

Công thức nghiệm

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

hoặc $\Delta' = (b')^2 - ac$

* $\Delta > 0 \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

* $\Delta = 0 \Rightarrow$ Phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

* $\Delta < 0 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm

Hệ thức Viét

(áp dụng khi phương trình có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad (S) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad (P) \end{cases}$$

Ứng dụng

Viết

1. Cho 2 số u, v biết $\begin{cases} u+v=S \\ u \cdot v=P \end{cases}$ thì u, v là nghiệm của PT: $x^2 - Sx + P = 0$ (điều kiện $S^2 - 4P \geq 0$)

2. Nếu PT (*) có: $a+b+c=0$ thì nó có nghiệm $x=1$ và nghiệm còn lại là $x = \frac{c}{a}$

3. Nếu PT (*) có: $a-b+c=0$ thì nó có nghiệm $x=-1$ và nghiệm còn lại là $x = \frac{-c}{a}$

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*) \quad (a \neq 0)$$

Mối quan hệ

giữa các nghiệm của phương trình bậc 2

$$\text{PT (*) có nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{PT (*) có nghiệm kép} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$$

$$\text{PT (*) có 2 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$$

$$\text{PT (*) có 2 nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ P < 0 \end{cases}$$

$$\text{PT (*) có 2 nghiệm cùng dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

$$\text{PT (*) có 2 nghiệm phân biệt cùng dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

$$\text{PT (*) có 2 nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$$

$$\text{PT (*) có 2 nghiệm âm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$$

$$\text{PT (*) có 2 nghiệm đối nhau} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ P = 0 \\ S = 0 \end{cases}$$

Những hệ thức liên quan:

1. $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = S^2 - 2p$

2. $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = S^2 - 4p$

3. $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = S^3 - 3Sp$

4. $x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2x_2^2$

5. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{S}{p}$

6. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{S^2 - 2p}{p}$

