

CHUYÊN ĐỀ : ƯCLN – BCNN

1. Quy tắc tìm UCLN.

Phân tích các số ra thừa số nguyên tố

Tìm các thừa số nguyên tố chung

Lập tích các thừa số nguyên tố chung đó, mỗi thừa số lấy với số mũ nhỏ nhất.

2. Quy tắc tìm BCNN.

Phân tích các số ra thừa số nguyên tố

Tìm các thừa số nguyên tố chung, và riêng

Lập tích các thừa số nguyên tố chung và riêng đó, mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất.

Bài tập 1. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a+b=12 \\ (a,b)=2 \end{cases}$

Ta có $(a,b)=2 \Rightarrow a:2 \Rightarrow a=2n \ (n \in N^*)$

$va b:2 \Rightarrow b=2m \ (m \in N^*) \Rightarrow (m,n)=1$

Ta có $a+b=12 \Rightarrow 2n+2m=12 \Leftrightarrow m+n=6$

Vì a và b có vai trò như nhau giả sử $a > b$ suy ra $n > m$

m	1
n	5
a	10
b	2

Vậy $a = 10, b = 2$ Hoặc $a = 2, b = 10$

Bài tập 2. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a+b=42 \\ (a,b)=3 \end{cases}$

Ta có $(a,b)=3 \Rightarrow a:3 \Rightarrow a=3n \ (n \in N^*)$

$va b:3 \Rightarrow b=3m \ (m \in N^*) \Rightarrow (m,n)=1$

Ta có $a+b=42 \Rightarrow 3n+3m=42 \Leftrightarrow m+n=14$

Vì a và b có vai trò như nhau giả sử $a > b$ suy ra $n > m$

n	13	11	9
m	1	3	5
a	39	33	27
b	3	9	15

Vậy $(a,b) \in \{(39;3);(33;9);(27;15) \text{ và các hoán vị}\}$

Bài tập 3. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a+b=120 \\ (a,b)=5 \end{cases}$

Ta có $(a,b)=5 \Rightarrow a:5 \Rightarrow a=5n (n \in N^*)$

$va b:5 \Rightarrow b=5m (m \in N^*) \Rightarrow (m,n)=1$

Ta có $a+b=120 \Rightarrow 5n+5m=120 \Leftrightarrow m+n=24$

Vì a và b có vai trò như nhau giả sử $a > b$ suy ra $n > m$

n	23	19	17	13
m	1	5	7	11
a	115	95	85	65
b	5	25	35	55

Vậy $(a,b) \in \{(115;5);(95;25);(85;35);(65;55) va cac hoan vi\}$

Bài tập 4. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a+b=90 \\ (a,b)=3 \end{cases}$

Ta có $(a,b)=3 \Rightarrow a:3 \Rightarrow a=3n (n \in N^*)$

$va b:3 \Rightarrow b=3m (m \in N^*) \Rightarrow (m,n)=1$

Ta có $a+b=90 \Rightarrow 3n+3m=90 \Leftrightarrow m+n=30$

Vì a và b có vai trò như nhau giả sử $a > b$ suy ra $n > m$

n	29	23	19	17
m	1	7	11	13
a	87	69	57	51
b	3	21	33	39

$(a,b) \in \{(87;3);(69;21);(57;33);(51;39) va cac hoan vi\}$

Bài tập 5. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a \cdot b = 180 \\ (a,b)=3 \end{cases}$

Ta có $(a,b)=3 \Rightarrow a:3 \Rightarrow a=3n (n \in N^*)$

$va b:3 \Rightarrow b=3m (m \in N^*) \Rightarrow (m,n)=1$

Ta có $a \cdot b = 180 \Rightarrow 3n \cdot 3m = 180 \Leftrightarrow mn = 20$

Vì a và b có vai trò như nhau giả sử $a > b$ suy ra $n > m$

n	20	5
m	1	4
a	60	15
b	3	12

$(a,b) \in \{(60;3);(15;12) \text{ va cac hoan vi}\}$

Bài tập 6. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a \cdot b = 360 \\ (a,b) = 2 \end{cases}$

Ta có $(a,b) = 2 \Rightarrow a:2 \Rightarrow a = 2n \ (n \in N^*)$

va $b:2 \Rightarrow b = 2m \ (m \in N^*) \Rightarrow (m,n) = 1$

Ta có $a \cdot b = 360 \Rightarrow 2n \cdot 2m = 360 \Leftrightarrow m \cdot n = 90$

Vì a và b có vai trò như nhau giả sử $a > b$ suy ra $n > m$

n	90	45	18	10
m	1	2	5	9
a	180	90	36	20
b	2	4	10	18

Vậy: $(a;b) \in \{(180;2);(90;4);(20;18);(36;10) \text{ va cac hoan vi}\}$

Bài tập 7. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a \cdot b = 720 \\ (a,b) = 3 \end{cases}$

Ta có $(a,b) = 3 \Rightarrow a:3 \Rightarrow a = 3n \ (n \in N^*)$

va $b:3 \Rightarrow b = 3m \ (m \in N^*) \Rightarrow (m,n) = 1$

Ta có $a \cdot b = 720 \Rightarrow 3n \cdot 3m = 720 \Leftrightarrow mn = 80$

Vì a và b có vai trò như nhau giả sử $a > b$ suy ra $n > m$

n	80	16
m	1	5
a	240	48
b	3	15

Bài tập 8. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a \cdot b = 720 \\ (a,b) = 6 \end{cases}$

Bài tập 9. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a \cdot b = 4050 \\ (a,b) = 3 \end{cases}$

Bài tập 10. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a + b = 480 \\ (a,b) = 12 \end{cases}$

Bài tập 11. Tìm hai số tự nhiên a và b biết $\begin{cases} a + b = 900 \\ (a,b) = 10 \end{cases}$

DẠNG 1: Tìm tập hợp BC

Bài 1: Tìm các tập hợp sau rồi tìm BC của chúng:

a, BCNN (60;280) b, BCNN(84;108) c, BCNN(13;15) d, BCNN(10;12;15)

Bài 2: Tìm các tập hợp sau rồi tìm BC của chúng:

a, BCNN(8;9;11) b, BCNN(24;40;168) c, BCNN(40;52) d, BCNN(42;70;180)

Bài 3: Tìm các tập hợp sau rồi tìm BC của chúng:

a, BCNN(770;220) b, BCNN(154;220) c, BCNN(12;36) d, BCNN(28;56;560)

Bài 4: Tìm các tập hợp sau rồi tìm BC của chúng:

a, BCNN(25;39) b, BCNN(100;120;140)

Bài 5: Tìm BCNN của:

a, 51 ; 102 và 153; b, 15 ; 18 và 120; c, 600 ; 840 và 37800; d, 72 ; 1260 và 2520.

Bài 6: Cho $a = 15$, $b = 25$. Hãy tìm:

a, BCNN của (a; b); b, BC (a; b) nhỏ hơn 300

Bài 7: Cho các số tự nhiên 16 , 25 và 32. So sánh

a, BCNN (16; 25) và BCNN (16; 32); b, BCNN (16; 25) và BCNN (25; 32);

c, BCNN (16; 32) và BCNN (25; 32).

Bài 8: Trong các số sau đây, BCNN gấp mấy lần UCLN

a, 42; 63 và 105; b, 80; 120 và 1000?

Bài 9: Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất khác 0 biết rằng $a : 15$ và $a : 18$

Bài 10: Tìm các BC nhỏ hơn 200 của 30 và 45

Bài 11: Tìm số tự nhiên x biết rằng $x : 12$, $x : 21$ và $x : 28$ và $150 < x < 300$

Bài 12: Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất khác 0 biết rằng $a : 126$ và $a : 198$

Bài 13: Tìm các bội chung của 15 và 25 mà nhỏ hơn 400

Bài 14: Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất khác 0 biết rằng: $a : 40$, $a : 220$ và $a : 24$

Bài 15: Tìm các bội chung có ba chữ số của 50, 125 và 250

Bài 16: Tìm các BC lớn hơn 100 nhưng nhỏ hơn 400 của 8 và 15

Bài 17: Tìm các BC có 3 chữ số của 21 , 35 và 175

Bài 18: Tìm số tự nhiên x nhỏ nhất khác 0, biết rằng: $x : 126$ và $x : 198$.

Bài 19: Tìm BCNN (a, b, c), biết rằng a là số tự nhiên nhỏ nhất có 2 chữ số, b là số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số và c là số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số.

DẠNG 2: BÀI TOÁN VỀ BC

Bài 1: Một số sách khi xếp thành từng bó 10 cuốn, 12 cuốn, 18 cuốn đều vừa đủ, biết số sách trong khoảng 500 đến 200

HD:

Gọi số sách cần tìm là x (cuốn) ĐK: $x \in N, 200 < x < 500$

Theo bài ra ta có:

$$x \vdots 10 \Rightarrow x \in B(10)$$

$$x \vdots 12 \Rightarrow x \in B(12)$$

$$x \vdots 18 \Rightarrow x \in B(18)$$

$$\Rightarrow x \in BC(10; 12; 18) = \{ 0; 180; 360; 540; \dots \}$$

Vì số sách trong khoảng từ 200 đến 500 nên $x = 360$

Vậy số sách ban đầu là 360

Bài 2: Hai bạn Tùng và Hải thường đến thư viện đọc sách, Tùng cứ 8 ngày đến thư viện một lần, Hải 10 ngày một lần, Lần đầu cả hai bạn cùng đến thư viện vào 1 ngày. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày nữa thì hai bạn lại cùng đến thư viện?

HD :

Gọi x (ngày) là số ngày hai bạn Tùng và hải lại đến thư viện vào lần sau $\Rightarrow x > 0$ và x nhỏ nhất

Khi đó ta có :

$$x \vdots 8 \Rightarrow x \in B(8)$$

$$x \vdots 10 \Rightarrow x \in B(10)$$

$$\Rightarrow x \in BC(8; 10) = \{ 0; 40; 80; 120; \dots \}$$

Vì x là nhỏ nhất khác không nên $x = 40$

Vậy sau 40 ngày thì hai bạn lại cùng đến thư viện vào 1 ngày

Bài 3: Học sinh lớp 6A khi xếp hàng 2, 3, 4, 8 đều vừa đủ, biết số học sinh lớp trong khoảng từ 35 đến 60, Tính số học sinh?

HD:

Gọi x (học sinh) là số học sinh lớp 6A $\Rightarrow x > 0$ và $35 < x < 60$

Khi đó ta có :

$$x \vdots 2 \Rightarrow x \in B(2)$$

$$x \vdots 3 \Rightarrow x \in B(3)$$

$$x \vdots 4 \Rightarrow x \in B(4)$$

$$x : 8 \Rightarrow x \in B(8)$$

$$\Rightarrow x \in BC(2; 3; 4; 8) = \{0; 24; 48; 72; \dots\}$$

Vì x trong khoảng từ 35 đến 60 nên $x = 48$

Vậy lớp 6A có 48 học sinh

Bài 4: Hai bạn An và Bách cùng trực nhật, An cứ 10 ngày lại trực nhật còn Bách 12 ngày lại trực nhật. Hỏi sau bao nhiêu ngày nữa thì hai bạn lại cùng trực nhật?

HD:

Gọi x (ngày) là số ngày hai bạn Tùng và Hải lại đến thư viện vào lần sau $\Rightarrow x > 0$ và x nhỏ nhất

Khi đó ta có :

$$x : 8 \Rightarrow x \in B(8)$$

$$x : 10 \Rightarrow x \in B(10)$$

$$\Rightarrow x \in BC(8; 10) = \{0; 40; 80; 120; \dots\}$$

Vì x là nhỏ nhất khác không nên $x = 40$

Vậy sau 40 ngày thì hai bạn lại cùng đến thư viện vào 1 ngày

Bài 5: Số học sinh của 1 trường là số có 3 chữ số và lớn hơn 900, mỗi lần xếp hàng 3, 4, 5 đều đủ. Hỏi trường đó có bao nhiêu học sinh?

HD :

Gọi số học sinh của trường là x (học sinh) $\Rightarrow x \in N, 900 < x < 1000$

Theo bài ra ta có : $x : 3, x : 4, x : 5 \Rightarrow x \in BC(3; 4; 5) = B(60)$

$$B(60) = \{0; 60; \dots; 600; 660; \dots; 840; 900; 960; 1020; \dots\}$$

Vì $900 < x < 1000$ nên $x = 960$. Vậy số học sinh của trường là $x = 960$ học sinh

Bài 6: Ba bạn An Bảo Ngọc học cùng 1 trường nhưng ở 3 lớp khác nhau, An cứ 5 ngày trực nhật 1 lần, Bảo thì 10 ngày trực nhật 1 lần và Ngọc 8 ngày trực nhật 1 lần, Lần đầu ba bạn cùng trực nhật vào 1 ngày, Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày nữa ba bạn lại cùng trực nhật, lúc đó mỗi bạn trực nhật bao nhiêu lần

HD :

Gọi x (ngày) là số ngày ba bạn An , Bảo và Ngọc lại cùng trực nhật vào lần sau $\Rightarrow x > 0$ và x nhỏ nhất

Khi đó ta có :

$$x : 5 \Rightarrow x \in B(5)$$

$$x : 10 \Rightarrow x \in B(10)$$

$$x : 8 \Rightarrow x \in B(8)$$

$$\Rightarrow x \in BC(8; 10; 5) = \{0; 40; 80; 120; \dots\}$$

Vì x là nhỏ nhất khác không nên $x = 40$

Vậy sau 40 ngày thì ba bạn lại cùng trực nhật vào 1 ngày

Bài 7: Một trường THCS xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 15 học sinh, nhưng xếp hàng 41 thì vừa đủ, Tính số học sinh của trường đó biết rằng số học sinh của trường đó chưa đến 1000.

HD:

Gọi số học sinh của trường là $x \Rightarrow (0 < x < 1000)$

Theo yêu cầu bài toán thì ta có :

$$x - 15 : 20 \Rightarrow x - 15 \in B(20)$$

$$x - 15 : 25 \Rightarrow x - 15 \in B(25)$$

$$x - 15 : 30 \Rightarrow x - 15 \in B(30)$$

$$\Rightarrow x - 15 \in BC(20; 25; 30) = \{0; 300; 600; 900; 1200; \dots\}$$

$$\Rightarrow x \in \{15; 315; 615; 915; 1215; \dots\}$$

Thêm nữa, khi xếp hàng 41 thì vừa đủ nên $x : 41$,

Trong các số trên < 1000 chỉ có số 615 là chia hết cho 41

Vậy số học sinh của trường là 615 học sinh

Bài 8: Một trường THCS xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 13 học sinh nhưng xếp hàng 45 thì còn dư 28 học sinh, Tính số học sinh của trường đó biết số hs chưa đến 1000.

HD:

Gọi số học sinh của trường là $x \Rightarrow (0 < x < 1000, x \text{ là số tự nhiên})$

Theo yêu cầu bài toán thì ta có :

$$x - 13 : 20 \Rightarrow x - 13 \in B(20)$$

$$x - 13 : 25 \Rightarrow x - 13 \in B(25)$$

$$x - 13 : 30 \Rightarrow x - 13 \in B(30)$$

$$\Rightarrow x - 13 \in BC(20; 25; 30) = \{0; 300; 600; 900; 1200; \dots\}$$

$$\Rightarrow x \in \{13; 313; 613; 913; 1213; \dots\}$$

Thêm nữa, khi xếp hàng 45 thì còn dư 28 học sinh nên $x - 28$ phải chia hết cho 45,

Trong các giá trị trên từ 13 đến 913 thì chỉ có: 613 là chia cho 45 dư 28 học sinh

Vậy số học sinh của trường là 613 học sinh

Bài 9: Một đội thiếu niên khi xếp hàng 2, 3, 4, 5 đều thừa 1 người, Tính số đội viên biết số đó nằm trong khoảng 100 đến 150?

HD:

Gọi số thiếu niên của đội là $x \Rightarrow (100 < x < 150, x \text{ là số tự nhiên})$

Theo yêu cầu bài toán thì ta có :

$$x - 1 \div 2 \Rightarrow x - 1 \in B(2)$$

$$x - 1 \div 3 \Rightarrow x - 1 \in B(3)$$

$$x - 1 \div 4 \Rightarrow x - 1 \in B(4)$$

$$x - 1 \div 5 \Rightarrow x - 1 \in B(5)$$

$$\Rightarrow x - 1 \in BC(2; 3; 4; 5) = \{0; 60; 120; 180; \dots\}$$

$$\Rightarrow x \in \{1; 61; 121; 181; \dots\}$$

Vì $100 < x < 150$ nên $x = 121$

Vậy số đội viên của đội là 121 đội viên

Bài 10: Một khối hs khi xếp hàng 2, 3, 4, 5, 6 đều thiếu 1 người nhưng xếp hàng 7 thì vừa đủ, biết số hs chưa đến 300, Tính số học sinh ?

HD:

Gọi số học sinh là $x \Rightarrow (0 < x < 300, x \text{ là số tự nhiên})$

Theo yêu cầu bài toán thì ta có :

$$x + 1 \div 2 \Rightarrow x + 1 \in B(2)$$

$$x + 1 \div 3 \Rightarrow x + 1 \in B(3)$$

$$x + 1 \div 4 \Rightarrow x + 1 \in B(4)$$

$$x + 1 \div 5 \Rightarrow x + 1 \in B(5)$$

$$x + 1 \div 6 \Rightarrow x + 1 \in B(6)$$

$$\Rightarrow x + 1 \in BC(2; 3; 4; 5; 6) = \{0; 60; 120; 180; 240; 300; 360; \dots\}$$

$$\Rightarrow x \in \{-1; 59; 119; 179; 239; 299; 359; \dots\}$$

Bên cạnh đó khi xếp hàng 7 vừa đủ nên x chia hết cho 7

Và $0 < x < 300$ nên chỉ có số 119,

Vậy số học sinh của khối là 119 học sinh

Bài 11: Số học sinh khối 6 của 1 trường trong khoảng từ 200 - 400, khi xếp hàng 12 và 15, 18 đều thừa 5 học sinh, Tính số hs

HD:

Gọi số học sinh của trường là $x \Rightarrow (200 < x < 400, x \text{ là số tự nhiên})$

Theo yêu cầu bài toán thì ta có :

$$x - 5 \div 12 \Rightarrow x - 5 \in B(12)$$

$$x - 5 \div 15 \Rightarrow x - 5 \in B(15)$$

$$x - 5 \div 18 \Rightarrow x - 5 \in B(18)$$

$$\Rightarrow x - 5 \in BC(12; 15; 18) = \{ 0; 180; 360; 540; \dots \}$$

$$\Rightarrow x \in \{ 5; 185; 365; 545; \dots \}$$

Và $200 < x < 400$ nên chỉ có số 365 là thỏa mãn

Vậy số học sinh khối 6 của trường là 365 học sinh

Bài 12: Hai đội công nhân, Trồng 1 số cây như nhau, mỗi công nhân đội I phải trồng 8 cây, đội II phải trồng 9 cây, Tính số cây mỗi đội phải trồng biết rằng số cây đó trong khoảng từ 100 - 200

HD:

Gọi x là số cây mỗi đội phải trồng $\Rightarrow 100 < x < 200$ và x là số tự nhiên

Theo bài ra ta có:

$$x \div 8 \Rightarrow x \in B(8)$$

$$x \div 9 \Rightarrow x \in B(9)$$

$$\Rightarrow x \in BC(8; 9) = \{ 0; 72; 144; 216; \dots \}$$

Vì $100 < x < 200$ nên $x = 144$

Vậy số cây phải trồng của mỗi đội là 144 cây

Bài 13: Một bộ phận của máy có hai bánh xe răng cưa khớp với nhau, bánh xe 1 có 18 răng cưa, bánh xe 2 có 12 răng cưa, Hỏi mỗi bánh xe phải quay bao nhiêu vòng để 2 răng cưa đã khớp với nhau lần đầu sẽ khớp với nhau lần 2

HD:

Để hai răng của hai bánh xe đã khớp với nhau lần đầu lại khớp với nhau lần 2 thì số răng cưa ở mỗi bánh xe đã quay được là x :

$$\text{Khi đó } x = BCNN(12; 18) = 36$$

Bánh xe 1 quay là $36:18=2$ vòng. Bánh xe 2 quay $36:12 = 3$ vòng

Bài 14: Số học sinh của 1 trường THCS là 1 số có ba chữ số và lớn hơn 800, mỗi lần xếp hàng 5, 6, 7, 8 đều vừa đủ, hỏi trường đó có bao nhiêu hs?

HD :

Gọi x (học sinh) là số học sinh của 1 trường $\Rightarrow 800 < x < 1000$

Theo bài ra ta có :

$$x \div 5 \Rightarrow x \in B(5)$$

$$x : 6 \Rightarrow x \in B(6)$$

$$x : 7 \Rightarrow x \in B(7)$$

$$x : 8 \Rightarrow x \in B(8)$$

$$\Rightarrow x \in BC(5; 6; 7; 8) = \{0; 840; 1680; \dots\}$$

$$\text{Vì } 800 < x < 1000 \text{ nên } x = 840$$

Vậy số học sinh của trường là 840 học sinh

Bài 15: Ba đội công nhân cùng trồng 1 số cây như nhau, tính ra mỗi công nhân đội 1 trồng 7 cây, đội 2 trồng 8 cây, đội 3 trồng 6 cây, Tính số công nhân mỗi đội, biết số cây mỗi đội trong khoảng từ 100-200

HD:

Gọi x là số cây mỗi đội phải trồng $\Rightarrow 100 < x < 200$ và x là số tự nhiên

Theo bài ra ta có:

$$x : 7 \Rightarrow x \in B(7)$$

$$x : 8 \Rightarrow x \in B(8)$$

$$x : 6 \Rightarrow x \in B(6)$$

$$\Rightarrow x \in BC(7; 8; 6) = \{0; 168; 336; \dots\}$$

$$\text{Vì } 100 < x < 200 \text{ nên } x = 168$$

Vậy số cây phải trồng của mỗi đội là 168 cây

Bài 16: Một công ty vận tải hàng hóa dùng ba ca nô để chở hàng, ca nô thứ nhất 7 ngày cập bến 1 lần, ca nô thứ hai 6 ngày cập bến 1 lần, ca nô thứ ba 8 ngày cập bến 1 lần. Hỏi nếu ba ca nô cùng đang cập bến, thì ít nhất sau bao nhiêu ngày sau :

a, Ca nô thứ nhất và ca nô thứ hai cùng cập bến ?

b, Ca nô thứ nhất và ca nô thứ ba lại cùng cập bến ?

c, Ca nô thứ hai và ca nô thứ ba lại cùng cập bến ?

d, Cả ba ca nô cùng cập bến ?

HD :

a, Gọi x là số ngày ít nhất ca nô thứ nhất và ca nô thứ hai lại cùng cập bến

Khi đó ta có :

$$x : 7 \Rightarrow x \in B(7)$$

$$x : 6 \Rightarrow x \in B(6) \text{ và } x \text{ là nhỏ nhất nên}$$

$$\Rightarrow x = BCNN(6; 7) = 42 \Rightarrow \text{Vậy sau 42 ngày thì ca nô 1 và ca nô 2 gặp nhau tại bến}$$

b, Gọi x là số ngày ít nhất ca nô thứ nhất và ca nô thứ ba lại cùng cập bến

Khi đó ta có :

$$x \div 7 \Rightarrow x \in B(7)$$

$$x \div 8 \Rightarrow x \in B(8) \text{ và } x \text{ là nhỏ nhất nên}$$

$\Rightarrow x = \text{BCNN}(8 ; 7) = 56 \Rightarrow$ Vậy sau 56 ngày thì ca nô 1 và ca nô 3 gặp nhau tại bến c, Gọi x là số ngày ít nhất ca nô thứ hai và ca nô thứ ba lại cùng cập bến

Khi đó ta có :

$$x \div 6 \Rightarrow x \in B(6)$$

$$x \div 8 \Rightarrow x \in B(8) \text{ và } x \text{ là nhỏ nhất nên}$$

$\Rightarrow x = \text{BCNN}(8 ; 6) = 24$. Vậy sau 24 ngày thì ca nô 2 và ca nô 3 gặp nhau tại bến d, Gọi x là số ngày ít nhất ca nô thứ hai và ca nô thứ ba lại cùng cập bến

Khi đó ta có :

$$x \div 6 \Rightarrow x \in B(6)$$

$$x \div 7 \Rightarrow x \in B(7)$$

$$x \div 8 \Rightarrow x \in B(8) \text{ và } x \text{ là nhỏ nhất nên}$$

$\Rightarrow x = \text{BCNN}(8 ; 6 ; 7) = 168$. Vậy sau 168 ngày thì cả ba ca nô gặp nhau tại bến

Bài 17: Một trường tổ chức cho khoảng 800 đến 900 học sinh tham quan, Tính số học sinh biết nếu xếp 35 hoặc 40 học sinh lên xe thì vừa đủ

HD :

Gọi số học sinh của trường đi tham quan là $x \Rightarrow 800 < x < 900$ và x là số tự nhiên theo bài ra ta có :

$$x \div 35 \Rightarrow x \in B(35)$$

$$x \div 40 \Rightarrow x \in B(40)$$

$$\Rightarrow x \in \text{BC}(35 ; 40) = \{0 ; 280 ; 560 ; 840 ; 1120 ; \dots\}$$

Mà $800 < x < 900$ nên $x = 840$

Vậy số học sinh đi tham quan của trường là 840 học sinh

Bài 18: Một đơn vị bộ đội khi xếp hàng, mỗi hàng có 20 người, hoặc 25 người, hoặc 30 người đều thừa 15 người. Nếu xếp mỗi hàng 41 người thì vừa đủ (không có hàng nào thiếu, không có ai ở ngoài hàng). Hỏi đơn vị có bao nhiêu người, biết rằng số người của đơn vị chưa đến 1000?

HD :

Gọi số bộ đội của đơn vị đó là $x \Rightarrow (x < 1000, x \text{ là số tự nhiên})$

Theo yêu cầu bài toán thì ta có :

$$x - 15 \div 20 \Rightarrow x - 15 \in B(20)$$

$$x - 15 \div 25 \Rightarrow x - 15 \in B(25)$$

$$x - 15 \div 30 \Rightarrow x - 15 \in B(30)$$

$$\Rightarrow x - 15 \in BC(20; 25; 30) = \{0; 300; 600; 900; 1200; \dots\}$$

$$\Rightarrow x \in \{15; 315; 615; 915; 1215; \dots\}$$

Mặt khác khi xếp hàng 41 thì vừa đủ và $x < 1000$ nên trong các số trên có 615 là thỏa mãn

Vậy số bộ đội là 615 người

Bài 19: Trên đoạn đường dài 4800m, có các cột điện trồng cách nhau 60m, nay trồng lại cách nhau 80m, Hỏi có bao nhiêu cột điện không phải trồng lại, biết rằng ở cả hai đầu đoạn đường đều có cột điện?

HD:

Khoảng cách giữa hai cột điện liên tiếp không phải trồng lại (tính bằng m) là:

$$BCNN(60; 80) = 240, \text{ Số cột không phải trồng lại là: } (4800:240) + 1 = 21 \text{ cột}$$

Bài 20: Ba ô tô chở khách cùng khởi hành lúc 6h sáng từ 1 bến xe đi theo ba hướng khác nhau, xe thứ nhất quay về bến sau 1h5 phút và sau 10' lại đi, xe thứ hai quay về bến sau 56' và lại đi sau 4 phút, xe thứ ba quay về bến sau 48 phút và sau 2 phút lại đi, hãy tính khoảng thời gian ngắn nhất để 3 xe cùng xuất phát lần thứ hai trong ngày và đó là lúc mấy giờ?

HD:

Gọi x là thời gian 3 xe cùng xuất phát lần thứ hai tại bến,

Theo bài ra ta có :

Xe thứ nhất sau 1h 5 phút về đến nơi và thêm 10 phút sau mới đi, nên xe thứ nhất mất 75 phút để có thể đi tiếp chuyến thứ hai, do đó :

$$x \div 75 \Rightarrow x \in B(75)$$

Tương tự ta cũng có với các xe thứ hai và xe thứ ba

$$x \div 60 \Rightarrow x \in B(60)$$

$$x \div 50 \Rightarrow x \in B(50)$$

Và x phải nhỏ nhất nên

$$x = BCNN(75; 60; 50) = 300 \text{ phút} = 5\text{h}$$

Vậy sau 5h thì ba xe lại lại cùng xuất phát

Bài 21: Một buổi tập đồng diễn thể dục có khoảng từ 350 đến 500 người tham gia. Khi tổng chỉ huy cho xếp 5,6,8 hàng thì thấy lẻ 1 người, Khi cho đoàn xếp hàng 13 thì vừa vặn không thừa người nào. Hỏi số người tham gia tập đồng diễn là bao nhiêu ?

HD :

Gọi số người tham gia tập diễn là $x \Rightarrow (350 < x < 500, x \text{ là số tự nhiên})$

Theo yêu cầu bài toán thì ta có :

$$x - 1 : 5 \Rightarrow x - 1 \in B(5)$$

$$x - 1 : 6 \Rightarrow x - 1 \in B(6)$$

$$x - 1 : 8 \Rightarrow x - 1 \in B(8)$$

$$\Rightarrow x - 1 \in BC(5; 6; 8) = \{0; 120; 240; 360; 480; 600; \dots\}$$

$$\Rightarrow x \in \{1; 121; 241; 361; 481; 601; \dots\}$$

Mặt khác khi xếp hàng 13 thì vừa đủ và $350 < x < 500$ nên trong các số trên có 481 là thỏa mãn

Vậy số người tham gia tập diễn là 481 người

Bài 22: Số học sinh tham gia nghi thức đội là 1 số có ba chữ số lớn hơn 800 , Nếu xếp hàng 20 thì dư 7 em, nếu xếp hàng 25 thì dư 18 em, và xếp hàng 15 thì thiếu 8 em, hỏi có tất cả bao nhiêu hs dự thi?

Bài 23: Hai lớp 6A và 6B cùng thu nhặt 1 số giấy vụn bằng nhau, Trong lớp 6A, một bạn thu được 26kg, còn lại mỗi bạn thu được 11 kg, Trong lớp 6B 1 bạn thu được 25kg còn lại mỗi bạn thu được 10kg, Tính số học sinh mỗi lớp biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng 200-300kg

HD:

Gọi số giấy mỗi lớp thu được là x (kg):

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} x - 26 : 11 \\ x - 25 : 10 \end{cases} \Rightarrow x - 15 \in BC(10; 11) \text{ Ngoài ra } 200 \leq x \leq 300 \Rightarrow x = 235$$

Bài 24: Tìm số tự nhiên bé nhất khi chia cho 2; 5; 11; 26 đều được dư là 1

Bài 25: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có 3 chữ số biết rằng số đó chia cho 4; 6; 7 đều được dư là 3

Bài 26: Tìm số tự nhiên n lớn nhất có 3 chữ số sao cho chia nó cho 3; 4; 5; 6; 7 được các số dư theo thứ tự là 1; 2; 3; 4; 5

Bài 27: Nhân ngày 1- 6, Chị phụ trách chia kẹo như sau, Nếu chia mỗi gói 10 cái thì một gói chỉ có 9 cái, nếu chia mỗi gói 9 cái thì 1 gói 8 cái, nếu chia mỗi gói 7 cái thì 1 gói có 6 cái, nếu chia mỗi gói 2 cái thì thừa 1 cái, biết số kẹo từ 2000 – 3000 cái, Hỏi có bao nhiêu kẹo?

DẠNG 3: Bài toán BC có dư

Bài 1: Bạn Nam nghĩ 1 số có 3 chữ số, nếu bớt số đó đi 8 thì được 1 số $\div 7$, nếu bớt số đó đi 9 thì được 1 số $\div 8$, nếu bớt số đó đi 10 thì được 1 số $\div 9$, Hỏi bạn Nam nghĩ số nào?

HD:

Gọi x là số bạn Nam đã nghĩ, ĐK: $99 < x < 1000$

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} x-8 \div 7 \\ x-9 \div 8 \\ x-10 \div 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1 \div 7 \\ x-1 \div 8 \\ x-1 \div 9 \end{cases} \Rightarrow x-1 \div 7; 8; 9 \Rightarrow x-1 \in BC(7; 8; 9)$$

$$x-1 \in \{0; 504; 1008; \dots\} \Rightarrow x \in \{1; 505; 1009; \dots\}, \text{ Mà } 99 < x < 1000 \text{ nên } x = 505$$

Vậy số có ba chữ số mà bạn Nam nghĩ là 505

Bài 2: Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất sao cho chia a cho 3, cho 5, cho 7 được các số dư theo thứ tự là 2, 3, 4

HD :

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} a = 3m + 2 \\ a = 5n + 3 \\ a = 7p + 4 \end{cases} (m, n, p \in N) \Rightarrow \begin{cases} 2a = 6m + 4 \\ 2a = 10n + 6 \\ 2a = 14p + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-1 \div 3 \\ 2a-1 \div 5 \\ 2a-1 \div 7 \end{cases} \Rightarrow 2a-1 \in BC(3; 5; 7)$$

Vì a nhỏ nhất nên $2a - 1$ nhỏ nhất khác 0 hay $2a - 1 = BCNN(3; 5; 7) = 105 \Rightarrow 2a = 106 \Rightarrow a = 53$

Vậy số tự nhiên nhỏ nhất cần tìm là 53

Bài 3: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất khi chia cho 5, 7, 9 có số dư theo thứ tự là 3, 4, 5

HD:

Gọi số tự nhiên cần tìm là a:

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} a = 5m + 3 \\ a = 7n + 4 \\ a = 9p + 5 \end{cases} (m, n, p \in N) \Rightarrow \begin{cases} 2a = 10m + 6 \\ 2a = 14n + 8 \\ 2a = 18p + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-1 \div 5 \\ 2a-1 \div 7 \\ 2a-1 \div 9 \end{cases} \Rightarrow 2a-1 \in BC(9; 5; 7)$$

Vì a nhỏ nhất nên $2a - 1$ nhỏ nhất khác 0 hay $2a - 1 = BCNN(9; 5; 7) = 315 \Rightarrow 2a = 316 \Rightarrow a = 158$

Vậy số tự nhiên nhỏ nhất cần tìm là 158

Bài 4: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 3, 4, 5 có số dư là 1, 3, 1

HD:

Gọi số tự nhiên cần tìm là a:

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} a = 3m + 1 \\ a = 4n + 3 \\ a = 5p + 1 \end{cases} (m, n, p \in \mathbb{N}) \Rightarrow \begin{cases} 2a = 6m + 2 \\ 2a = 8n + 6 \\ 2a = 10p + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 2 : 3 \\ 2a - 2 : 4 \\ 2a - 2 : 5 \end{cases} \Rightarrow 2a - 2 \in BC(3; 4; 5)$$

Vì a nhỏ nhất nên $2a - 2$ nhỏ nhất khác 0 hay $2a - 2 = BCNN(3; 4; 5) = 60 \Rightarrow 2a = 62$

$\Rightarrow a = 31$

Vậy số tự nhiên nhỏ nhất cần tìm là 31

DẠNG 4: Tìm tập hợp Ước chung

Bài 1: Tìm các tập hợp sau:

a, UCLN (12;30) b, UCLN (8;9) c, UCLN (8;12;15) d, UCLN (24;16;8)

Bài 2: Tìm các tập hợp sau:

a, UCLN (56;140) b, UCLN (24;84;180) c, UCLN (60;180) d, UCLN (15;19)

Bài 3: Tìm các tập hợp sau:

a, UCLN (16;80;176) b, UCLN (18;30;77) c, UCLN (180;234) d, UCLN (60;90;135)

Bài 4: Tìm các tập hợp sau:

a, UC(8;12) b, UC(40;60) c, UC(28;39;25) d, UC(36;60;72)

Bài 5: Tìm số tự nhiên a lớn nhất sao cho $420 : a$ và $700 : a$

Bài 6: Tìm các ước lớn hơn 20 của 144 và 192

Bài 7: Tìm số tự nhiên x biết rằng $112 : x$, $140 : x$ và $10 < x < 20$

Bài 8: Tìm số tự nhiên a lớn nhất biết rằng $480 : a$ và $600 : a$

Bài 9: Tìm số tự nhiên x biết rằng $126 : x$ và $210 : x$ và $15 < x < 30$

Bài 10: Tìm các ước chung của 108 và 180 mà lớn hơn 15

Bài 11: Tìm các tập hợp sau:

a, UC(60;88) b, UC(150;168;210) c, UC(10;20;70)

d, UC(5661;5291;4292)

Bài 12: Tìm các tập hợp sau:

a, UC(12;48) b, UC(24;36) c, UC(72;36;180) d, UC(36;80;156)

Bài 13: Tìm các tập hợp sau:

a, UC(28;77;45) b, UC(36;60;72) c, UC(360;600;840) d, UC(108;162)

Bài 14: Tìm số tự nhiên a biết rằng $720 : a$ và $540 : a$ và $70 < a < 100$

Bài 15: Tìm số tự nhiên b biết rằng $120 : b$, $300 : b$ và $b > 20$

DẠNG 5: Bài toán về UC

Bài 1: Lan có một tấm bìa HCN, kích thước 75cm và 105cm, Lan muốn cắt tấm bìa thành các mảnh nhỏ hình vuông bằng nhau sao cho tấm bìa được cắt hết không còn thừa mảnh nào, Tính độ dài lớn nhất cạnh hình vuông?

HD:

Gọi độ dài cạnh các mảnh của hình vuông là a (cm) ĐK: $a \in N, a < 75$

Theo bài ta ta có: $75 : a$ và $105 : a$ và a phải là số lớn nhất

Nên $a = \text{UCLN}(75 ; 105)$

Bài 2: Hùng muốn cắt một tấm bìa HCN có kích thước 60 và 96cm, thành các mảnh nhỏ hình vuông bằng nhau sao cho tấm bìa được cắt hết. Tính độ dài lớn nhất cạnh của hình vuông?

HD :

Gọi độ dài cạnh các mảnh của hình vuông là a (cm) ĐK: $a \in N, a < 60$

Theo bài ta ta có: $60 : a$ và $96 : a$ và a phải là số lớn nhất

Nên $a = \text{UCLN}(60 ; 96)$

Bài 3: Đội văn nghệ của một trường có 48 nam và 72 nữ về 1 huyện để biểu diễn, đội đã chia các tổ gồm cả nam và nữ, biết số nam, số nữ được chia đều vào các tổ vậy có thể chia được nhiều nhất bao nhiêu tổ, mỗi tổ có bao nhiêu nam, bao nhiêu nữ?

HD :

Gọi số tổ có thể chia được nhiều nhất là a (tổ) ĐK : $a \in N, a < 48$

Theo bài ra ta có: $48 : a$ và $72 : a$ và a là số lớn nhất

Nên $a = \text{UCLN}(48 ; 72)$

Sau khi tìm được a, ta lấy $48 : a$ là ra số nam trong tổ, và $72 : a$ là ra số nữ trong mỗi tổ

Bài 4: Một đội y tế có 24 bác sĩ và 108 y tá, có thể chia đội y tế đó thành nhiều nhất mấy tổ để các bác sĩ, y tá được chia đều vào các tổ

HD :

Gọi số tổ có thể chia được nhiều nhất là a (tổ) ĐK : $a \in N, a < 24$

Theo bài ra ta có: $24 : a$ và $108 : a$ và a là số lớn nhất

Nên $a = \text{UCLN}(24 ; 108)$

Bài 5: Trong một buổi liên hoan ban tổ chức đã mua 96 cái kẹo và 36 cái bánh và được chia đều ra các đĩa gồm cả kẹo và bánh, có thể chia được nhiều nhất bao nhiêu đĩa, mỗi đĩa có bao nhiêu bánh bao nhiêu kẹo?

HD :

Gọi a (chiếc) là số đĩa có thể chia được ĐK : $a \in N, a < 36$

Theo bài ra ta có: $96 : a$ và $36 : a$ và a là số lớn nhất

Nên $a = \text{UCLN}(96 ; 36)$

Sau khi tìm được a , ta lấy $96 : a$ là ra số kẹo trong mỗi đĩa, và $36 : a$ là ra số bánh trong mỗi đĩa

Bài 6: Lớp 6A có 54 học sinh, 6B có 42 và 6C có 48 học sinh, trong ngày khai giảng ba lớp cùng xếp thành 1 số hàng dọc như nhau, mà không có người lẻ hàng. Tính số hàng dọc nhiều nhất có thể xếp được?

HD :

Gọi a là số hàng dọc có thể xếp được ĐK : $a \in N, a < 42$

Theo bài ra ta có : $54 : a$ và $42 : a$ và $48 : a$ đồng thời a là số lớn nhất

Khi đó $a = \text{UCLN}(54 ; 42 ; 48)$

Bài 7: Có 48 bút chì, 64 quyển vở, cô giáo muốn chia số bút và số vở thành 1 số phần thưởng như nhau, có thể chia được nhiều nhất bao nhiêu phần thưởng, số bút số vở ở mỗi phần thưởng?

HD :

Gọi a là số phần thưởng có thể chia theo yêu cầu đầu bài ĐK : $a \in N, a < 48$

Theo bài ra ta có : $48 : a$ và $64 : a$ đồng thời a là số lớn nhất

Khi đó $a = \text{UCLN}(48 ; 64)$

Sau khi tìm được a ta lấy 48 chia a là ra số bút chì trong mỗi phần thưởng

Và lấy 64 chia cho a là ra số quyển vở trong mỗi phần thưởng

Bài 8: Một khu đất HCN có chiều dài 60m rộng 24 m, người ta muốn chia thành những khu đất hình vuông bằng nhau để trồng hoa có thể chia được bao nhiêu mảnh đất hình vuông để diện tích là lớn nhất?

HD :

Gọi $a(m)$ là cạnh những khu đất hình vuông cần phải chia ĐK : $a \in N, a < 24$

Theo bài ra ta có : $60 : a$ và $24 : a$, đồng thời để hình vuông có diện tích lớn nhất thì a phải lớn nhất

Hay $a = \text{UCLN}(60; 24)$

Bài 9: Bạn Lan có 48 viên bi đỏ, 30 viên bi xanh, 66 bi vàng, Lan muốn chia đều số bi vào các túi sao cho mỗi túi đều có 3 loại bi, Hỏi Lan có thể chia được nhiều nhất bao nhiêu túi, mỗi túi có bao nhiêu viên bi đỏ?

HD :

Gọi a là số túi mà Lan có thể chia ĐK : $a \in N, a < 30$

Theo yêu cầu bài toán thì $48 : a$, và $30 : a$ và $66 : a$,

Đồng thời a là số lớn nhất nên $a = \text{UCLN}(48; 30; 66)$

Sau khi tìm được a thì lấy $48 : a$ sẽ tìm ra được số bi đỏ trong mỗi túi

Bài 10: Linh và Mai cùng mua một số hộp bút chì màu, số bút đựng trong mỗi hộp bằng nhau và lớn hơn 1. Kết quả Linh có 15 bút chì màu và Mai có 18 bút chì màu hỏi mỗi hộp có bao nhiêu chiếc bút?

HD:

Gọi số bút trong mỗi hộp là a ĐK : $a \in N, a < 15$ và $a > 1$

Theo bài ra ta có : $15 : a$ và $18 : a$, Nên a là 1 ước chung của 15 và 18

Và a phải lớn hơn 1 và nhỏ hơn 15 \Rightarrow kết quả được $a=3$

Bài 11: Hai lớp 6A và 6B tham gia phong trào tết trồng cây, mỗi em trồng 1 số cây như nhau, kết quả lớp 6A trồng được 132 cây và 6B được 135 cây. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh.

HD:

Gọi số cây mỗi em trồng được là a , ĐK : $a \in N, a < 132, a > 1$ và $a > 1$

Theo bài ra ta có: $132 : a$ và $135 : a$ khi đó ta thấy $a \in \text{UC}(132; 135) = \{1; 3\}$

Vậy $a = 3$, Khi đó lớp 6A có $132 : 3 = 44$ học sinh và lớp 6B có $135 : 3 = 45$ học sinh

Bài 12: Trong cuộc thi HSG cấp tỉnh của ba môn Toán Văn Anh ,số học sinh tham gia như sau:Văn có 96 học sinh, Toán có 120 học sinh và Anh có 72 học sinh.Trong buổi tổng kết các bạn được tham gia phân công đứng thành hàng dọc sao cho mỗi hàng có số bạn thi mỗi môn bằng nhau.Hỏi có thể phân học sinh đứng thành ít nhất bao nhiêu hàng?

HD :

Gọi số hs đứng ở mỗi hàng là a , ĐK : $a \in N, a < 72$ và $a > 1$

Vì mỗi hàng có số học sinh mỗi môn bằng nhau nên ta có:

$96 : a ; 120 : a$ và $72 : a$,

Để có ít nhất bao nhiêu hàng thì số học sinh phải là lớn nhất hay a lớn nhất

Hay $a = \text{UCLN} (96 ; 120 ; 72) = 24$, Vậy số hàng cần tìm là : $(96 + 120 + 72) : 24 = 12$ hàng

Bài 13: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 120m, chiều rộng 36m, người ta muốn trồng cây xung quanh vườn sao cho mỗi góc vườn có 1 cây và khoảng cách giữa hai cây liên tiếp bằng nhau. Hỏi số cây phải trồng ít nhất là bao nhiêu cây?

HD:

Muốn số cây phải trồng ít nhất thì khoảng cách giữa hai cây phải lớn nhất,

Gọi khoảng cách này là a ĐK : $a \in N, a < 36$

Khi đó $120 : a$ và $36 : a$ và a là lớn nhất nên $a = \text{UCLN}(120 ; 36) \Rightarrow a = 12$,

Chu vi của vườn là $P = 312$ nên số cây cần ít nhất là $312 : 12 = 26$ cây

Bài 14: Một lớp có 28 HS nam và 24 HS nữ . Khi phân tổ, GV muốn phân chia sao cho số HS nam và số HS nữ ở mỗi tổ đều bằng nhau . Hỏi có bao nhiêu cách chia tổ , cách chia nào để mỗi tổ có số HS ít nhất

HD :

Gọi a là số tổ có thể chia theo yêu cầu bài toán ĐK : $a \in N, a < 24$ và $a > 1$

Theo bài ra ta có : $28 : a$ và $24 : a$ Khi đó $\in \text{UC}(28 ; 24) = \{ 1 ; 2 ; 4 \}$

Như vậy ta có hai cách chia

Cách 1 là chia làm 2 tổ khi đó mỗi tổ sẽ có : $(28+24) : 2 = 26$ học sinh

Cách 2 chi làm 4 tổ, khi đó mỗi tổ sẽ có 13 học sinh

Để số học sinh trong tổ ít nhất thì ta chia theo cách thứ hai, chia làm 4 tổ

Bài 15: Ba khối 6- 7- 8 theo thứ tự có 300, 276, 252 học sinh xếp hàng dọc để điểu hành, sao cho số hàng dọc của mỗi khối như nhau, Hỏi có thể xếp nhiều nhất thành mấy hàng dọc để mỗi khối đều không có ai lẻ hàng, Khi đó ở mỗi khối có bao nhiêu hàng ngang

HD :

Gọi x là số hàng dọc có thể xếp được nhiều nhất

Khi đó : $x \in \text{UCLN}(300;276;252)$, Tìm x suy ra số hàng ngang

Bài 16: Người ta muốn chia 200 bút bi, 240 bút chì, 320 tẩy thành 1 số phần qua như nhau, Hỏi có thể chia được nhiều nhất bao nhiêu phần thưởng

Bài 17: Có 760 quả Cam, Táo, Chuối. Biết số Chuối nhiều hơn số Táo là 80 quả, Táo nhiều hơn Cam là 40 quả, Người ta muốn chia số Cam, Táo, Chuối vào các đĩa sao cho mỗi đĩa đều bằng nhau, Hỏi có bao nhiêu cách chia ?

HD :

Theo đề bài Chuối hơn Táo 80 quả nên số chuối nhiều hơn Cam là $80+40=120$ quả :

Số chuối và số Táo hơn Cam là : $40+120=160$ quả

Như vậy 3 lần số Cam sẽ là : $760-160=600 \Rightarrow$ Số Cam là 200, Táo là 240, Chuối là 320

DẠNG 3: Bài toán UC có dư

Bài 1: Tìm số tự nhiên a biết rằng khi chia 24 cho a thì dư 3, và khi chia 38 cho a cũng dư 3

HD :

Vì 24 chia a mà dư 3 thì $24 - 3 = 21$ chia hết cho $a \Rightarrow a \in U(21)$ và $a > 3$

Tương tự 38 chia a cũng dư 3 nên $38 - 3 = 35$ chia hết cho $a \Rightarrow a \in U(35)$ và $a > 3$

Như vậy $a \in UC(21 ; 35)$ và $a > 3$

Bài 2: Tìm số tự nhiên a biết rằng 156 chia a dư 12 và 280 chia a dư 10

HD:

Vì $156 : a$ dư 12 nên $156-12=144$ chia hết cho a và $a > 12$

Và 280 chia a dư 10 nên $280 - 10 = 270$ chia hết cho a và $a > 10$

Như vậy $a \in UC(144 ; 270)$ đồng thời $a > 12$

Bài 3: Tìm số tự nhiên n biết 288 chia n dư 38 và 414 chia n dư 14

HD:

Vì $288 : a$ dư 38 nên $288 - 38 = 250$ chia hết cho a và $a > 38$

Và 414 chia a dư 14 nên $414 - 14 = 400$ chia hết cho a và $a > 14$

Như vậy $a \in UC(38 ; 400)$ đồng thời $a > 38$

Bài 4: Tìm số tự nhiên a lớn nhất thỏa mãn 543, 4539, 3567 đều chia cho a dư 3

HD:

Vì 543 chia a dư 3 nên $543 - 3 = 540$ chia hết cho a hay $a \in U(540)$

Tương tự thì $a \in U(4536)$ và $a \in U(3564)$, và vì a là số tự nhiên lớn nhất nên:

$a = UCLN(540 ; 4536 ; 3564)$

Bài 5: Tìm số tự nhiên a biết rằng 398 chia a dư 38, 450 chia a dư 18

HD:

Vì 398 chia a dư 38 nên $398 - 38 = 360$ chia hết cho a hay $a \in U(360)$ và $a > 38$

Tương tự thì $a \in U(432)$ và $a > 18$, do đó

$a \in UC(360; 432)$ và $a > 38$

Bài 6: Tìm số tự nhiên a biết rằng 350 chia a dư 38 và 320 chia a dư 26

HD:

Vì 350 chia a dư 38 nên $350 - 38 = 312$ chia hết cho a hay $a \in U(312)$ và $a > 38$

Tương tự thì $a \in U(304)$ và $a > 18$, do đó

$a \in UC(312; 304)$ và $a > 38$

Bài 7: Tìm số tự nhiên a biết rằng 264 chia a dư 24 và 363 chia a dư 43

HD:

Vì 264 chia a dư 24 nên $264 - 24 = 240$ chia hết cho a hay $a \in U(240)$ và $a > 24$

Tương tự thì $a \in U(320)$ và $a > 43$, do đó

$a \in UC(240; 320)$ và $a > 43$

Bài 8: Tìm số tự nhiên a biết rằng khi chia 111 cho a thì dư 15 còn khi chia 180 cho a thì dư 20

HD:

Vì 111 chia a dư 15 nên $111 - 15 = 96$ chia hết cho a hay $a \in U(96)$ và $a > 15$

Tương tự thì $a \in U(160)$ và $a > 20$, do đó

$a \in UC(96; 160)$ và $a > 20$

Bài 9: Nếu ta chia 2 số 3972 và 170 cho cùng 1 số thì sẽ được số dư tương ứng là 4 và 42.

Hỏi số chia là bao nhiêu?

HD:

Gọi số chia cần tìm là a,

Ta có số chia là ước của $(3972 - 4)$ và $(170 - 42)$

Hay $a \in UC(3968; 128)$, đồng thời $42 < a < 170 \Rightarrow \begin{cases} a = 64 \\ a = 128 \end{cases}$

Bài 10: Tìm số tự nhiên a biết rằng: $398 : 9$ thì dư 38, còn 450 chia cho a thì dư 18

HD:

Vì 147 chia a dư 17 nên $147 - 17 = 130$ chia hết cho a hay $a \in U(130)$ và $a > 17$

Tương tự thì $a \in U(182)$ và $a > 11$, do đó

$a \in UC(130; 182)$ và $a > 17$

Bài 11: Tìm 1 số tự nhiên n biết rằng khi chia 147 và 193 cho n thì có số dư lần lượt là 17 và 11

Bài 12: Tìm số tự nhiên a biết rằng, 350 chia cho a dư 14, còn 320 chia cho a dư 26

Bài 13: Nếu ta chia 2 số 3972 và 170 cho cùng 1 số thì sẽ được số dư tương ứng là 4 và 42, Hỏi số chia là bao nhiêu?

Bài 14: Tìm số tự nhiên n lớn nhất sao cho khi chia 364, 414, 539 cho n ta được 3 số dư bằng nhau

HD:

Ta có: Vì 3 số 364, 414, 539 chia n có cùng số dư, nên hiệu 2 số chia hết cho số đó:

$$\Rightarrow \begin{cases} 414 - 364 : n \\ 539 - 414 : n \\ 539 - 364 : n \end{cases} \Rightarrow n \in UCLN(125; 50; 175)$$

Bài 15: Tìm số tự nhiên a biết 1960, 2002 chia a có cùng số dư là 28

DẠNG 4. Tìm hai số khi biết tổng và UCLN

Bài 1: Tìm hai số tự nhiên a và b biết rằng $a+b=48$ và $UCLN(a;b)=6$

HD:

Vì $UCLN(a; b) = 6$ nên $\begin{cases} a = 6a_1 \\ b = 6b_1 \end{cases}$ và $(a_1; b_1) = 1$, Mà:

$$a + b = 48 \Rightarrow 6a_1 + 6b_1 = 48 \Rightarrow 6(a_1 + b_1) = 48 \text{ Nên } a_1 + b_1 = 8 \text{ Mà } (a_1; b_1) = 1 \text{ Nên ta có}$$

bảng sau:

a_1	1	3	5	7
a	6	18	30	42
b_1	7	5	3	1
b	42	30	18	6

Vậy các cặp số tự nhiên $(a; b)$ cần tìm là : $(6; 42)$, $(18; 30)$, $(30; 18)$, và $(42; 6)$

Bài 2: Tìm hai số tự nhiên a và b có tổng bằng 224, biết rằng $UCLN$ của chúng bằng 28

HD:

Vì $UCLN(a; b) = 28$ nên $\begin{cases} a = 28a_1 \\ b = 28b_1 \end{cases}$ và $(a_1; b_1) = 1$, Mà:

$$a + b = 224 \Rightarrow 28a_1 + 28b_1 = 224 \Rightarrow 28(a_1 + b_1) = 224 \text{ Nên } a_1 + b_1 = 8 \text{ Mà } (a_1 : b_1) = 1 \text{ Nên}$$

ta có bảng sau:

a_1	1	3	5	7
a	28	84	140	196
b_1	7	5	3	1
b	196	140	84	28

Vậy các cặp số tự nhiên $(a ; b)$ cần tìm là : $(28 ; 196)$, $(84 ; 140)$, $(140 ; 84)$, và $(196 ; 28)$

Bài 3: Tìm hai số tự nhiên biết rằng UCLN của chúng bằng 36 và tổng của chúng bằng 432

HD :

Gọi hai số tự nhiên cần tìm là a và b , ta có:

$$\text{Vì UCLN}(a; b) = 36 \text{ nên } \begin{cases} a = 36a_1 \\ b = 36b_1 \end{cases} \text{ và } (a_1 : b_1) = 1, \text{ Mà:}$$

$$a + b = 432 \Rightarrow 36a_1 + 36b_1 = 432 \Rightarrow 36(a_1 + b_1) = 432 \text{ Nên } a_1 + b_1 = 12 \text{ Mà } (a_1 : b_1) = 1 \text{ Nên}$$

ta có bảng sau:

a_1	1	5	7	11
a	36	180	252	396
b_1	11	7	5	1
b	396	252	180	36

Vậy các cặp số tự nhiên $(a ; b)$ cần tìm là : $(36 ; 396)$, $(180 ; 252)$, $(252 ; 180)$, và $(396 ; 36)$

Bài 4: Tìm hai số tự nhiên biết rằng UCLN của chúng bằng 6 và tổng bằng 66, đồng thời có 1 số chia hết cho 5

HD :

Gọi hai số tự nhiên cần tìm là a và b , ta có:

$$\text{Vì UCLN}(a; b) = 6 \text{ nên } \begin{cases} a = 6a_1 \\ b = 6b_1 \end{cases} \text{ và } (a_1 : b_1) = 1, \text{ Mà:}$$

$$a + b = 66 \Rightarrow 6a_1 + 6b_1 = 66 \Rightarrow 6(a_1 + b_1) = 66 \text{ Nên } a_1 + b_1 = 11 \text{ Mà } (a_1 : b_1) = 1 \text{ Nên ta có}$$

bảng sau:

a_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
b_1	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
b	60	54	48	42	36	30	24	18	12	6

Tuy nhiên vì 1 trong hai số chia hết cho 5

Vậy các cặp số tự nhiên $(a; b)$ cần tìm là : $(6; 60)$, $(30; 36)$, $(36; 30)$, và $(60; 6)$

Bài 5: Tìm hai số tự nhiên biết rằng tích của chúng bằng 864 và UCLN của nó là 6

HD :

Gọi hai số tự nhiên cần tìm là a và b , ta có:

$$\text{Vì UCLN}(a; b) = 6 \text{ nên } \begin{cases} a = 6a_1 \\ b = 6b_1 \end{cases} \text{ và } (a_1; b_1) = 1, \text{ Mà:}$$

$$ab = 864 \Rightarrow 6a_1 \cdot 6b_1 = 864 \Rightarrow 36 \cdot a_1 \cdot b_1 = 864 \text{ Nên } a_1 \cdot b_1 = 24 \text{ Mà } (a_1; b_1) = 1 \text{ Nên ta có bảng sau}$$

a_1	1	3	8	24
a	6	18	48	144
b_1	24	8	3	1
b	144	48	18	6

Vậy các cặp số tự nhiên $(a; b)$ cần tìm là : $(6; 144)$, $(18; 48)$, $(48; 18)$, và $(144; 6)$

Bài 6: Tìm hai số tự nhiên a, b ($a > b$) có tích bằng 1944 và UCLN của chúng bằng 18

HD :

$$\text{Vì UCLN}(a; b) = 18 \text{ nên } \begin{cases} a = 18a_1 \\ b = 18b_1 \end{cases} \text{ và } (a_1; b_1) = 1, \text{ Mà:}$$

$$ab = 1944 \Rightarrow 18a_1 \cdot 18b_1 = 1944 \Rightarrow 324a_1 \cdot b_1 = 1944 \text{ Nên } a_1 \cdot b_1 = 6$$

Mà $(a_1; b_1) = 1$ và $a > b$ nên $a_1 > b_1$

Do đó ta có bảng sau:

a_1	6	3
a	108	54

b_1	1	2
b	18	36

Vậy các cặp số tự nhiên $(a ; b)$ cần tìm là : $(108 ; 18), (54 ; 36)$

Bài 7: Tìm hai số tự nhiên khác 0 biết rằng $a+b=224$ và $\text{UCLN}(a;b)=56$

HD :

Vì $\text{UCLN}(a; b) = 56$ nên $\begin{cases} a = 56a_1 \\ b = 56b_1 \end{cases}$ và $(a_1:b_1) = 1$, Mà:

$$a + b = 224 \Rightarrow 56a_1 + 56b_1 = 224 \Rightarrow 56(a_1 + b_1) = 224 \text{ Nên } a_1 + b_1 = 4 \text{ Mà } (a_1:b_1) = 1 \text{ Nên}$$

ta có bảng sau:

a_1	1	3
a	56	168
b_1	3	1
b	168	56

Vậy các cặp số tự nhiên $(a ; b)$ cần tìm là : $(56 ; 168), (168 ; 56)$

Bài 8: Tìm hai số tự nhiên a, b biết rằng $a.b= 6144$ và $\text{UCLN}(a;b)=32$

HD:

Vì $\text{UCLN}(a; b) = 32$ nên $\begin{cases} a = 32a_1 \\ b = 32b_1 \end{cases}$ và $(a_1:b_1) = 1$, Mà:

$$a.b = 6144 \Rightarrow 32a_1.32b_1 = 6144 \Rightarrow a_1.b_1 = 6$$

Mà $(a_1:b_1) = 1$ và $a > b$ nên $a_1 > b_1$

Do đó ta có bảng sau:

a_1	1	2	3	6
a	32	64	96	192
b_1	6	3	2	1
b	192	96	64	32

Vậy các cặp số tự nhiên $(a ; b)$ cần tìm là : $(32; 192), (64; 96), (96 ; 64), (192 ; 32)$

Bài 9: Tìm hai số tự nhiên a,b biết rằng $a.b = 72$ và $\text{UCLN}(a;b)=6$

HD :

Vì $\text{UCLN}(a; b) = 6$ nên $\begin{cases} a = 6a_1 \\ b = 6b_1 \end{cases}$ và $(a_1;b_1) = 1$, Mà:

$$a.b = 72 \Rightarrow 6a_1.6b_1 = 72 \Rightarrow a_1.b_1 = 2$$

Mà $(a_1;b_1) = 1$ và $a > b$ nên $a_1 > b_1$

Do đó ta có bảng sau:

a_1	1	2
a	6	12
b_1	2	1
b	12	6

Vậy các cặp số tự nhiên $(a; b)$ cần tìm là : $(6; 12), (12; 6)$

Bài 10: Tìm hai số tự nhiên a,b biết rằng $a.b = 3750$ và $\text{UCLN}(a;b)=25$

HD:

Vì $\text{UCLN}(a; b) = 25$ nên $\begin{cases} a = 25a_1 \\ b = 25b_1 \end{cases}$ và $(a_1;b_1) = 1$, Mà:

$$a.b = 3750 \Rightarrow 25a_1.25b_1 = 3750 \Rightarrow a_1.b_1 = 6$$

Mà $(a_1;b_1) = 1$

Do đó ta có bảng sau:

a_1	1	2	3	6
a	25	50	75	150
b_1	6	3	2	1
b	650	75	50	25

Vậy các cặp số tự nhiên $(a; b)$ cần tìm là : $(25; 650), (50; 75), (75; 50), (150; 25)$

Bài 11: Tìm hai số tự nhiên a,b biết rằng $a.b$ bằng 24300 và $\text{UCLN}(a;b)=45$

HD:

Vì $\text{UCLN}(a; b) = 45$ nên $\begin{cases} a = 45a_1 \\ b = 45b_1 \end{cases}$ và $(a_1;b_1) = 1$, Mà:

$$a \cdot b = 24300 \Rightarrow 45a_1 \cdot 45b_1 = 24300 \Rightarrow a_1 \cdot b_1 = 12$$

$$\text{Mà } (a_1 : b_1) = 1$$

Do đó ta có bảng sau:

a_1	1	3	4	12
a	45	135	180	540
b_1	12	4	3	1
b	540	180	135	45

Vậy các cặp số tự nhiên $(a ; b)$ cần tìm là : $(45 ; 540)$, $(135 ; 180)$, $(180 ; 135)$, $(540 ; 45)$

Bài 12: Tìm hai số tự nhiên a, b biết rằng hiệu của chúng bằng 84 và UCLN của chúng là 12

HD:

$$\text{Vì UCLN}(a; b) = 12 \text{ nên } \begin{cases} a = 12a_1 \\ b = 12b_1 \end{cases} \text{ và } (a_1 : b_1) = 1, \text{ Giả sử } a > b \Rightarrow a_1 > b_1$$

$$\text{Mà: } a - b = 84 \Rightarrow 12a_1 - 12b_1 = 84 \Rightarrow a_1 - b_1 = 7 \text{ Vì } a_1 > b_1,$$

$$\text{Nên có vô số } a, b \text{ thỏa mãn đầu bài sao cho: } a_1 = b_1 + 7$$

Vậy hai số đó có dạng $(12b_1 + 84; 12b_1)$ Với $(a_1 : b_1) = 1$

Bài 13: Tìm các số tự nhiên a, b sao cho:

$$a, a + b = 120, \text{UCLN}(a; b) = 12$$

$$b, a \cdot b = 6936, \text{UCLN}(a; b) = 34$$

$$c, a \cdot b = 6936, \text{BCNN}(a; b) = 204$$

HD :

$$a, \text{ Vì UCLN}(a; b) = 12 \text{ nên } \begin{cases} a = 12a_1 \\ b = 12b_1 \end{cases} \text{ và } (a_1 : b_1) = 1, \text{ Mà:}$$

$$a + b = 120 \Rightarrow 12a_1 + 12b_1 = 120 \Rightarrow 12(a_1 + b_1) = 120 \text{ Nên } a_1 + b_1 = 10 \text{ Mà } (a_1 : b_1) = 1$$

Nên ta có bảng sau:

a_1	1	3	7	9
a	12	36	84	108
b_1	9	7	3	1
b	108	84	36	12

Vậy các cặp số tự nhiên $(a ; b)$ cần tìm là : $(12 ; 108), (36 ; 84), (84 ; 36), (108 ; 12)$

b, Vì $UCLN(a ; b) = 34$ nên $\begin{cases} a = 34a_1 \\ b = 34b_1 \end{cases}$ và $(a_1 ; b_1) = 1$, Mà:

$$ab = 6936 \Rightarrow 34a_1 \cdot 34b_1 = 6936 \Rightarrow a_1 \cdot b_1 = 6$$

Mà $(a_1 ; b_1) = 1$

Do đó ta có bảng sau:

a_1	1	2	3	6
a	34	68	102	204
b_1	6	3	2	1
b	204	102	68	34

Vậy các cặp số tự nhiên $(a ; b)$ cần tìm là : $(34 ; 204), (68 ; 102), (102 ; 68), (204 ; 34)$

Bài 14: Tìm các số tự nhiên thỏa mãn: $10 < x ; y < 30$ và $x = UCLN(2y + 5 ; 3y + 2)$

HD :

Vì $UCLN(2y+5 ; 3y+2)=x$ nên ta có :

$$\begin{cases} 2y+5 : x \\ 3y+2 : x \end{cases} \Rightarrow 3(2y+5) - 2(3y+2) : x \Rightarrow 11 : x \Rightarrow x \in U(11) = \{1; 11\}$$

Vì $x > 10$ nên $x = 11$,

Với $x = 11$ và ta lại có $y < 30 \Rightarrow 2y + 5 < 65$, và $2y + 5 : 11$, Những số < 65 và $: 11$ là $22 ; 33 ; 44 ; 55$

Và $3y + 2$ cũng chia hết cho 11

TH1: Với $2y + 5 = 11 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow 3y + 2 = 11 : 11$, Thỏa mãn

TH2 : Với $2y + 5 = 22 \Rightarrow 2y = 17 \Rightarrow$ (Loại)

TH3 : Với $2y + 5 = 33 \Rightarrow y = 14 \Rightarrow 3y + 2 = 44 : 11$, Thỏa mãn

TH4 : Với $2y + 5 = 44 \Rightarrow 2y = 39 \Rightarrow$ (Loại)

TH5 : Với $2y + 5 = 55 \Rightarrow y = 25 \Rightarrow 3y + 2 = 77 : 11$, Thỏa mãn

Vậy $x = 11$ và $y \in \{3 ; 14 ; 25\}$

Bài 15: Tìm 2 số tự nhiên biết rằng hiệu của chúng là 84 và UCLN của chúng là 28, các số đó trong khoảng 300 đến 440

HD :

Gọi 2 số cần tìm là a, b và $a > b$,

$$\text{Theo bài ra ta có : } a - b = 84, UCLN(a; b) = 28 \Rightarrow \begin{cases} a = 28a_1 \\ b = 28b_1 \end{cases} \Rightarrow a_1 - b_1 = 3$$

$$\text{Mà } 300 < a < 440 \Rightarrow 28 \cdot 10 < 28a_1 < 28 \cdot 16 \Rightarrow a_1 \in \{11; 12; 13; 14; 15\}$$

$$\text{TH1 : } a_1 = 11 \Rightarrow b_1 = 8 \Rightarrow a = 308, b = 224(l)$$

$$\text{TH2 : } a_1 = 12 \Rightarrow b_1 = 9(l), \forall (a_1, b_1) = 1$$

$$\text{TH3 : } a_1 = 13 \Rightarrow b_1 = 10 \Rightarrow a = 364, b = 280(l) \quad \forall 280 < 300$$

$$\text{TH4 : } a_1 = 14 \Rightarrow b_1 = 11 \Rightarrow a = 392, b = 308(t/m)$$

$$\text{TH5 : } a_1 = 15 \Rightarrow b_1 = 12(l)$$

Bài 16: Tìm 2 số tự nhiên biết rằng: $a - b = 48$ và $UCLC(a; b) = 12$

HD:

$$\text{Từ } UCLN(a; b) = 12 \Rightarrow \begin{cases} a = 12a_1 \\ b = 12b_1 \end{cases} (a_1; b_1 = 1) \Rightarrow a - b = 48 \Rightarrow a_1 - b_1 = 4 \Rightarrow a_1 = 4 + b_1$$

$$\text{Vậy 2 số đó có dạng: } (12a_1; 12b_1), a_1 = 4 + b_1 \quad \text{và } (a_1; b_1) = 1$$

Bài 17: Tìm hai số tự nhiên a, b biết rằng: $a + b = 84, UCLN(a; b) = 6$

Bài 18: Tìm 2 số tự nhiên $a, b > 0$, biết $a \cdot b = 216, UCLN(a; b) = 6$

Bài 19: Tìm 2 số tự nhiên $a, b > 0$ biết $a + b = 128, UCLN(a; b) = 16$

Bài 20: Tìm 2 số tự nhiên $a, b > 0$ biết: $a + b = 128, UCLN(a; b) = 16$ và chúng có các chữ số hàng đơn vị giống nhau

Bài 21: Tìm 2 số tự nhiên a, b biết $a + b = 288, UCLN(a; b) = 24$

Bài 22: Tìm 2 số tự nhiên a, b biết rằng $a + b = 192, UCLN(a; b) = 18$

Bài 23: Tìm 2 số tự nhiên a, b nhỏ hơn 56, biết hiệu của chúng là 28 và $UCLN(a; b) = 14$

Bài 24: Giả sử 2 số tự nhiên có hiệu 84, UCLN của chúng là 12, Tìm 2 số đó, biết 2 số đó nhỏ hơn 200

Bài 25: Cho 2 số tự nhiên nhỏ hơn 200, biết hiệu của chúng là 90, và UCLN của chúng là 15, tìm 2 số đó

Bài 26: Tìm 2 số tự nhiên biết rằng tích của chúng là 180 và UCLN của chúng là 3

Bài 27: Tìm 2 số tự nhiên biết rằng tích của chúng là 8748 và UCLN của chúng là 27

Bài 28: UCLN của 2 số là 45, Số lớn là 270, Tìm số nhỏ?

HD:

Gọi số cần tìm là a ($a < 270$)

$$\text{Ta có : } UCLN(a; 270) = 45 \Rightarrow \begin{cases} a = 45 \cdot a_1 \\ 270 = 45 \cdot 6 \end{cases} (a_1; 6) = 1, \text{ Mà}$$

$$a < 270 \Rightarrow 45a_1 < 270 \Rightarrow a_1 < 6 \Rightarrow a_1 = 1; 5, \text{ vậy số bé là } 45 \cdot 1 = 45 \text{ hoặc } 45 \cdot 5$$

Bài 29: Cho UCLN của 2 số là 4, số nhỏ là 8, tìm số lớn

HD:

$$\text{Gọi số lớn là } a, \text{ khi đó } (a > 8) \text{ và } UCLN(a; 8) = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 4a_1 \\ 8 = 4 \cdot 2 \end{cases}, \text{ mà } a_1 > 2, (a_1; 2) = 1$$

$$\Rightarrow a_1 = 2k + 1$$

Vậy số cần tìm có dạng : $4(2k + 1), k \in \mathbb{N}^*$

Bài 30: Tìm 2 số tự nhiên biết tổng của chúng là 272 và UCLN là 34

Bài 31: Tìm 2 số tự nhiên a và b biết :

a, $a + b = 72, UCLN(a; b) = 8$

b, $a \cdot b = 448, UCLN(a; b) = 4$

c, $a - b = 96, UCLN(a; b) = 16$

d, $a - b = 30, UCLN(a; b) = 15$

DẠNG 5. Chứng minh hai số là nguyên tố cùng nhau

Bài 1: Chứng minh rằng 2 số $n+1$ và $3n+4$ ($n \in \mathbb{N}$) là hai số nguyên tố cùng nhau

HD:

Gọi $d = UCLN(n+1; 3n+4) \Rightarrow d \in \mathbb{N}^*$, nên ta có

$$\begin{cases} n+1 : d \\ 3n+4 : d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3n+3 : d \\ 3n+4 : d \end{cases} \text{ nên } (3n+4) - (3n+3) : d \Rightarrow 1 : d$$

Vậy hai số : $n+1$ và $3n+4$ là hai số nguyên tố cùng nhau với ($n \in \mathbb{N}$)

Bài 2: Cho $n \in \mathbb{N}$, Chứng minh rằng $UCLN(n; n+1) = 1$

HD :

Gọi $d = UCLN(n; n+1), \Rightarrow d \in \mathbb{N}^*$

Khi đó ta có :

$$\begin{cases} n : d \\ n+1 : d \end{cases} \Rightarrow (n+1) - n : d \Rightarrow 1 : d$$

Vậy hai số n và $n+1$ là hai số nguyên tố cùng nhau

Bài 3: Chứng minh rằng $2n+1$ và $2n+3$ là hai số nguyên tố cùng nhau

HD :

Gọi $d = \text{UCLN}(2n+1; 2n+3) \Rightarrow d \in \mathbb{N}^*$

Khi đó ta có : $\begin{cases} 2n+1:d \\ 2n+3:d \end{cases} \Rightarrow (2n+3) - (2n+1):d \Rightarrow 2:d \Rightarrow d \in U(2) = \{1; 2\}$

Mà ta lại có $2n+1:d$ mà $2n+1$ là số lẻ nên $d=2$ (loại), do đó $d=1$

Vậy hai số $2n+1$ và $2n+3$ là hai số nguyên tố cùng nhau

Bài 31: Cho $(a, b) = 1$. Tìm:

a. $(a+b, a-b)$ b. $(7a+9b, 3a+8b)$

HD :

b, Gọi $d = \text{UCLN}(7a+9b; 3a+8b) \Rightarrow d \in \mathbb{N}^*$

Nên: $\begin{cases} 7a+9b:d \\ 3a+8b:d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3(7a+9b):d \\ 7(3a+8b):d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21a+27b:d \\ 21a+56b:d \end{cases} \Rightarrow 29b:d \Rightarrow d=1 \text{ hoặc } d=29$

Tương tự:

$\begin{cases} 7a+9b:d \\ 3a+8b:d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8(7a+9b):d \\ 9(3a+8b):d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 56a+72b:d \\ 27a+72b:d \end{cases} \Rightarrow 29a:d \Rightarrow d=1 \text{ hoặc } d=29$

Vì $\text{UCLN}(a; b) = 1$ nên $\text{UCLN}(7a+9b; 3a+8b) = 1$ hoặc 29

Vậy $d=1$ hoặc $d=19$

Bài 32: Tìm n để $18n+3$ và $21n+7$ là 2 số nguyên tố cùng nhau:

HD:

Gọi $d = \text{UCLN}(18n+3; 21n+7) \Rightarrow \begin{cases} 18n+3:d \\ 21n+7:d \end{cases} \Rightarrow 21:d \Rightarrow d \in U(21) = \{1; 3; 7; 21\}$

Nếu $d=3 \Rightarrow 21n+7:3$ (Vô lý)

Nếu $d \in \{1; 7\}$, để 2 số trên là nguyên tố thì

$d \neq 7 \Rightarrow 18n+3 \not\equiv 7 \Rightarrow 18n+3 - 21 \not\equiv 7 \Rightarrow n-1 \not\equiv 7 \Rightarrow n \neq 7k+1$

Vậy với $n \neq 7k+1 (k \in \mathbb{N})$ thì 2 số trên nguyên tố cùng nhau

Bài 33: Tìm số tự nhiên n để $4n+3, 2n+3$ nguyên tố cùng nhau

HD:

Giả sử: $4n+3$ và $2n+3$ cùng chia hết cho số nguyên tố d , thì

$2(2n+3) - (4n+3):d \Rightarrow 3:d \Rightarrow d \in \{1; 3\}$

Để 2 số trên nguyên tố cùng nhau thì $d \neq 3 \Rightarrow 4n+3 \not\equiv 3 \Rightarrow 4n \not\equiv 3 \Rightarrow n \not\equiv 3 \Rightarrow n \neq 3k (k \in \mathbb{N})$

Bài 34: Tìm số tự nhiên n để các số sau nguyên tố cùng nhau: $7n+13$ và $2n+4$

HD:

Giả sử: $7n+13$ và $2n+4$ cùng chia hết cho số nguyên tố d , Ta có:

$$7(2n+4) - 2(7n+13) : d \Rightarrow 2 : d \Rightarrow d \in \{1; 2\}$$

Để 2 số trên nguyên tố cùng nhau thì $d \neq 2 \Rightarrow 7n+13 \not\equiv 2 \Rightarrow n$ là số chẵn

Bài 35: Chứng minh rằng: có vô số số tự nhiên n để $n+15$ và $n+72$ là 2 số nguyên tố cùng nhau

HD:

Gọi $d \in UC(n+15; n+72) \Rightarrow 57 : d$, Do $n+15 : d, 57 : d$,

Nên tồn tại n sao cho $n+15 = 57k+1$ thì $d = 1$, Với $k=1; 2; 3; \dots$

Vậy có vô số n

Bài 36: CMR: $UCLN(12n+1; 30n+1) = 1$ với mọi số tự nhiên n

HD :

Gọi $UCLN(12n+1; 30n+1) = d, \Rightarrow d \in \mathbb{N}^*$ khi đó ta có :

$$\begin{cases} 12n+1 : d \\ 30n+1 : d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5(12n+1) : d \\ 2(30n+1) : d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 60n+5 : d \\ 60n+2 : d \end{cases} \Rightarrow 3 : d \Rightarrow d \in \{1; 3\}$$

Vì $12n+1$ là 1 số không chia hết cho 3 nên $d=3$ loại

Vậy $d=1$, khi đó $UCLN(12n+1; 30n+1) = 1$

Bài 37: Cho m, n là hai số tự nhiên, Gọi A là tập hợp các ước số chung của m và n , B là tập hợp các ước số chung của $11m+5n$ và $9m+4n$, CMR: $A=B$

HD :

Gọi $d = UCLN(11m+5n; 9m+4n) \Rightarrow d \in \mathbb{N}^*$

$$\text{Khi đó ta có : } \begin{cases} 11m+5n : d \\ 9m+4n : d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9(11m+5n) : d \\ 11(9m+4n) : d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 99m+45n : d \\ 99m+44n : d \end{cases} \Rightarrow n : d$$

(1)

$$\text{Tương tự ta có : } \begin{cases} 11m+5n : d \\ 9m+4n : d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(11m+5n) : d \\ 5(9m+4n) : d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 44m+20n : d \\ 45m+20n : d \end{cases} \Rightarrow m : d \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $d \in UC(m; n) \Rightarrow d \in U(A)$

và $B \in U(d) = U(A)$, Vậy $A=B$

CHUYÊN ĐỀ VỀ UCLN VÀ BCNN

Bài 1: Tìm hai số nguyên dương a, b biết: BCNN(a; b)= 900 và UCLN(a; b) = 10

HD :

Do a và b có vai trò như nhau, Giả sử $a \geq b$

$$\text{Vì UCLN}(a; b) = 10 \Rightarrow \begin{cases} a = 10a_1 \\ b = 10b_1 \end{cases} (a_1 \geq b_1), (a_1; b_1) = 1$$

Lại có: $\text{UCLN}(a; b) \cdot \text{BCNN}(a; b) = a \cdot b \Rightarrow 900 \cdot 10 = 10a_1 \cdot 10b_1 \Rightarrow a_1 \cdot b_1 = 90$

Ta có bảng sau:

a_1	90	45	18	10
a	900	450	180	100
b_1	1	2	5	9
b	10	20	50	90

Vậy các cặp số (a; b) cần tìm là: (900; 10), (450; 20), (180; 50), (100; 90) và (10; 900), (20; 450), (50; 180), (90; 100)

Bài 2: Tìm hai số nguyên dương a, b biết: BCNN(a; b)= 240 và UCLN(a; b)= 16

HD:

Do a và b có vai trò như nhau, Giả sử $a \geq b$

$$\text{Vì UCLN}(a; b) = 16 \Rightarrow \begin{cases} a = 16a_1 \\ b = 16b_1 \end{cases} (a_1 \geq b_1), (a_1; b_1) = 1$$

Lại có: $\text{UCLN}(a; b) \cdot \text{BCNN}(a; b) = a \cdot b \Rightarrow 240 \cdot 16 = 16a_1 \cdot 16b_1 \Rightarrow a_1 \cdot b_1 = 15$

Ta có bảng sau:

a_1	15	5
a	240	80
b_1	1	3
b	16	48

Vậy các cặp số (a; b) cần tìm là: (240; 16), (80; 48) và (16; 240), (48; 80)

Bài 3: Tìm hai số nguyên dương a, b biết $a \cdot b = 4320$ và BCNN(a; b)= 360

HD:

Từ $UCLN(a; b) \cdot BCNN(a; b) = a \cdot b \Rightarrow UCLN(a; b) = \frac{a \cdot b}{BCNN(a; b)} = 4320 : 360 = 12$

Khi đó ta có: Giả sử $a \geq b$

$$UCLN(a; b) = 12 \Rightarrow \begin{cases} a = 12a_1 \\ b = 12b_1 \end{cases} (a_1 \geq b_1), (a_1; b_1) = 1$$

Lại có: $UCLN(a; b) \cdot BCNN(a; b) = a \cdot b \Rightarrow 12 \cdot 360 = 12a_1 \cdot 12b_1 \Rightarrow a_1 \cdot b_1 = 30$

Ta có bảng sau:

a_1	30	15	10	6
a	360	180	120	72
b_1	1	2	3	5
b	12	24	36	60

Vậy các cặp số (a; b) cần tìm là: (360; 12), (180; 24), (120; 36), (72; 60) và đảo ngược

Bài 4: Tìm hai số nguyên dương a, b biết $\frac{a}{b} = 2,6$ và $UCLN(a; b) = 5$

HD:

Từ đầu bài ta có: $a > b$

$$UCLN(a; b) = 5 \Rightarrow \begin{cases} a = 5a_1 \\ b = 5b_1 \end{cases} (a_1; b_1) = 1, (a_1 > b_1)$$

$$\text{mà } \frac{a}{b} = 2,6 = \frac{13}{5} \Rightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{13}{5} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 13 \\ b_1 = 5 \end{cases} (a_1; b_1) = 1$$

Nên $a = 65$ và $b = 25$