     D.  $\frac{x^5}{5} + \frac{3x^4}{4} - x^3 + \frac{x^2}{2} + C$

**Câu 88:** Tính  $\int \frac{2x}{(x^2+9)^4} dx$  là:

A.  $-\frac{1}{5(x^2+9)^5}+C$     B.  $-\frac{1}{3(x^2+9)^3}+C$     C.  $-\frac{4}{(x^2+9)^5}+C$     D.  $-\frac{1}{(x^2+9)^3}+C$

**Câu 89:** Hàm số nào là một nguyên hàm của  $f(x) = x\sqrt{x^2+5}$  ?

A.  $F(x) = (x^2+5)^{\frac{3}{2}}$     B.  $F(x) = \frac{1}{3}(x^2+5)^{\frac{3}{2}}$     C.  $F(x) = \frac{1}{2}(x^2+5)^{\frac{3}{2}}$     D.  $F(x) = 3(x^2+5)^{\frac{3}{2}}$

**Câu 90:** Tính  $\int \cos x \cdot \sin^2 x \cdot dx$

A.  $\frac{3\sin x - \sin 3x}{12} + C$     B.  $\frac{3\cos x - \cos 3x}{12} + C$     C.  $\frac{\sin^3 x}{3} + C$     D.  $\sin x \cdot \cos^2 x + C$

**Câu 91:** Tính  $\int \frac{dx}{x \cdot \ln x}$

A.  $\ln x + C$     B.  $\ln |x| + C$     C.  $\ln(\ln x) + C$     D.  $\ln |\ln x| + C$

**Câu 92:** Một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$  là:

A.  $\frac{1}{2} \ln|x+1|$     B.  $2 \ln(x^2+1)$     C.  $\frac{1}{2} \ln(x^2+1)$     D.  $\ln(x^2+1)$

**Câu 93:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin x}$  là:

A.  $\ln \left| \cot \frac{x}{2} \right| + C$     B.  $\ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C$     C.  $-\ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C$     D.  $\ln |\sin x| + C$

**Câu 94:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \tan x$  là:

A.  $\ln |\cos x| + C$     B.  $-\ln |\cos x| + C$     C.  $\frac{\tan^2 x}{2} + C$     D.  $\ln(\cos x) + C$

**Câu 95:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = xe^x$  là:

A.  $xe^x + e^x + C$     B.  $e^x + C$     C.  $\frac{x^2}{2}e^x + C$     D.  $xe^x - e^x + C$

**Câu 96:** Kết quả của  $\int \ln x dx$  là:

A.  $x \ln x + x + C$     B. Đáp án khác    C.  $x \ln x + C$     D.  $x \ln x - x + C$

**Câu 97:** Kết quả của  $\int x \ln x dx$  là:

A.  $x \ln x + x + C$     B. Đáp án khác    C.  $x \ln x + C$     D.  $x \ln x - x + C$

**Câu 98:** Tìm  $\int x \sin 2x dx$  ta thu được kết quả nào sau đây?

A.  $x \sin x + \cos x + C$     B.  $\frac{1}{4} x \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

C.  $x \sin x + \cos x$

D.  $\frac{1}{4}x \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x$

**Câu 99:** Một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$  là :

A.  $x \tan x - \ln|\cos x|$     B.  $x \tan x + \ln(\cos x)$     C.  $x \tan x + \ln|\cos x|$     D.  $x \tan x - \ln|\sin x|$

**Câu 100:** Một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{x}{\sin^2 x}$  là :

A.  $x \cot x - \ln|\sin x|$     B.  $-x \cot x + \ln(\sin x)$

C.  $-x \tan x + \ln|\cos x|$     D.  $x \tan x - \ln|\sin x|$

**Câu 101:** Tìm  $I = \int \frac{e^x(3x-2) + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}(e^x \cdot \sqrt{x-1} + 1)} dx$  ?

A.  $I = x + \ln(e^x \cdot \sqrt{x-1} + 1) + C$     B.  $I = x - \ln(e^x \cdot \sqrt{x-1} + 1) + C$

C.  $I = \ln(e^x \cdot \sqrt{x-1} + 1) + C$     D.  $I = \ln(e^x \cdot \sqrt{x-1} - 1) + C$

**Câu 102:** Tìm  $J = \int e^x \cdot \sin x dx$  ?

A.  $J = \frac{e^x}{2}(\cos x - \sin x) + C$

B.  $J = \frac{e^x}{2}(\sin x + \cos x) + C$

C.  $J = \frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x) + C$

D.  $J = \frac{e^x}{2}(\sin x + \cos x + 1) + C$

## ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

**Câu 1:** Chọn D

Hướng dẫn:

**Câu 2:** Chọn D

Hướng dẫn:

$$f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)^2}$$

Đặt  $t = x+2 \Rightarrow dt = dx$

$$\int f(x)dx = \int \frac{2x+1}{(x+2)^2} dx = \int \frac{2(t-2)+1}{t^2} dt = \int \frac{2t-3}{t^2} dt = \int \left( \frac{2}{t} - \frac{3}{t^2} \right) dt$$

$$= 2\ln|t| + \frac{3}{t} + C = 2\ln|x+2| + \frac{3}{x+2} + C = 2\ln(x+2) + \frac{3}{x+2} + C \quad (\text{Do } x+2 > 0)$$

## Câu 3:

### Hướng dẫn:

$$\text{Đặt } I = \int \frac{\ln(1+x^2)^x + 2017x}{\ln[(e.x^2 + e)^{x^2+1}]} dx$$

$$+\text{Ta có : } I = \int \frac{\ln(1+x^2)^x + 2017x}{\ln[(e.x^2 + e)^{x^2+1}]} dx = \int \frac{x \ln(1+x^2) + 2017x}{(x^2+1)[\ln(1+x^2) + \ln e]} dx = \int \frac{x[\ln(1+x^2) + 2017]}{(x^2+1)[\ln(1+x^2) + 1]} dx$$

$$+\text{Đặt : } t = \ln(1+x^2) + 1 \Rightarrow dt = \frac{2x}{1+x^2} dx$$

$$\Rightarrow I = \int \frac{t + 2016}{2t} dt = \frac{1}{2} \int \left(1 + \frac{2016}{t}\right) dt = \frac{1}{2} t + 1008 \ln t + C$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + \frac{1}{2} + 1008 \ln[\ln(x^2 + 1) + 1] + C = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + 1008 \ln[\ln(x^2 + 1) + 1] + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án D.

## Câu 4:

### Hướng dẫn:

$$\text{Đặt : } \begin{cases} u = \ln\left(\frac{4-x^2}{4+x^2}\right) \\ dv = x^3 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{16x}{x^4-16} \\ v = \frac{x^4}{4} - 4 = \frac{x^4-16}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int x^4 \ln\left(\frac{4-x^2}{4+x^2}\right) dx = \left(\frac{x^4-16}{4}\right) \ln\left(\frac{4-x^2}{4+x^2}\right) - \int 4x dx = \left(\frac{x^4-16}{4}\right) \ln\left(\frac{4-x^2}{4+x^2}\right) - 2x^2 + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án B.

## Câu 5:

### Hướng dẫn:

$$\text{Đặt : } T = \int \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$$

$$\Rightarrow I + T = \int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx + \int \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = \int \frac{\sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} dx = x + C_1 \quad (1)$$

Ta lại có :

$$I - T = \int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx - \int \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx =$$

$$\Leftrightarrow I - T = -\int \frac{d(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = -\ln|\sin x + \cos x| + C_2 \quad (2)$$

Từ (1);(2) ta có hệ: 
$$\begin{cases} I+T = x+C_1 \\ I-T = -\ln|\sin x + \cos x| + C_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = \frac{1}{2}(x - \ln|\sin x + \cos x|) + C \\ T = \frac{1}{2}(x + \ln|\sin x + \cos x|) + C \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là đáp án D.

## Câu 6:

### Hướng dẫn:

Đặt :  $T = \int \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$

$$\Rightarrow I+T = \int \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx + \int \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx = \int \frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx = x + C_1 \quad (1)$$

Mặt khác :

$$I-T = \int \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx - \int \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx = \int \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$$

$$\Leftrightarrow I-T = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx = \int \frac{\cos 2x}{1 - \frac{1}{2}\sin^2 x} dx$$

$$\Leftrightarrow I-T = \int \frac{2\cos 2x}{2 - \sin^2 2x} dx = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left( \frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) + C_2 \quad (2)$$

Từ (1);(2) ta có hệ : 
$$\begin{cases} I+T = x+C_1 \\ I-T = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left( \frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) + C_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = \frac{1}{2} \left( x + \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left( \frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) \right) + C \\ T = \frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left( \frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) \right) + C \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là đáp án C.

## Câu 7:

### Hướng dẫn:

Điều kiện :  $\frac{x-1}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x < -1 \end{cases}$

Trường hợp 1 : Nếu  $x \geq 1$  thì

$$Q = \int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx = \int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx - \int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \sqrt{x^2-1} - \ln|x + \sqrt{x^2-1}| + C$$

Trường hợp 2: Nếu  $x < -1$  thì

$$Q = \int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx = \int \frac{1-x}{\sqrt{x^2-1}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx - \int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx = \ln|x + \sqrt{x^2-1}| - \sqrt{x^2-1} + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án D.

## Câu 8:



## Hướng dẫn:

$$\text{Đặt } g(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^n}{n!} \Rightarrow g'(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$$

$$\text{Ta có: } g(x) - g'(x) = \frac{x^n}{n!} \Rightarrow x^n = n!(g(x) - g'(x))$$

$$\Rightarrow T = \int \frac{n! \cdot [g(x) - g'(x)]}{g(x)} dx = n! \int \left[ 1 - \frac{g'(x)}{g(x)} \right] dx = n! \cdot x - n! \ln = n! \cdot x - n! \ln \left( 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} \right) + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án B.

## Câu 9:

### Hướng dẫn:

$$\text{Ta có: } T = \int \frac{dx}{\sqrt[n]{(x^n + 1)^{n+1}}} = \int \frac{dx}{x^{n+1} \cdot \sqrt[n]{\left(\frac{1}{x^n} + 1\right)^{n+1}}} = \int \frac{x^{-n-1}}{\left(\frac{1}{x^n} + 1\right)^{1+\frac{1}{n}}} dx = \int x^{-n-1} \left(\frac{1}{x^n} + 1\right)^{-1-\frac{1}{n}} dx$$

$$\text{Đặt: } t = \frac{1}{x^n} + 1 \Rightarrow dt = -\frac{n}{x^{n+1}} = -nx^{-n-1}$$

$$\Rightarrow T = -\frac{1}{n} \int t^{-1-\frac{1}{n}} dt = t^{-\frac{1}{n}} + C = \left(\frac{1}{x^n} + 1\right)^{-\frac{1}{n}} + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án A.

## Câu 10:

### Hướng dẫn:

$$\text{Ta có: } H = \int \frac{x^2}{(x \sin x + \cos x)^2} dx = \int \frac{x \cos x}{(x \sin x + \cos x)^2} \cdot \frac{x}{\cos x} dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \frac{x}{\cos x} \\ dv = \frac{x \cos x}{(x \sin x + \cos x)^2} dx = \frac{d(x \sin x + \cos x)}{(x \sin x + \cos x)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{x \sin x + \cos x}{\cos^2 x} dx \\ v = -\frac{1}{x \sin x + \cos x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow H = -\frac{x}{\cos x} \cdot \frac{1}{x \sin x + \cos x} + \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \frac{-x}{\cos x (x \sin x + \cos x)} + \tan x + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án C.

## Câu 11:

### Hướng dẫn:

Đặt  $x = 2\cos 2t$  với  $t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Ta có : 
$$\begin{cases} dx = -4\sin 2t \cdot dt \\ \sqrt{\frac{2-x}{2+x}} = \sqrt{\frac{2-2\sin 2t}{2+2\cos 2t}} = \sqrt{\frac{4\sin^2 t}{4\cos^2 t}} = \frac{\sin t}{\cos t} \end{cases}$$

$$\Rightarrow R = -\int \frac{1}{4\cos^2 2t} \cdot \frac{\sin t}{\cos t} \cdot 4\sin 2t \cdot dt = -\int \frac{2\sin^2 t}{\cos^2 2t} dt = -\int \frac{1-\cos 2t}{\cos^2 2t} dt$$

$$\Leftrightarrow R = -\int \frac{1}{\cos^2 2t} dt + \int \frac{1}{\cos 2t} dt = -\frac{\tan 2t}{2} + \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1+\sin 2t}{1-\sin 2t} \right| + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án A .

## Câu 12 :

**Lưu ý :** ta luôn có điều sau  $\left[ e^x f(x) \right]' = e^x \cdot f(x) + e^x \cdot f'(x) + C = e^x [f(x) + f'(x)] + C$

### Hướng dẫn:

$$F = \int e^x \left[ (x^n + n \cdot x^{n-1}) - n(x^{n-1} + (n-1)x^{n-2}) + n(n-1)(x^{n-2} + (n-2)x^{n-3}) + \dots + n!(-1)^{n-1}(x+1) + n!(-1)^n \right] dx$$

$$\Leftrightarrow F = e^x \left[ x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} + \dots + n!(-1)^{n-1}x + n!(-1)^n \right]$$

Vậy đáp án đúng là đáp án B.

## Câu 13:

### Hướng dẫn:

Ta có :

$$G = \int \frac{2x^2 + (1+2\ln x) \cdot x + \ln^2 x}{(x^2 + x \ln x)^2} dx = \int \frac{[x^2 + 2x \ln x + \ln^2 x] + x + x^2}{x^2(x + \ln x)^2} dx = \int \frac{(x + \ln x)^2 + x(x+1)}{x^2(x + \ln x)^2} dx$$

$$\Leftrightarrow G = \int \left( \frac{1}{x^2} + \frac{x+1}{x(x + \ln x)^2} \right) dx = -\frac{1}{x} + \int \frac{x+1}{x(x + \ln x)^2} dx = \frac{-1}{x} + J \quad \left( J = \int \frac{x+1}{x(x + \ln x)^2} dx \right)$$

Xét nguyên hàm :  $J = \int \frac{x+1}{x(x + \ln x)^2} dx$

+ Đặt :  $t = x + \ln x \Rightarrow dt = 1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x}$

$$\Rightarrow J = \int \frac{1}{t^2} dt = \frac{-1}{t} + C = \frac{-1}{x + \ln x} + C$$

Do đó :  $G = \frac{-1}{x} + J = \frac{-1}{x} - \frac{1}{x + \ln x} + C$

Vậy đáp án đúng là đáp án A .

## Câu 14:

### Hướng dẫn:

$$\text{Ta có : } K = \int \frac{(7x-1)^{2017}}{(2x+1)^{2019}} dx = \int \left( \frac{7x-1}{2x+1} \right)^{2017} \cdot \frac{1}{(2x+1)^2} dx$$

$$\text{Đặt } t = \frac{7x-1}{2x+1} \Rightarrow dt = \frac{9}{(2x+1)^2} dx \Leftrightarrow \frac{dt}{9} = \frac{1}{(2x+1)^2} dx$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{9} \int t^{2017} dt = \frac{t^{2018}}{18162} + C = \frac{1}{18162} \cdot \left( \frac{7x-1}{2x+1} \right)^{2018} + C$$

Vậy đáp án cần chọn là đáp án D.

## Câu 15:

### Hướng dẫn:

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{(x+1)^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{-1}{x+1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \frac{-\ln x}{x+1} + \int \frac{1}{x(x+1)} dx = \frac{-\ln x}{x+1} + \int \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \frac{-\ln x}{x+1} + \int \frac{1}{x} dx - \int \frac{dx}{x+1}$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{-\ln x}{x+1} + (\ln|x| - \ln|x+1|) + C = \frac{-\ln x}{x+1} + \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án A.

## Câu 16:

### Hướng dẫn:

$$\text{Ta có : } L = \int \frac{1-\ln x}{x^{1-n} \cdot \ln x \cdot (x^n + \ln^n x)} dx = \int \frac{1-\ln x}{x^2} \cdot \frac{1}{x^{-n-1} \cdot \ln x \cdot (x^n + \ln^n x)} dx = \int \frac{1-\ln x}{x^2} \cdot \frac{1}{\frac{\ln x}{x} \left( 1 + \frac{\ln^n x}{x^n} \right)} dx$$

$$\text{Đặt : } t = \frac{\ln x}{x} \Rightarrow dt = \frac{1-\ln x}{x^2} dx$$

$$\Rightarrow L = \int \frac{dt}{t(t^n+1)} = \int \frac{t^{n-1} dt}{t^n(t^n+1)}$$

$$+ \text{ Đặt } u = t^n + 1 \Rightarrow du = n \cdot t^{n-1} dt$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{n} \int \frac{du}{u(u-1)} = \frac{1}{n} \int \left( \frac{1}{u-1} - \frac{1}{u} \right) du = \frac{1}{n} \cdot [\ln|u-1| - \ln|u|] + C = \frac{1}{n} \cdot \ln \left| \frac{u-1}{u} \right| + C$$

$$\Leftrightarrow L = \frac{1}{n} \cdot \ln \left| \frac{t^n}{t^n + 1} \right| + C = \frac{1}{n} \cdot \ln \left| \frac{\frac{\ln^n x}{x^n}}{\frac{\ln^n x}{x^n} + 1} \right| + C = \frac{1}{n} \cdot \ln \left| \frac{\ln^n x}{\ln^n x + x^n} \right| + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án A.

**Câu 17:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int (x^3 - x^2 + 2\sqrt{x}) dx = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$$

Đáp án đúng là A.

**Câu 18:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + 3 \right) dx = \int \left( x^{\frac{1}{2}} + 2x^{\frac{1}{3}} + 3 \right) dx = 2x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{2}{3}} + 3x + C = 2\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2} + 3x + C.$$

Đáp án đúng là A.

**Câu 19:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int \frac{1}{x^2 - 7x + 6} dx = \int \frac{1}{(x-1)(x-6)} dx = \frac{1}{5} \int \left( \frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{1}{5} (\ln|x-6| - \ln|x-1|) + C = \frac{1}{5} \ln \left| \frac{x-6}{x-1} \right| + C.$$

Đáp án đúng là B.

**Câu 20:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int \frac{2x^3 - 6x^2 + 4x + 1}{x^2 - 3x + 2} dx = \int \left( 2x + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right) dx = \int \left( 2x + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) dx = x^2 + \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$$

Đáp án đúng là D.

**Câu 21:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int \frac{3x+3}{-x^2-x+2} dx = \int \frac{3x+3}{(1-x)(x+2)} dx = \int \left( \frac{2}{1-x} - \frac{1}{x+2} \right) dx = -2\ln|x-1| - \ln|x+2| + C.$$

Đáp án đúng là B.

**Câu 22:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}} dx = \int (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}) dx = \sqrt{(x+2)^3} - \sqrt{(x+1)^3} + C.$$

Đáp án đúng là C.

**Câu 23:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int (\sin 2x + \cos x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + \sin x + C.$$

Đáp án đúng là C.

**Câu 24:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int \frac{e^{2x+1} - 2}{\sqrt[3]{e^x}} dx = \int \left( \frac{e^{2x+1}}{e^{\frac{x}{3}}} - \frac{2}{e^{\frac{x}{3}}} \right) dx = \int \left( e^{2x+1-\frac{x}{3}} - 2e^{-\frac{x}{3}} \right) dx = \int \left( e^{\frac{5}{3}x+1} - 2e^{-\frac{x}{3}} \right) dx = \frac{5}{3} e^{\frac{5}{3}x+1} + \frac{2}{3} e^{-\frac{x}{3}} + C.$$

Đáp án đúng là D.

**Câu 25:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int [\sin(2x+3) + \cos(3-2x)] dx = -2\cos(2x+3) - 2\sin(3-2x) + C.$$

Đáp án đúng là A.

**Câu 26:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int [\sin^2(3x+1) + \cos x] dx = \int \left[ \frac{1 - \cos(6x+2)}{2} + \cos x \right] dx = \int \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(6x+2) + \cos x \right] dx = \frac{1}{2}x - 3\sin(6x+2) + \sin x + C$$

Đáp án đúng là A.

**Câu 27:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int \left( \sqrt{x+1} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{2}{3} \sqrt{(x+1)^3} + \frac{1}{x} + C.$$

$$\text{Theo đề bài, ta lại có: } F(3) = 6 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \sqrt{(3+1)^3} + \frac{1}{3} + C = 6 \Leftrightarrow C = \frac{1}{3}.$$

$$F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{(x+1)^3} + \frac{1}{x} + \frac{1}{3}.$$

Đáp án đúng là B.

**Câu 28:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int [4x^3 + 2(m-1)x + m + 5] dx = x^4 + (m-1)x^2 + (m+5)x + C.$$

Lại có:

$$\begin{cases} F(0) = 1 \\ F(1) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 1 \\ 1 + m - 1 + m + 5 + C = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 1 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } F(x) = x^4 + 6x + 1.$$

Đáp án đúng là B.

**Câu 29:**

**Phân tích:**

$$\text{Đặt } t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx.$$

$$\Rightarrow \int \frac{x}{x^2 + 1} dx = \dots = \frac{1}{2} \int \frac{1}{t} dt = \frac{1}{2} \ln|t| + C.$$

Đáp án đúng là C.

**Câu 30:**

**Phân tích:**

Ta có:

$$\int (\sin^3 x + \cos^3 x) dx = 3 \cos x \cdot \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos^2 x + C = \frac{3}{2} \sin 2x (\sin x - \cos x) + C = \frac{3\sqrt{2}}{2} \sin 2x \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) + C$$

Đáp án đúng là C.

**Câu 31:**

**Phân tích:**

$$\text{Đặt } t = \ln 2x \Rightarrow dt = 2 \cdot \frac{1}{2x} dx \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx .$$

$$\Rightarrow \int \frac{\ln 2x}{x} dx = \dots = \int t dt = \frac{1}{2} t^2 + C .$$

Đáp án đúng là A.

**Câu 32:****Phân tích:**

$$\text{Ta đặt : } x = \tan t, t \in \left( -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow dx = \frac{1}{\cos^2 t} dt .$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \dots = \int dt = t + C .$$

Đáp án đúng là D.

**Câu 33:****Phân tích:**

$$\text{Ta biến đổi: } I = \int \frac{1}{\sqrt{4 - (x-1)^2}} dx .$$

$$\text{Đặt } x-1 = 2 \sin t, t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow dx = 2 \cos t dt .$$

$$\Rightarrow I = \int dt = t + C .$$

Đáp án đúng là D.

**Câu 34:****Phân tích:**

$$\text{Ta có: } \int (\tan x + \cot x) dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx + \int \frac{\cos x}{\sin x} dx .$$

$$\text{Xét } I_1 = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx . \text{ Đặt } t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx \Rightarrow I_1 = -\int \frac{1}{t} dt = -\ln|t| + C_1 .$$

$$\text{Xét } I_2 = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx . \text{ Đặt } u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx \Rightarrow I_2 = \int \frac{1}{u} du = \ln|u| + C_2 .$$

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2 = -\ln|t| + \ln|u| + C$$

Đáp án đúng là A.

**Câu 35:****Phân tích:**

Ta có:

$$I = \int \frac{2\sin x + 2\cos x}{\sqrt[3]{1 - \sin 2x}} dx = \int \frac{2(\sin x + \cos x)}{\sqrt[3]{(\sin x - \cos x)^2}} dx.$$

Đặt  $t = \sin x - \cos x \Rightarrow dt = (\sin x + \cos x) dx$ .

$$\Rightarrow I = \int \frac{2}{\sqrt[3]{t^2}} dt = 2 \cdot \frac{1}{1 + \left(-\frac{2}{3}\right)} t^{\frac{1}{3}} + C = 6\sqrt[3]{t} + C.$$

Đáp án đúng là B.

### Câu 36:

#### Phân tích:

Ta đặt:

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = \int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{1}{2} x dx.$$

Đáp án đúng là B.

### Câu 37:

#### Phân tích:

Ta đặt:

$$\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = \int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx.$$

Đáp án đúng là C.

### Câu 38:

#### Phân tích:

Ta biến đổi:  $I = \int x \sin^2 x dx = \int x \left( \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx = \frac{1}{2} \int x dx - \frac{1}{2} \int x \cos 2x dx = \frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} \underbrace{\int x \cos 2x dx}_{I_1} + C_1$

$$I_1 = \int x \cos 2x dx.$$

Đặt  $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}.$

$$\Rightarrow I_1 = \int x \cos 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x - \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C.$$



$$\Rightarrow I = \frac{1}{4} \left( x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x - x \sin 2x \right) + C = \frac{1}{8} (2x^2 - 2x \sin 2x - \cos 2x) + C = -\frac{1}{8} \cos 2x + \frac{1}{4} (x^2 + x \sin 2x) + C.$$

Đáp án đúng là C.

### Câu 39:

#### Phân tích:

Ta có:

$$I = \int e^x dx = e^x + C.$$

Đáp án đúng là D.

### Câu 40:

#### Phân tích:

Ta có:

$$I = \int e^x (1+x) dx = \int e^x dx + \int e^x x dx = e^x + C_1 + \underbrace{\int x e^x dx}_{I_1}.$$

Xét  $I_1 = \int x e^x dx$ .

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I_1 = x e^x - \int x e^x dx \Rightarrow I_1 = \frac{1}{2} x e^x + C_2.$$

$$\Rightarrow I = e^x + \frac{1}{2} x e^x + C.$$

Đáp án đúng là B.

### Câu 41:

#### Phân tích:

Ta đặt:

$$\begin{cases} u = x \\ du = \sin x \cos^2 x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ u = -\cos^3 x \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = \int x \sin x \cos^2 x dx = -x \cos^3 x + \underbrace{\int \cos^3 x dx}_{I_1} + C_1.$$

Xét  $I_1 = \int \cos^3 x dx = \int \cos x (1 - \sin^2 x) dx$ .

Đặt  $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$ .

$$\Rightarrow I_1 = \int (1 - t^2) dt = t - \frac{1}{3} t^3 + C_2.$$

$$\Rightarrow I = -x \cos^3 x + I_1 = -x \cos^3 x + t - \frac{1}{3}t^3 + C.$$

Đáp án đúng là A.

**Câu 42:**

**Phân tích:**

Ta đặt:

$$\begin{cases} u = \ln(\cos x) \\ dv = \frac{dx}{\sin^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -\tan x dx \\ v = -\cot x \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = -\cot x \cdot \ln(\cos x) - \int dx = -\cot x \cdot \ln(\cos x) - x + C.$$

Đáp án đúng là B.

**Câu 43.**

**Phân tích:**

**Cách 1:**

Theo đề, ta cần tìm  $\int (x^2 + 2x^3) dx$ . Sau đó, ta xác định giá trị của  $a$ .

Ta có:

$$\int (x^2 + 2x^3) dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^4 + C.$$

Suy ra để  $\int (x^2 + x^3) dx$  có dạng  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$  thì  $a=1, b=2$ .

Vậy đáp án chính xác là đáp án B.

**Cách 2:** Dùng phương pháp loại trừ.

Ta thay giá trị của  $a$  ở các đáp án vào  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ . Sau đó, với mỗi  $a$  của các đáp án ta lấy

đạo hàm của  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ .

Ví dụ:

A. Thay  $a=2$  vào  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$  ta được  $\frac{2}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ . Lấy đạo hàm của  $\frac{2}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ :

$\left(\frac{2}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C\right)' = 2x^2 + bx^3$ , vì không tồn tại số hữu tỉ  $b$  sao cho  $x^2 + 2x^3 = 2x^2 + bx^3, \forall x \in \mathbb{R}$  nên ta

loại

đáp án A.

B. Thay  $a=1$  vào  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$  ta được  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ . Lấy đạo hàm của  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ :

$$\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C\right)' = x^2 + bx^3, \text{ vì tồn tại số hữu tỉ } b \text{ sao cho } x^2 + 2x^3 = 2x^2 + bx^3, \forall x \in \mathbb{R} \text{ ( cụ thể}$$

$b=2 \in \mathbb{Q}$ ) nên ta nhận đáp án B.

C. Thay  $a=9$  vào  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$  ta được  $3x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ . Lấy đạo hàm của  $3x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ :

$$\left(3x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C\right)' = 9x^2 + bx^3, \text{ vì không tồn tại số hữu tỉ } b \text{ sao cho } 9x^2 + 2x^3 = 2x^2 + bx^3, \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên ta}$$

loại

đáp án C.

D. Thay  $a=32$  vào  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$  ta được  $\frac{32}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ . Lấy đạo hàm của  $\frac{32}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ :

$$\left(\frac{32}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C\right)' = 32x^2 + bx^3, \text{ vì không tồn tại số hữu tỉ } b \text{ sao cho } 32x^2 + 2x^3 = 2x^2 + bx^3, \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên}$$

ta loại

đáp án D.

Chú ý:

Ta chỉ cần so sánh hệ số của  $x^2$  ở 2 vế của đẳng thức  $x^2 + 2x^3 = 2x^2 + bx^3$ ;  $9x^2 + 2x^3 = 2x^2 + bx^3$ ;

$32x^2 + 2x^3 = 2x^2 + bx^3$  và có thể loại nhanh các đáp án A, C, D.

## Sai lầm thường gặp:

A. Đáp án A sai.

Một số học sinh không đọc kĩ đề nên tìm giá trị của  $b$ . Nên khoanh đáp án A.

C. Đáp án C sai.

Một số học sinh sai lầm ở chỗ nhớ sai công thức nguyên hàm như sau:

$$\int (x^2 + 2x^3) dx = 3x^3 + 8x^4 + C.$$

Vì thế,  $a=9$  để  $\int (x^2 + 2x^3) dx = 3x^3 + 8x^4 + C$  có dạng  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ .

Học sinh khoanh đáp án C và đã sai lầm.

D. Đáp án D sai.

Một số học sinh sai lầm ở chỗ nhớ sai công thức nguyên hàm như sau:

$$\int (x^2 + 2x^3) dx = 3x^3 + 8x^4 + C.$$

Học sinh không đọc kĩ yêu cầu đề bài nên tìm giá trị  $b$ .

Để  $\int (x^2 + 2x^3) dx$  có dạng  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$  thì  $b = 32$ .

Thế là, học sinh khoanh đáp án D và đã sai lầm.

## Câu 44.

### Phân tích:

### Cách 1:

Theo đề, ta cần tìm  $\int \left( \frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 \right) dx$ . Sau đó, ta xác định giá trị của  $a$ .

Ta có:

$$\int \left( \frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 \right) dx = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1+\sqrt{3}}{30}x^6 + C.$$

Suy ra để  $\int \left( \frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 \right) dx$  có dạng  $\frac{a}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$  thì  $a = 1 \in \mathbb{Q}, b = \frac{1+\sqrt{3}}{5} \notin \mathbb{Q}$ .

Vậy đáp án chính xác là đáp án D.

### Cách 2: Dùng phương pháp loại trừ.

Ta thay giá trị của  $a$  ở các đáp án vào  $\frac{a}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$ . Sau đó, với mỗi  $a$  của các đáp án ta lấy

đạo hàm của  $\frac{a}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$ .

Ví dụ:

A. Thay  $a = 1$  vào  $\frac{a}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$  ta được  $\frac{1}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$ . Lấy đạo hàm của  $\frac{1}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$ :

$$\left( \frac{1}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C \right)' = \frac{1}{3}x^3 + bx^5, \quad \text{vì không tồn tại số hữu tỉ } b \text{ sao cho}$$

$$\frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 = \frac{1}{3}x^3 + bx^5, \quad \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên ta}$$

loại đáp án A.

B. Thay  $a = 12$  vào  $\frac{a}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$  ta được  $x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$ . Lấy đạo hàm của  $x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$ :

$$\left( x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C \right)' = 4x^3 + bx^5, \quad \text{vì không tồn tại số hữu tỉ } b \text{ sao cho } \frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 = 4x^3 + bx^5, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

nên ta loại đáp án B.

C. Loại đáp án C.

Ta có thể loại nhanh đáp án C vì  $\frac{36}{5}(1+\sqrt{3}) \notin \mathbb{Q}$  và  $a \in \mathbb{Q}$ .

Vậy đáp án chính xác là đáp án D.

## Sai lầm thường gặp:

A. Đáp án A sai.

Một số học sinh không đọc kỹ đề nên sau khi tìm được giá trị của  $a$  ( không tìm giá trị của  $b$  ). Học sinh khoanh đáp án A và đã sai lầm.

B. Đáp án B sai.

Một số học sinh sai lầm ở chỗ nhớ sai công thức nguyên hàm và chỉ tìm giá trị của  $a$  như sau:

$$\int \left( \frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 \right) dx = 3 \cdot \frac{1}{3}x^4 + 6 \cdot \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^6 + C = x^4 + \frac{6(1+\sqrt{3})}{5}x^6 + C.$$

Vì thế,  $a=12$  để  $\int \left( \frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 \right) dx = x^4 + \frac{6(1+\sqrt{3})}{5}x^6 + C$  có dạng  $\frac{a}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$ .

Thế là, học sinh khoanh đáp án B và đã sai lầm.

C. Đáp án C sai.

Một số học sinh sai lầm ở chỗ nhớ sai công thức nguyên hàm và chỉ tìm giá trị của  $b$  do không đọc kỹ yêu cầu bài toán:

$$\int \left( \frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 \right) dx = 3 \cdot \frac{1}{3}x^4 + 6 \cdot \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^6 + C = x^4 + \frac{6(1+\sqrt{3})}{5}x^6 + C.$$

Vì thế,  $b = \frac{36}{5}(1+\sqrt{3})$  để  $\int \left( \frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 \right) dx = x^4 + \frac{6(1+\sqrt{3})}{5}x^6 + C$  có dạng  $\frac{a}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$ .

Thế là, học sinh khoanh đáp án C và đã sai lầm.

## Câu 45.

### Phân tích:

#### Cách 1:

Theo đề, ta cần tìm  $\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx$ . Sau đó, ta xác định giá trị của  $a$ .

Ta có:

$$\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx = \int 2x\sqrt{x^2+1} dx + \int x \ln x dx.$$

Để tìm  $\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx$  ta đặt  $I_1 = \int 2x\sqrt{x^2+1} dx$  và  $I_2 = \int x \ln x dx$  và tìm  $I_1, I_2$ .

$$* I_1 = \int 2x\sqrt{x^2+1} dx.$$

Dùng phương pháp đổi biến.

Đặt  $t = \sqrt{x^2+1}, t \geq 1$  ta được  $t^2 = x^2+1, x dx = t dt$ .

Suy ra:

$$I_1 = \int 2x\sqrt{x^2+1} dx = \int 2t^2 dt = \frac{2}{3}t^3 + C_1 = \frac{2}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + C_1, \text{ trong đó } C_1 \text{ là 1 hằng số.}$$

$$* I_2 = \int x \ln x dx.$$

Dùng phương pháp nguyên hàm từng phần.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{1}{2} x^2 \end{cases}, \text{ ta được:}$$

$$I_2 = \int x \ln x dx = \int u dv = uv - \int v du = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \int \frac{1}{2} x^2 \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C_2.$$

$$\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx = I_1 + I_2 = \frac{2}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + C_1 + \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C_2 = \frac{2}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C.$$

Suy ra để  $\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx$  có dạng  $\frac{a}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + \frac{b}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$  thì  $a=2 \in \mathbb{Q}, b=3 \in \mathbb{Q}$ .

Vậy đáp án chính xác là đáp án B.

**Cách 2:** Dùng phương pháp loại trừ.

Ta thay giá trị của  $a$  ở các đáp án vào  $\frac{a}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + \frac{b}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$ . Sau đó, với mỗi  $a$  của các

đáp án ta lấy đạo hàm của  $\frac{a}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + \frac{b}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$ .

Không khuyến khích cách này vì việc tìm đạo hàm của hàm hợp phức tạp và có 4 đáp án nên việc tìm đạo hàm trở nên khó khăn.

**Sai lầm thường gặp:**

A. Đáp án A sai.

Một số học sinh không đọc kỹ đề nên chỉ tìm giá trị của  $b$ . Học sinh khoanh đáp án A và đã sai lầm.

C. Đáp án C sai.

Một số học sinh chỉ sai lầm như sau:

$$* I_1 = \int 2x\sqrt{x^2+1} dx.$$

Dùng phương pháp đổi biến.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2+1}, t \geq 1 \text{ ta được } t^2 = x^2+1, t dt = 2x dx.$$

Suy ra:

$$I_1 = \int 2x\sqrt{x^2+1} dx = \int t^2 dt = \frac{1}{3} t^3 + C_1 = \frac{1}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + C_1, \text{ trong đó } C_1 \text{ là 1 hằng số.}$$

Học sinh tìm đúng  $I_2 = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C_2$  theo phân tích ở trên.

$$\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx = I_1 + I_2 = \frac{1}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + C_1 + \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C_2 = \frac{1}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C.$$

Suy ra để  $\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx$  có dạng  $\frac{a}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + \frac{b}{6}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$  thì  $a=1, b=3$ .

Thế là, học sinh khoanh đáp án C và đã sai lầm.

D. Đáp án D sai.

Một số học sinh chỉ sai lầm như sau:

$$* I_1 = \int 2x\sqrt{x^2+1} dx.$$

Dùng phương pháp đổi biến.

Đặt  $t = \sqrt{x^2+1}, t \geq 1$  ta được  $t^2 = x^2 + 1, tdt = 2x dx$ .

Suy ra:

$$I_1 = \int 2x\sqrt{x^2+1} dx = \int t^2 dt = \frac{1}{3}t^3 + C_1 = \frac{1}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + C_1, \text{ trong đó } C_1 \text{ là 1 hằng số.}$$

Học sinh tìm đúng  $I_2 = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C_2$  theo phân tích ở trên.

$$\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx = I_1 + I_2 = \frac{1}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + C_1 + \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C_2 = \frac{1}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C.$$

Suy ra để  $\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx$  có dạng  $\frac{a}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + \frac{b}{6}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$  thì  $a=1 \in \mathbb{Q}, b=\frac{1}{3} \notin \mathbb{Q}$ .

Thế là, học sinh khoanh đáp án D và đã sai lầm do tính sai giá trị của  $b$ .

## Câu 46.

**Phân tích:**

**Cách 1:**

Theo đề, ta cần tìm  $\int \left( x^3 + \sqrt{x+1} + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx$ . Sau đó, ta xác định giá trị của  $a$ .

Ta có:

$$\int \left( x^3 + \sqrt{x+1} + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx = \int \left( x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx + \int \sqrt{x+1} dx.$$

Để tìm  $\int (2x\sqrt{x^2+1} + x \ln x) dx$  ta đặt  $I_1 = \int \left( x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx$  và  $I_2 = \int \sqrt{x+1} dx$  và tìm  $I_1, I_2$ .

\*Tìm  $I_1 = \int \left( x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx$ .

$$I_1 = \int \left( x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{x} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + C_1, \text{ trong đó } C_1 \text{ là 1 hằng số.}$$

\*Tìm  $I_2 = \int \sqrt{x+1} dx$ .

Dùng phương pháp đổi biến.

Đặt  $t = \sqrt{x+1}, t \geq 0$  ta được  $t^2 = x+1, 2tdt = dx$ .

Suy ra  $I_2 = \int \sqrt{x+1} dx = \int 2t^2 dt = \frac{2}{3}t^3 + C_2 = \frac{2}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C_2$ .

$$\int \left( x^3 + \sqrt{x+1} + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx = I_1 + I_2 = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{x} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + C_1 + \frac{2}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C_2 = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{x} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + \frac{2}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C$$

Suy ra để  $\int \left( x^3 + \sqrt{x+1} + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx$  có dạng  $\frac{a}{4}x^4 - \frac{1}{x} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + \frac{b}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C$  thì

$$a=1 \in \mathbb{Q}, b=2 \in \mathbb{Q}.$$

Vậy đáp án chính xác là đáp án D.

**Cách 2:** Dùng phương pháp loại trừ.

Ta thay giá trị của  $a, b$  ở các đáp án vào  $\frac{a}{4}x^4 - \frac{1}{x} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + \frac{b}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C$ . Sau đó, với mỗi  $a, b$  ở

các đáp án A, B, D ta lấy đạo hàm của  $\frac{a}{3}(\sqrt{x^2+1})^3 + \frac{b}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$ .

**Sai lầm thường gặp:**

A. Đáp án A sai.

Một số học sinh không chú ý đến thứ tự  $b, a$  nên học sinh khoanh đáp án A và đã sai lầm.

B. Đáp án B sai.

Một số học sinh chỉ sai lầm như sau:

\*Tìm  $I_2 = \int \sqrt{x+1} dx$ .

Dùng phương pháp đổi biến.

Đặt  $t = \sqrt{x+1}, t \geq 0$  ta được  $t^2 = x+1, tdt = dx$ .

Suy ra  $I_2 = \int \sqrt{x+1} dx = \int t^2 dt = \frac{1}{3}t^3 + C_2 = \frac{1}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C_2$ .



$$\int \left( x^3 + \sqrt{x+1} + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx = I_1 + I_2 = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{x} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + C_1 + \frac{1}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C_2 = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{x} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C$$

Suy ra để  $\int \left( x^3 + \sqrt{x+1} + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx$  có dạng  $\frac{a}{4}x^4 - \frac{1}{x} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + \frac{b}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C$  thì

$$a=1 \in \mathbb{Q}, b=1 \in \mathbb{Q}.$$

Thế là, học sinh khoanh đáp án B và đã sai lầm.

C. Đáp án C sai.

Một số học sinh chỉ sai lầm như sau:

$$* \text{Tìm } I_2 = \int \sqrt{x+1} dx.$$

$$I_2 = \int \sqrt{x+1} dx = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + C_2.$$

Suy ra  $\int \left( x^3 + \sqrt{x+1} + \frac{1}{x^2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) dx$  không thể có dạng  $\frac{a}{4}x^4 - \frac{1}{x} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + \frac{b}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C$ , với

$$a, b \in \mathbb{Q}.$$

Nên không tồn tại  $a, b$  thỏa yêu cầu bài toán.

Thế là, học sinh khoanh đáp án C và đã sai lầm.

## Câu 47.

### Phân tích:

#### Cách 1:

Theo đề, ta cần tìm  $\int \left( (x+1)e^{2(x+1)} + \cos 2x \right) dx$ . Sau đó, ta xác định giá trị của  $a$ .

Ta có:

$$\int \left( (x+1)e^{x^2-5x+4} \cdot e^{7x-3} + \cos 2x \right) dx = \int \left( (x+1)e^{(x^2-5x+4)+(7x-3)} + \cos 2x \right) dx = \int (x+1)e^{(x+1)^2} dx + \int \cos 2x dx.$$

Để tìm  $\int \left( (x+1)e^{(x^2-5x+4)} \cdot e^{7x-3} + \cos 2x \right) dx$  ta đặt  $I_1 = \int (x+1)e^{(x+1)^2} dx$  và  $I_2 = \int \cos 2x dx$  và tìm  $I_1, I_2$ .

$$* \text{Tìm } I_1 = \int (x+1)e^{(x+1)^2} dx.$$

$$\text{Đặt } t = (x+1)^2; dt = 2(x+1)(x+1)' dx = 2(x+1) dx.$$

$$I_1 = \int (x+1)e^{(x+1)^2} dx = \int \frac{1}{2} e^t dt = \frac{1}{2} e^t + C_1 = \frac{1}{2} e^{(x+1)^2} + C_1, \text{ trong đó } C_1 \text{ là 1 hằng số.}$$

$$* \text{Tìm } I_2 = \int \cos 2x dx.$$

$$I_2 = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C_2.$$

$$\int \left( (x+1)e^{x^2-5x+4} \cdot e^{7x-3} + \cos 2x \right) dx = I_1 + I_2 = \frac{1}{2} e^{(x+1)^2} + C_1 + \frac{1}{2} \sin 2x + C_2 = \frac{1}{2} e^{(x+1)^2} + \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

Suy ra để  $\int \left( (x+1)e^{x^2-5x+4} \cdot e^{7x-3} + \cos 2x \right) dx$  có dạng  $\frac{a}{6} e^{(x+1)^2} + \frac{b}{2} \sin 2x + C$  thì  $a=3 \in \mathbb{Q}, b=1 \in \mathbb{Q}$ .

Vậy đáp án chính xác là đáp án A.

## Cách 2:

Sử dụng phương pháp loại trừ bằng cách thay lần lượt các giá trị  $a, b$  ở các đáp án vào

$$\frac{a}{6} e^{(x+1)^2} + \frac{b}{2} \sin 2x + C \text{ và lấy đạo hàm của chúng.}$$

## Sai lầm thường gặp

B. Đáp án B sai.

Một số học sinh sai lầm ở chỗ không để ý đến thứ tự sắp xếp  $b, a$  nên khoanh đáp án B và đã sai lầm.

C. Đáp án C sai.

Một số học sinh chỉ sai lầm ở chỗ:

$$\text{Tìm } I_2 = \int \cos 2x dx.$$

$$I_2 = \int \cos 2x dx = \sin 2x + C_2.$$

$$\int \left( (x+1)e^{x^2-5x+4} \cdot e^{7x-3} + \cos 2x \right) dx = I_1 + I_2 = \frac{1}{2} e^{(x+1)^2} + C_1 + \sin 2x + C_2 = \frac{1}{2} e^{(x+1)^2} + \sin 2x + C.$$

Suy ra để  $\int \left( (x+1)e^{x^2-5x+4} \cdot e^{7x-3} + \cos 2x \right) dx$  có dạng  $\frac{a}{6} e^{(x+1)^2} + \frac{b}{2} \sin 2x + C$  thì  $a=3 \in \mathbb{Q}, b=2 \in \mathbb{Q}$ .

D. Đáp án D sai.

Một số học sinh chỉ sai lầm ở chỗ:

$$\text{Tìm } I_1 = \int (x+1)e^{(x+1)^2} dx.$$

$$\text{Đặt } t = (x+1)^2; dt = (x+1)(x+1)' dx = (x+1) dx.$$

$$I_1 = \int (x+1)e^{(x+1)^2} dx = \int e^t dt = e^t + C_1 = e^{(x+1)^2} + C_1, \text{ trong đó } C_1 \text{ là 1 hằng số.}$$

Học sinh tìm đúng  $I_2 = \frac{1}{2} \sin 2x + C_2$  nên ta được:

$$\int \left( (x+1)e^{x^2-5x+4} \cdot e^{7x-3} + \cos 2x \right) dx = I_1 + I_2 = e^{(x+1)^2} + C_1 + \frac{1}{2} \sin 2x + C_2 = e^{(x+1)^2} + \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

Suy ra để  $\int((x+1)e^{x^2-5x+4} \cdot e^{7x-3} + \cos 2x)dx$  có dạng  $\frac{a}{6}e^{(x+1)^2} + \frac{b}{2}\sin 2x + C$  thì  $a=6 \in \mathbb{Q}, b=1 \in \mathbb{Q}$ .

**Câu 48.**

**Phân tích:**

**Cách 1:**

Ta cần tìm  $\int((2a+1)x^3 + bx^2)dx$ .

Ta có:

$$\int((2a+1)x^3 + bx^2)dx = \frac{1}{4}(2a+1)x^4 + \frac{1}{3}bx^3 + C.$$

Vì ta có giả thiết  $\int((2a+1)x^3 + bx^2)dx = \frac{3}{4}x^4 + x^3 + C$  nên  $\frac{1}{4}(2a+1)x^4 + \frac{1}{3}bx^3 + C$  có dạng  $\frac{3}{4}x^4 + x^3 + C$ .

$$\text{Để } \frac{1}{4}(2a+1)x^4 + \frac{1}{3}bx^3 + C \text{ có dạng } \frac{3}{4}x^4 + x^3 + C \text{ thì } \begin{cases} \frac{1}{4}(2a+1) = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{3}b = 1 \end{cases}, \text{ nghĩa là } \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}.$$

Vậy đáp án chính xác là đáp án A.

**Cách 2:**

Ta loại nhanh đáp án C vì giá trị  $a$  ở đáp án C không thỏa điều kiện  $a \in \mathbb{Q}$ .

Tiếp theo, ta thay giá trị  $a, b$  ở các đáp án A, B vào  $\int((2a+1)x^3 + bx^2)dx$  và tìm

$$\int((2a+1)x^3 + bx^2)dx.$$

Ta có:  $\int(3x^3 + 3x^2)dx = \frac{3}{4}x^4 + x^3 + C$  nên đáp án chính xác là đáp án A.

Chú ý:

Giả sử các giá trị  $a, b$  ở các đáp án A, B, C không thỏa yêu cầu bài toán thì đáp án chính xác là đáp án D.

**Sai lầm thường gặp:**

B. Đáp án B sai.

Một số học sinh không chú ý đến thứ tự sắp xếp nên học sinh khoanh đáp án B và đã sai lầm.

C. Đáp án C sai.

Một số học sinh sai lầm ở chỗ:

Ta có:

$$\int((2a+1)x^3 + bx^2)dx = (2a+1)x^4 + bx^3 + C.$$

Vì ta có giả thiết  $\int((2a+1)x^3 + bx^2)dx = \frac{3}{4}x^4 + x^3 + C$  nên  $(2a+1)x^4 + bx^3 + C$  có dạng  $\frac{3}{4}x^4 + x^3 + C$ .

Để  $\frac{1}{4}(2a+1)x^4 + \frac{1}{3}bx^3 + C$  có dạng  $\frac{3}{4}x^4 + x^3 + C$  thì  $\begin{cases} (2a+1) = \frac{3}{4} \\ b=1 \end{cases}$ ,

nghĩa là  $\begin{cases} a = -\frac{1}{8} \\ b=1 \end{cases}$ .

**Câu 49.** Ta có:  $\int (2 + e^{3x})^2 dx = \int (4 + 4e^{3x} + e^{6x}) dx = 4x + \frac{4e^{3x}}{3} + \frac{e^{6x}}{6} + C$ .

Vậy ta chọn D.

**Câu 50.** Ta có:  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}} = -2\sqrt{1-x} + C$ . Vậy ta chọn B.

**Câu 51.** Ta có:  $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

Đặt  $t = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t^2 = 1-x^2 \Rightarrow -tdt = xdx$

Khi đó:  $I = -\int \frac{(1-t^2)}{t} tdt = \int (t^2 - 1)dt = \frac{t^3}{3} - t + C$ .

Thay  $t = \sqrt{1-x^2}$  ta được  $I = \frac{(\sqrt{1-x^2})^3}{3} - \sqrt{1-x^2} + C = -\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1-x^2} + C$ .

Vậy ta chọn D.

**Câu 52.** Ta có:  $F(x) = \int d(\sqrt{2\ln x + 1}) = \sqrt{2\ln x + 1} + C$ .

Vậy ta chọn B.

**Câu 53.** Ta có:  $\int \left(x^3 - 3x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ .

Vậy ta chọn C.

**Câu 54.** Ta có:  $\int \sqrt{3x-1} dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{1+2} \sqrt{(3x-1)^3} + C = \frac{2}{9} \sqrt{(3x-1)^3} + C$ .

Vậy ta chọn B.

**Câu 55.** Ta có:  $\int \frac{x^3}{x^4-1} dx = \frac{1}{4} \int \frac{d(x^4-1)}{x^4-1} = \frac{1}{4} \ln|x^4-1| + C$

Vậy ta chọn B.

**Câu 56.** Ta có:  $\int \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$ .

Vậy ta chọn A.

**Câu 57.** Ta có:  $\int \frac{5+2x^4}{x^2} dx = \int \left( \frac{5}{x^2} + 2x^2 \right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C.$

Vậy ta chọn A.

**Câu 58.** Ta có :  $I = \int x\sqrt{1+x^2} dx$

Đặt  $t = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow t^2 = 1+x^2 \Rightarrow t dt = x dx$

Khi đó:  $I = \int t.t dt = \frac{t^3}{3} + C.$

Thay  $t = \sqrt{1+x^2}$  ta được  $I = \frac{(\sqrt{1+x^2})^3}{3} + C.$

Vậy ta chọn A.

**Câu 59.** Ta có:  $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$

Vậy ta chọn B.

**Câu 60.** Ta có:  $F(x) = \int (2x - 3 \cos x) dx = x^2 - 3 \sin x + C$

$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \Leftrightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - 3 \sin \frac{\pi}{2} + C = 3 \Leftrightarrow C = 6 - \frac{\pi^2}{4}$

Vậy  $F(x) = x^2 - 3 \sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$

Vậy ta chọn D.

**Câu 61.** Ta có:  $F(x) = \int \left( 2x + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = x^2 - \cot x + C$

$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 - \cot \frac{\pi}{4} + C = -1 \Leftrightarrow C = \frac{\pi^2}{16}$

Vậy  $F(x) = -\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$

Vậy ta chọn A.

**Câu 62.** Ta có:  $F(x) = \int \cos 3x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \int (\cos 2x + \cos 4x) dx = \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

$F(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{8} \sin 0 + \frac{1}{4} \sin 0 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0$

Vậy  $F(x) = \frac{\cos 4x}{8} + \frac{\cos 2x}{4}$

Vậy ta chọn D.

**Câu 63.** Ta có:  $\int \cot^2 x dx = \int (\cot^2 x + 1 - 1) dx = -\cot x - x + C.$

Vậy ta chọn B.

**Câu 64.** Ta có:  $\int (e^x + e^{-x} + 1) dx = e^x - e^{-x} + x + C.$

Vậy ta chọn C.

**Câu 65.** Ta có:  $\int 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x dx = \int 84^x dx = \frac{84^x}{\ln 84} + C.$

Vậy ta chọn A.

**Câu 66.** Ta có:  $\int \left( x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

Vậy ta chọn D.

**Câu 67.** Ta có:  $\int \sqrt{1-2x} dx = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{(1-2x)^3} + C = -\frac{1}{3} \sqrt{(1-2x)^3} + C.$

Vậy ta chọn B.

**Câu 68.** Ta có:  $\int 2^{x+1} dx = \frac{2^{x+1}}{\ln 2} + C$

Vậy ta chọn A.

**Câu 69.** Ta có:  $(e^x + \tan x + C)' = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}.$

Vậy ta chọn D.

**Câu 70.** Ta có:  $(e^x + \sin^2 x + C)' = e^x + \sin 2x$

Vậy ta chọn D.

**Câu 71.** Ta có:  $F(x) = \int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx = \int \left( x - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + C$

$$F(1) = 0 \Leftrightarrow \frac{1^2}{2} + \frac{1}{1} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{3}{2}$$

Vậy  $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{3}{2}$

Vậy ta chọn D.

**Câu 72.** Ta có:  $F(x) = \int F'(x) dx = \int (4x^3 - 3x^2 + 2) dx = x^4 - x^3 + 2x + C$

$$F(-1) = 3 \Leftrightarrow (-1)^4 - (-1)^3 + 2 \cdot (-1) + C = 3 \Leftrightarrow C = 3$$

Vậy  $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$

Vậy ta chọn B.

**Câu 73.** Ta có:  $F(x) = \int e^x \cdot (1 - e^{-x}) dx = \int (e^x - 1) dx = e^x - x + C$

$$F(0) = 3 \Leftrightarrow e^0 - 0 + C = 3 \Leftrightarrow C = 2$$

Vậy  $F(x) = e^x - x + 2$

Vậy ta chọn B.

**Câu 74.** Ta có:  $I = \int 2x\sqrt{x^2+1} dx$

Đặt:  $t = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow t^2 = x^2 + 1 \Rightarrow 2t dt = 2x dx$ .

Khi đó:  $I = \int t \cdot 2t \cdot dt = \int 2t^2 \cdot dt = \frac{2t^3}{3} + C$

Suy ra:  $I = \frac{2}{3} \sqrt{(x^2+1)^3} + C$ .

Vậy ta chọn A.

**Câu 75.** Ta có:  $I = \int 2x\sqrt{1-x^2} dx$

Đặt:  $t = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t^2 = 1 - x^2 \Rightarrow -2t dt = 2x dx$ .

Khi đó:  $I = \int t \cdot (-2t) \cdot dt = \int -2t^2 \cdot dt = -\frac{2t^3}{3} + K$

Suy ra:  $I = -\frac{2}{3} \sqrt{(1-x^2)^3} + C$ .

Vậy ta chọn D.

**Câu 76.** Ta có:  $I = \int \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} dx$

Đặt:  $t = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow t^2 = x^2 + 1 \Rightarrow 2t \cdot dt = 2x \cdot dx$ .

Khi đó:  $I = \int \frac{2t \cdot dt}{t} = 2t + C$

Suy ra:  $I = 2\sqrt{x^2+1} + C$ .

Vậy ta chọn C.

**Câu 77.** Ta có:  $I = \int 2x\sqrt[3]{1-2x} dx$

Đặt:  $t = \sqrt[3]{1-2x} \Rightarrow t^3 = 1 - 2x \Rightarrow -\frac{3}{2} t^2 \cdot dt = dx$ .

Mặt khác:  $2x = 1 - t^3$

Khi đó:  $I = -\int (1-t^3)t \frac{3}{2} t^2 \cdot dt = -\frac{3}{2} \int (t^3 - t^6) dt = -\frac{3}{2} \left( \frac{t^4}{4} - \frac{t^7}{7} \right) + C$

Suy ra:  $I = -\frac{3}{2} \left( \frac{\sqrt[3]{(1-2x)^4}}{4} - \frac{\sqrt[3]{(1-2x)^7}}{7} \right) + C.$

Vậy ta chọn B.

**Câu 78.** Ta có:  $\int \frac{2x}{x^2+4} dx = \int \frac{d(x^2+4)}{x^2+4} = \ln|x^2+4| + C$

Vậy ta chọn C.

**Câu 79.** Ta có:  $\int \frac{3x^2 \cdot dx}{x^3+4} = \int \frac{d(x^3+4)}{x^3+4} = \ln|x^3+4| + C$

Vậy ta chọn C.

**Câu 80.** Ta có:  $\int \frac{\sin x}{\cos x-3} dx = \int \frac{-d(\cos x-3)}{\cos x-3} = -\ln|\cos x-3| + C$

Vậy ta chọn A.

**Câu 81.** Ta có:  $\int \frac{e^x}{e^x+3} dx = \int \frac{d(e^x+3)}{e^x+3} = \ln|e^x+3| + C$

Vậy ta chọn D,

**Câu 82.** Ta có:  $\int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x \cdot d(\ln x) = \frac{\ln^2 x}{2} + C$

Vậy ta chọn C.

**Câu 83.** Ta có:  $\int 2x \cdot 2^{x^2} dx = \frac{1}{\ln 2} \int 2x \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = \frac{1}{\ln 2} \int d(2^{x^2}) = \frac{1}{\ln 2} \cdot 2^{x^2} + C$

Vậy ta chọn B.

**Câu 84.** Ta có:  $\int \frac{2x}{x^2+1} \ln(x^2+1) dx = \int \ln(x^2+1) d(\ln(x^2+1)) = \frac{1}{2} \ln^2(x^2+1) + C$

Vậy ta chọn D.

**Câu 85.** Ta có:  $I = \int f(ax+b) dx$

Đặt:  $t = ax+b \Rightarrow dt = adx \Rightarrow \frac{1}{a} dt = dx.$

Khi đó:  $I = \frac{1}{a} \int f(t) dt = \frac{1}{a} F(t) + C$

Suy ra:  $I = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$

Vậy ta chọn C.

**Câu 86.** Ta có:  $I = \int x\sqrt{1+x^2} dx$



Đặt:  $t = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow t^2 = 1+x^2 \Rightarrow t.dt = x.dx$

Khi đó:  $I = \int t.t.dt = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C$

Suy ra:  $I = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3 + C$

Vậy ta chọn A.

**Câu 87.** Ta có:  $I = \int x(x+1)^3 dx$

Đặt:  $t = x+1 \Rightarrow dt = dx, x = t-1$

Khi đó:  $I = \int (t-1).t^3.dt = \int (t^4 - t^3) dt = \left(\frac{t^5}{5} - \frac{t^4}{4}\right) + C$

Suy ra:  $I = \frac{(x+1)^5}{5} - \frac{(x+1)^4}{4} + C$

Vậy ta chọn B.

**Câu 88.** Ta có:  $I = \int \frac{2x}{(x^2+9)^4} dx$

Đặt:  $t = x^2+9 \Rightarrow dt = 2x.dx$

Khi đó:  $I = \int \frac{dt}{t^4} = \int t^{-4}.dt = -\frac{1}{3t^3} + C$

Suy ra:  $I = -\frac{1}{3(x^2+9)} + C$

Vậy ta chọn B.

**Câu 89.** Ta có:  $I = \int x.\sqrt{x^2+5} dx$

Đặt:  $t = \sqrt{x^2+5} \Rightarrow t^2 = x^2+5 \Rightarrow t.dt = x.dx$

Khi đó:  $I = \int t.t.dt = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C$

Suy ra:  $I = \frac{(\sqrt{x^2+5})^3}{3} + C = \frac{(x^2+5)^{\frac{3}{2}}}{3} + C$

Vậy ta chọn B.

**Câu 90.** Ta có:  $\int \cos x.\sin^2 x.dx = \int \sin^2 x.d(\sin x) = \frac{\sin^3 x}{3} + C$

Vậy ta chọn C.

**Câu 91.** Ta có:  $\int \frac{dx}{x \cdot \ln x} = \int \frac{d(\ln x)}{\ln x} = \ln|\ln x| + C$

Vậy ta chọn D.

**Câu 92.** Ta có:  $\int \frac{x \cdot dx}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$

Vậy ta chọn C.

**Câu 93.** Ta có:  $\int \frac{dx}{\sin x} = \int \frac{\sin x \cdot dx}{1 - \cos^2 x} = \int \frac{-\sin x \cdot dx}{\cos^2 x - 1} = \int \frac{d(\cos x)}{\cos^2 x - 1} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\cos x - 1}{\cos x + 1} \right| + C$

Vậy ta chọn B.

**Câu 94.** Ta có:  $\int \tan x \cdot dx = \int \frac{\sin x \cdot dx}{\cos x} = -\int \frac{d(\cos x)}{\cos x} = -\ln|\cos x| + C$

Vậy ta chọn B.

**Câu 95.** Ta có:  $I = \int x e^x dx$

Đặt:  $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

Khi đó:  $I = uv - \int v du = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C$

Vậy ta chọn D.

**Câu 96.** Ta có:  $I = \int \ln x dx$

Đặt:  $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = x \end{cases}$

Khi đó:  $I = uv - \int v du = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C$

Vậy ta chọn D.

**Câu 97.** Ta có:  $I = \int x \ln x dx$

Đặt:  $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

Khi đó:  $I = uv - \int v du = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x}{2} dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$

Vậy ta chọn B.

**Câu 98.** Ta có:  $I = \int x \sin 2x dx$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } I = uv - \int v du = -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{2} \int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

Vậy ta chọn B.

**Câu 99.** Ta có:  $I = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } I = uv - \int v du = x \tan x - \int \tan x dx = x \tan x + \ln |\cos x| + C$$

Vậy ta chọn C.

**Câu 100.** Ta có:  $I = \int \frac{x}{\sin^2 x} dx$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{1}{\sin^2 x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cot x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } I = uv - \int v du = -x \cot x + \int \cot x dx = -x \cot x + \ln |\sin x| + C$$

Vậy ta chọn B.

**Câu 101. Hướng dẫn:**

$$I = \int \frac{e^x(3x-2) + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}(e^x \sqrt{x-1} + 1)} dx = \int \frac{\sqrt{x-1}(e^x \sqrt{x-1} + 1) + e^x(2x-1)}{\sqrt{x-1}(e^x \sqrt{x-1} + 1)} dx = \int dx + \int \frac{e^x(2x-1)}{\sqrt{x-1}(e^x \sqrt{x-1} + 1)} dx$$

$$\text{Đặt: } t = e^x \sqrt{x-1} + 1 \Rightarrow dt = \left( \frac{e^x}{2\sqrt{x-1}} + e^x \sqrt{x-1} \right) dx = \frac{e^x(2x-1)}{2\sqrt{x-1}} dx$$

$$\text{Vậy } \Rightarrow I = \int dx + \int \frac{e^x(2x-1)}{\sqrt{x-1}(e^x \sqrt{x-1} + 1)} dx = x + \int \frac{1}{t} dt = x + \ln |t| + C = x + \ln(e^x \sqrt{x-1} + 1) + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án A.

**Câu 102:**

**Hướng dẫn:**

$$\text{Đặt : } \begin{cases} u_1 = e^x \\ dv_1 = \sin x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = e^x \cdot dx \\ v_1 = -\cos x \end{cases}$$

$$\Rightarrow J = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx = -e^x \cos x + T \quad \left( T = \int e^x \cdot \cos x dx \right)$$

Tính  $T = \int e^x \cdot \cos x dx$  :

$$\text{Đặt : } \begin{cases} u_2 = e^x \\ dv_2 = \cos x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_2 = e^x \cdot dx \\ v_2 = \sin x \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = e^x \sin x - \int e^x \sin x dx = e^x \sin x - J$$

$$\Rightarrow J = -e^x \cos x + e^x \sin x - J$$

$$\Leftrightarrow 2J = e^x (\sin x - \cos x)$$

$$\Leftrightarrow J = \frac{e^x}{2} (\sin x - \cos x) + C$$

Vậy đáp án đúng là đáp án C.