

## BÀI 3: TÍCH MỘT VECTO VỚI MỘT SỐ

### I – LÝ THUYẾT

|   |   |
|---|---|
| <b>1. Định nghĩa</b>  | Cho vectơ $\vec{a}$ và số $k \in R$ . $k\vec{a}$ là một vectơ được xác định như sau:<br>+ $k\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k \geq 0$ ,<br>+ $k\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$ .<br>+ $ k\vec{a}  =  k  \cdot  \vec{a} $ .  |
| <b>2. Tính chất</b>   | $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ ;<br>$(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ ;<br>$k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}$<br>$k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$ .  |
| <b>3. Điều kiện để hai vectơ cùng phương</b>                  | $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ( $\vec{a} \neq \vec{0}$ ) cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in R: \vec{b} = k\vec{a}$   |
| <b>4. Điều kiện ba điểm thẳng hàng</b>                        | A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \exists k \neq 0: \vec{AB} = k\vec{AC}$ .   |
| <b>5. Biểu thị một vectơ theo hai vectơ không cùng phương</b> | Cho hai vectơ không cùng phương $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{x}$ tùy ý. Khi đó $\exists! m, n \in R: \vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .  |
| <b>6. Chú ý</b>   | <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Hệ thức trung điểm đoạn thẳng:</b><br/>M là trung điểm AB <math>\Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}</math><br/><math>\Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OM}</math> (O tùy ý).</li><li>• <b>Hệ thức trọng tâm tam giác:</b><br/>G là trọng tâm <math>\Delta ABC \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}</math><br/><math>\Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}</math> (O tùy ý).</li></ul> |

# BÀI 3: TÍCH MỘT VECTO VỚI MỘT SỐ.

## II – DẠNG TOÁN

### Dạng 1: Xác định vector $k\vec{a}$

**Phương pháp:** Để chứng minh một đẳng thức vector hoặc phân tích một vector theo hai vector không cùng phương, ta thường sử dụng:

- Quy tắc ba điểm để phân tích các vector.
- Các hệ thức thường dùng như: hệ thức trung điểm, hệ thức trọng tâm tam giác.
- Tính chất của các hình.

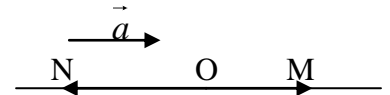
**Ví dụ 1:** Cho  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  và điểm O. Xác định hai điểm M và N sao cho:  $\overrightarrow{OM} = 3\vec{a}$ ;  $\overrightarrow{ON} = -4\vec{a}$  (**Sai hình**)

#### Hướng dẫn giải:

Vẽ d đi qua O và // với giá của  $\vec{a}$  (nếu O  $\in$  giá của  $\vec{a}$  thì d là giá của  $\vec{a}$ )

– Trên d lấy điểm M sao cho  $OM=3|\vec{a}|$ ,  $\overrightarrow{OM}$  và  $\vec{a}$  cùng hướng khi đó  $\overrightarrow{OM} = 3\vec{a}$ .

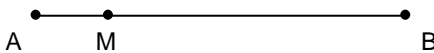
– Trên d lấy điểm N sao cho  $ON=4|\vec{a}|$ ,  $\overrightarrow{ON}$  và  $\vec{a}$  ngược hướng nên  $\overrightarrow{ON} = -4\vec{a}$



**Ví dụ 2:** Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm nằm trên đoạn AB sao cho  $AM = \frac{1}{5} AB$ . Tìm k trong các đẳng thức sau:

a)  $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ ;    b)  $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$ ;    c)  $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{AB}$

#### Hướng dẫn giải:



a)  $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \Rightarrow |k| = \frac{|\overrightarrow{AM}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{5}$ , vì  $\overrightarrow{AM} \uparrow \uparrow \overrightarrow{AB} \Rightarrow k = \frac{1}{5}$

b)  $k = -\frac{1}{4}$

c)  $k = -\frac{1}{5}$

**Ví dụ 3:** a) Chứng minh: vector đối của  $5\vec{a}$  là  $(-5)\vec{a}$

b) Tìm vector đối của các vector  $2\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $\vec{a} - 2\vec{b}$

#### Hướng dẫn giải:

a)  $-5\vec{a} = (-1)(5\vec{a}) = ((-1) \cdot 5)\vec{a} = (-5)\vec{a}$

b)  $-(2\vec{a} + 3\vec{b}) = (-1)(2\vec{a} + 3\vec{b}) = (-1)2\vec{a} + (-1)3\vec{b} = (-2)\vec{a} + (-3)\vec{b} = -2\vec{a} - 3\vec{b}$

### Dạng 2: Biểu diễn (phân tích, biểu thị) thành hai vector không cùng phương

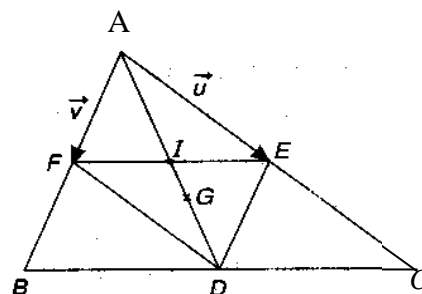
**Ví dụ 4:** Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm G. Cho các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF. Đặt  $\vec{u} = \overrightarrow{AE}$ ;  $\vec{v} = \overrightarrow{AF}$ . Hãy phân tích các vector  $\overrightarrow{AI}$ ,  $\overrightarrow{AG}$ ,  $\overrightarrow{DE}$ ,  $\overrightarrow{DC}$  theo hai vector  $\vec{u}, \vec{v}$ .

#### Hướng dẫn giải:

Ta có  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}) = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{FA} = -\overrightarrow{AF} = 0\vec{u} + (-1)\vec{v}$



$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF} = \vec{u} - \vec{v}$$

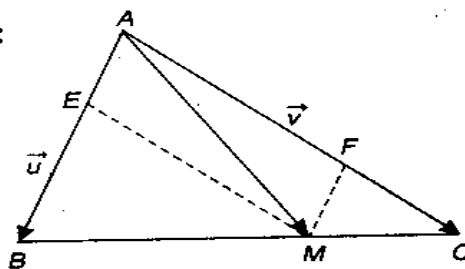
**Ví dụ 5:** Cho tam giác ABC. Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho MB= 2MC. Hãy phân tích vectơ  $\overrightarrow{AM}$  theo hai vectơ  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$\text{mà } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$$



### Dạng 3: Chứng minh 3 điểm thẳng hàng

+ A, B, C thẳng hàng  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$  cùng phương  $\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \exists 0 \neq k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

+ Nếu  $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$  và hai đường thẳng AB và CD phân biệt thì  $AB \parallel CD$ .

**Ví dụ 6:** Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm AM và K là trung điểm AC sao cho  $AK = \frac{1}{3}AC$ . Chứng minh ba điểm B, I, K thẳng hàng.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có

$$2\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$4\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \quad (1)$$

Ta lại có

$$\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$= \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$3\overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \quad (2)$$

Từ (1)&(2)  $\Rightarrow 3\overrightarrow{BK} = 4\overrightarrow{BI} \Rightarrow \overrightarrow{BK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BI} \Rightarrow B, I, K$  thẳng hàng.

**Ví dụ 7:** Cho tam giác ABC. Hai điểm M, N được xác định bởi hệ thức:

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}, \quad \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$

**Hướng dẫn giải:**

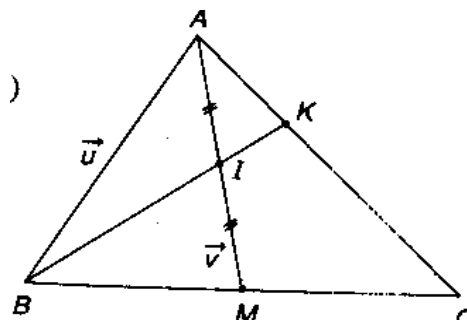
$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$\text{hay } \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MN} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{AC}. \text{ Theo giả thiết } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM}$$

Mà A, B, C không thẳng hàng nên bốn điểm A, B, C, M là hình bình hành

$\Rightarrow M$  không thuộc  $AC \Rightarrow MN \parallel AC$



### Dạng 4: Chứng minh đẳng thức vectơ có chứa tích của vectơ với một số

**Ví dụ 8:** Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai đoạn thẳng AB và CD. Chứng minh:

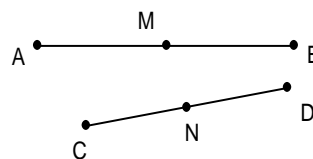
$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

Hướng dẫn giải:

$$\overrightarrow{VP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}$$

$$= 2\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC}$$

$$= 2\overrightarrow{MN}$$



**Ví dụ 9:** Cho hình bình hành ABCD. Chứng minh:  $\vec{AB} + 2\vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AC}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng qui tắc hình bình hành ta có  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

$$\Rightarrow \vec{VT} = \vec{AC} + 2\vec{AC} = 3\vec{AC} = \vec{VP} \text{ (đpcm)}$$

**Ví dụ 10:** Chứng minh rằng nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và A'B'C' thì

$$3\vec{GG'} = \vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'}$$

**Hướng dẫn giải:**

$$\vec{VP} = \vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'}$$

$$= \vec{AG} + \vec{GG'} + \vec{G'A'} + \vec{BG} + \vec{GG'} + \vec{G'B'} + \vec{CG} + \vec{GG'} + \vec{G'C'}$$

$$= 3\vec{GG'} + \vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} + \vec{G'A'} + \vec{G'B'} + \vec{G'C'}$$

$$= 3\vec{GG'} - (\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}) + \vec{G'A'} + \vec{G'B'} + \vec{G'C'}$$

$$= 3\vec{GG'}$$

### Dạng 5: Xác định vị trí của một điểm nhờ đẳng thức vectơ

$$+ \vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow A \equiv B$$

$$+ \text{Cho điểm A và } \vec{a}. \text{ Có duy nhất M sao cho: } \vec{AM} = \vec{a}$$

$$+ \vec{AB} = \vec{AC} \Leftrightarrow B \equiv C; \vec{AD} = \vec{BD} \Leftrightarrow A \equiv B$$

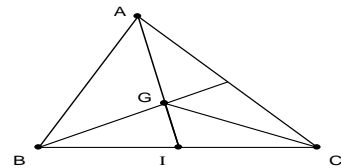
**Ví dụ 11:** Cho tam giác ABC có D là trung điểm BC. Xác định vị trí của G biết  $\vec{AG} = 2\vec{GD}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$\vec{AG} = 2\vec{GD} \Rightarrow A, G, D$  thẳng hàng.

$AG = 2GD$  và G nằm giữa A và D.

Vậy G là trọng tâm tam giác ABC.

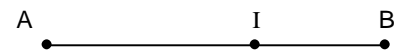


**Ví dụ 12:** Cho hai điểm A và B. Tìm điểm I sao cho:  $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{IA} = -2\vec{IB} \Rightarrow |\vec{IA}| = 2|\vec{IB}|$$

hay  $IA = 2IB$ ,  $\vec{IA} \uparrow \downarrow \vec{IB}$ . Vậy I là điểm thuộc AB sao cho  $IB = \frac{1}{3}AB$



**Ví dụ 13:** Cho tứ giác ABCD. Xác định vị trí điểm G sao cho:  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

**Hướng dẫn giải:**

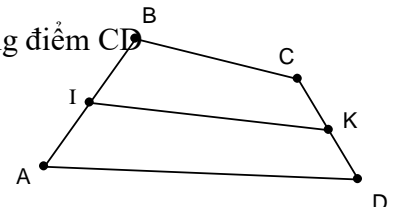
Ta có  $\vec{GA} + \vec{GB} = 2\vec{GI}$ , trong đó I là trung điểm AB

Tương tự  $\vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GK}$ , K là trung điểm CD

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GI} + 2\vec{GK}$$

$$\text{hay } \vec{GI} + \vec{GK} = \vec{0}$$

$\Rightarrow G$  là trung điểm IK



## BÀI 3: TÍCH MỘT VECTO VỚI MỘT SỐ.

### II - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**1. Dạng 1: Đẳng thức vectơ không dùng tính chất trung điểm, trọng tâm**

**Nhận biết**

**Câu 1.** Chọn phát biểu sai?

- A.** Ba điểm phân biệt  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\overline{AB} = k\overline{BC}, k \neq 0$ .
- B.** Ba điểm phân biệt  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\overline{AC} = k\overline{BC}, k \neq 0$ .
- C.** Ba điểm phân biệt  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\overline{AB} = k\overline{AC}, k \neq 0$ .
- D.** Ba điểm phân biệt  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\overline{AB} = k\overline{AC}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **D**.

Ta có ba điểm phân biệt  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\exists k \in \mathbb{R}, k \neq 0$  sao cho  $\overline{AB} = k\overline{AC}$ .

**Câu 2.** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- A.**  $-3\vec{a} + \vec{b}$  và  $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$ .
- B.**  $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$  và  $2\vec{a} + \vec{b}$ .
- C.**  $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$  và  $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ .
- D.**  $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$  và  $\vec{a} - 2\vec{b}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **C**.

Ta có  $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} = -\left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right)$  nên chọn Đáp án C.

**Câu 3.** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây là cùng phương?

- A.**  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$  và  $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$ .
- B.**  $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$  và  $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$ .
- C.**  $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$  và  $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$ .
- D.**  $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$  và  $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **D**.

Ta có  $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} = -\frac{1}{6}\left(2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}\right) = -\frac{1}{6}\vec{u}$ .

Hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  là cùng phương.

**Câu 4.** Cho  $\vec{a}, \vec{b}$  không cùng phương,  $\vec{x} = -2\vec{a} + \vec{b}$ . Vectơ cùng hướng với  $\vec{x}$  là:

- A.**  $2\vec{a} - \vec{b}$ .
- B.**  $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .
- C.**  $4\vec{a} + 2\vec{b}$ .
- D.**  $-\vec{a} + \vec{b}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **B**.

Ta có  $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}\vec{x}$ . Chọn **B**.

**Câu 5.** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- A.**  $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$  và  $\vec{a} - 2\vec{b}$ .
- B.**  $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$  và  $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ .
- C.**  $\frac{1}{2}\vec{a} + \sqrt{2}\vec{b}$  và  $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .
- D.**  $-3\vec{a} + \vec{b}$  và  $-\frac{1}{2}\vec{a} + 100\vec{b}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **A**.

Ta có  $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} = -\frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b})$  nên chọn. **A**.

### Thông hiểu

**Câu 6.** Cho vector  $\vec{b} \neq \vec{0}$ ,  $\vec{a} = -2\vec{b}$ ,  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** Hai vector  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  bằng nhau.                      **B.** Hai vector  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  ngược hướng.  
**C.** Hai vector  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  cùng phương.                      **D.** Hai vector  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  đối nhau.

#### Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có  $\vec{a} = -2\vec{b} \Rightarrow \vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = -2\vec{b} + \vec{b} = -\vec{b}$ .

Vậy hai vector  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  đối nhau.

**Câu 7.** Biết rằng hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương nhưng hai vector  $2\vec{a} - 3\vec{b}$  và  $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$  cùng phương. Khi đó giá trị của  $x$  là:

- A.**  $\frac{1}{2}$ .                      **B.**  $-\frac{3}{2}$ .                      **C.**  $-\frac{1}{2}$ .                      **D.**  $\frac{3}{2}$ .

#### Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có  $2\vec{a} - 3\vec{b}$  và  $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$  cùng phương nên có tỉ lệ:  $\frac{1}{2} = \frac{x-1}{-3} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ .

## 2. Dạng 2: Dùng tính chất trung điểm, trọng tâm – ba điểm thẳng hàng

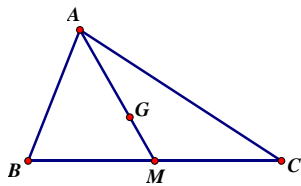
### Nhận biết

**Câu 8.** Cho tam giác  $ABC$  với trung tuyến  $AM$  và trọng tâm  $G$ . Khi đó  $\vec{GA} =$

- A.**  $2\vec{GM}$ .                      **B.**  $\frac{2}{3}\vec{GM}$ .                      **C.**  $-\frac{2}{3}\vec{AM}$ .                      **D.**  $\frac{1}{2}\vec{AM}$ .

#### Hướng dẫn giải

Chọn C.



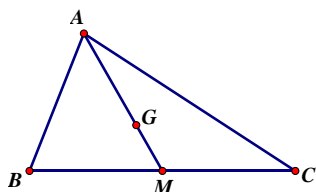
Ta có  $GA = \frac{2}{3}AM$ . Mặt khác  $\vec{GA}$  và  $\vec{AM}$  ngược hướng  $\vec{GA} = -\frac{2}{3}\vec{AM}$ .

**Câu 9.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$  và trung tuyến  $AM$ . Khẳng định nào sau đây là sai:

- A.**  $\vec{GA} + 2\vec{GM} = \vec{0}$ .                      **B.**  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}, \forall M$   
**C.**  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ .                      **D.**  $\vec{AM} = -2\vec{MG}$ .

#### Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có  $AM = 3MG$ . Mặt khác  $\vec{AM}$  và  $\vec{MG}$  ngược hướng  $\Rightarrow \vec{AM} = -3\vec{MG}$ .

**Câu 10.** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm đó thẳng hàng là

- A.  $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ .                      B.  $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ .    D.  $\exists k \in R : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **D**.

Ta có tính chất: Điều kiện cần và đủ để ba điểm  $A, B, C$  phân biệt thẳng hàng là

$\exists k \in R : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 11.** Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm  $O$  là trung điểm của đoạn  $AB$ .

- A.  $OA = OB$ .                      B.  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$ .                      C.  $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$ .                      D.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **D**.

Điểm  $O$  là trung điểm của đoạn  $AB$  khi và chỉ khi  $OA = OB$ ;  $\overrightarrow{OA}$  và ngược hướng.

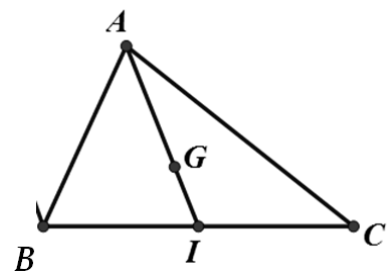
Vậy  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$ .

**Câu 12.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng

- A.  $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$                       B.  $3\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{IC}$                       C.  $\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{IC}$                       D.  $2\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$

**Hướng dẫn giải**

Chọn A vì  $I$  là trung điểm của  $BC$  nên  $BI = CI$  và  $\overrightarrow{BI}$  cùng hướng với  $\overrightarrow{IC}$  do đó hai vectơ  $\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{IC}$  bằng nhau hay  $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$ .



**Câu 13.** Cho điểm  $O$  là trung điểm của đoạn  $AB$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BO}$ .                      B.  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$ .                      D.  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OA}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **A**.

**Câu 14.** Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

- A.  $2\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ .                      B.  $3\overrightarrow{BI} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0}$ .                      C.  $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$ .                      D.  $2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$ .



**Hướng dẫn giải**

Chọn **D**.

Ta có  $BA = \frac{2}{3}BI$ ;  $\overrightarrow{BI}$  và  $\overrightarrow{BA}$  ngược hướng nên  $\overrightarrow{BA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$

$\overrightarrow{BA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BI} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$

Vậy  $2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$ .

**Câu 15.** Phát biểu nào là sai?

- A. Nếu  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$  thì  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ .                      B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  thì  $A, B, C, D$  thẳng hàng.  
 C. Nếu  $3\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AC} = \vec{0}$  thì  $A, B, C$  thẳng hàng.                      D.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BA}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **B**.

$\overline{AB} = \overline{CD}$  thì  $\begin{cases} AB // CD \\ AB \equiv CD \end{cases}$ . Nên Đáp án B SAI.

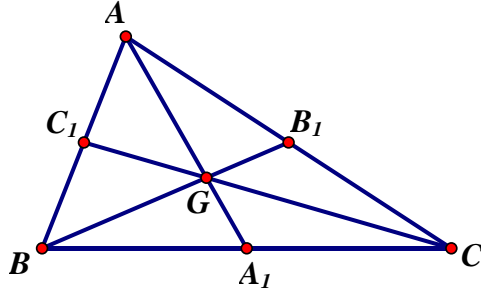
**Câu 16.** Cho tam giác  $ABC$ , có trọng tâm  $G$ . Gọi  $A_1, B_1, C_1$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$ . Chọn khẳng định **sai**?

**A.**  $\overline{GA_1} + \overline{GB_1} + \overline{GC_1} = \vec{0}$ .

**B.**  $\overline{AG} + \overline{BG} + \overline{CG} = \vec{0}$ .

**C.**  $\overline{AA_1} + \overline{BB_1} + \overline{CC_1} = \vec{0}$ .

**D.**  $\overline{GC} = 2\overline{GC_1}$ .



**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Ta có  $\overline{GC} = -2\overline{GC_1}$  nên  $\overline{GC} = 2\overline{GC_1}$  sai.

**Chọn D.**

**Câu 17.** Nếu  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  thì đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.**  $\overline{AG} = \frac{3(\overline{AB} + \overline{AC})}{2}$ .

**B.**  $\overline{AG} = \frac{\overline{AB} + \overline{AC}}{3}$ .

**C.**  $\overline{AG} = \frac{2(\overline{AB} + \overline{AC})}{3}$ .

**D.**  $\overline{AG} = \frac{\overline{AB} + \overline{AC}}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ .

Ta có  $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) \Rightarrow \overline{AG} = \frac{\overline{AB} + \overline{AC}}{3}$ .

**Câu 18.** Xét các phát biểu sau:

(1) Điều kiện cần và đủ để  $C$  là trung điểm của đoạn  $AB$  là  $\overline{BA} = -2\overline{AC}$

(2) Điều kiện cần và đủ để  $C$  là trung điểm của đoạn  $AB$  là  $\overline{CB} = \overline{CA}$

(3) Điều kiện cần và đủ để  $M$  là trung điểm của đoạn  $PQ$  là  $\overline{PQ} = 2\overline{PM}$

Trong các câu trên, thì:

**A.** Câu (1) và câu (3) là đúng.

**B.** Câu (1) là sai.

**C.** Chỉ có câu (3) sai.

**D.** Không có câu nào sai.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Ta có

(1) Điều kiện cần và đủ để  $C$  là trung điểm của đoạn  $AB$  là  $\overline{BA} = -2\overline{AC}$

(3) Điều kiện cần và đủ để  $M$  là trung điểm của đoạn  $PQ$  là  $\overline{PQ} = 2\overline{PM}$

Phát biểu sai: (2) Điều kiện cần và đủ để  $C$  là trung điểm của đoạn  $AB$  là  $\overline{CB} = \overline{CA}$

Do đó câu (1) và câu (3) là đúng.

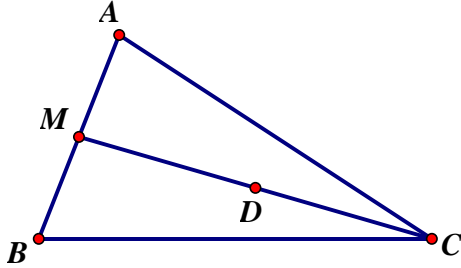


**Thông hiểu**

**Câu 19.** Gọi  $CM$  là trung tuyến của tam giác  $ABC$  và  $D$  là trung điểm của  $CM$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{DA} + \vec{DB} + 2\vec{DC} = \vec{0}$ .
- B.  $\vec{DA} + \vec{DC} + 2\vec{DB} = \vec{0}$ .
- C.  $\vec{DA} + \vec{DB} + 2\vec{CD} = \vec{0}$ .
- D.  $\vec{DC} + \vec{DB} + 2\vec{DA} = \vec{0}$ .

**Hướng dẫn giải**



Chọn A.

Ta có

$$\vec{DA} + \vec{DB} + 2\vec{DC} = 2\vec{DM} + 2\vec{DC} = 2(\vec{DM} + \vec{DC}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

**Câu 20.** Cho  $\Delta ABC$ . Tìm điểm  $M$  thỏa  $\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0}$

- A.  $M$  là trung điểm cạnh  $IC$ , với  $I$  là trung điểm của cạnh  $AB$
- B.  $M$  trùng với đỉnh  $C$  của  $\Delta ABC$
- C.  $M$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .
- D.  $M$  là đỉnh của hình bình hành  $MCAB$

**Hướng dẫn giải**

Chọn A.

Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $AB$  Ta có:

$$\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{MI} + 2\vec{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 2(\vec{MI} + \vec{MC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MI} + \vec{MC} = \vec{0}$$

Vậy  $M$  là trung điểm cạnh  $IC$

**Phân tích phương án nhiễu:**

Phương án B: Sai do dùng tính chất  $M$  là trọng tâm của tam giác  $\Delta ABC$

$$\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow M \equiv C$$

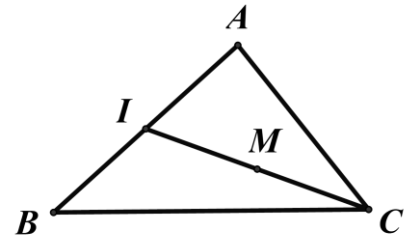
Phương án C: Sai do HS dùng không hiểu đúng tính chất  $M$  là trọng tâm của tam giác  $\Delta ABC$

$$\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0} \Rightarrow M \text{ là trọng tâm của tam giác } ABC$$

Phương án D: Sai do HS dùng sai tính chất trung điểm

$$\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{AB} + 2\vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AB} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MC} = \vec{BA}$$

Nên  $M$  là đỉnh của hình bình hành  $MCAB$



**Câu 21.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $D$  là trung điểm cạnh  $AC$ . Gọi  $I$  là điểm thỏa mãn:  $\vec{IA} + 2\vec{IB} + 3\vec{IC} = \vec{0}$ . Câu nào sau đây đúng?

- A.  $I$  là trực tâm  $\Delta BCD$
- B.  $I$  là trọng tâm  $\Delta ABC$
- C.  $I$  là trọng tâm  $\Delta CDB$
- D. Cả A, B, C đều sai

**Hướng dẫn giải**

Chọn C.

- Câu 22.** Cho hình bình hành ABCD, điểm M thỏa  $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ . Khi đó điểm M là:  
**A.** trung điểm AC      **B.** điểm C      **C.** trung điểm AB      **D.** trung điểm AD

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

- Câu 23.** Cho hai tam giác ABC và A'B'C' lần lượt có trọng tâm là G và G'. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.**  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C}$       **B.**  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'}$   
**C.**  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'}$       **D.**  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

- Câu 24.** Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi M là trung điểm BC. Phân tích vector  $\overrightarrow{AG}$  theo hai vector là hai cạnh của tam giác. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .      **B.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ .      **D.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \text{ Sai qui tắc hình bình hành.}$$

- Câu 25.** Cho hai tam giác ABC và A'B'C' lần lượt có trọng tâm là **G và G'**. Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A.**  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$ .      **B.**  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'}$ .  
**C.**  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'}$ .      **D.**  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

Do G và G' lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và A'B'C' nên

$$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'} = \vec{0}$$

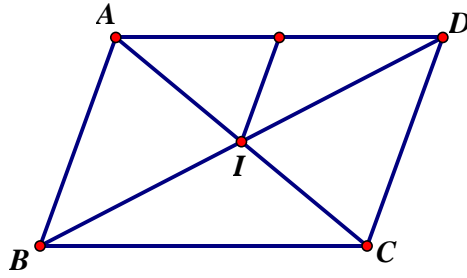
- A.**  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$ .  
**B.**  $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$ .  
**D.**  $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = (\overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'}) + (\overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{G'G}$  (**SAI**).

- Câu 26.** Cho hình bình hành ABCD, điểm M thỏa mãn:  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$ . Khi đó M là trung điểm của:

- A.** AB.      **B.** BC.      **C.** AD.      **D.** CD.

*Hướng dẫn giải*

**Chọn C.**



Ta có  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AB}$ .

Vậy  $M$  là trung điểm của  $AD$ .

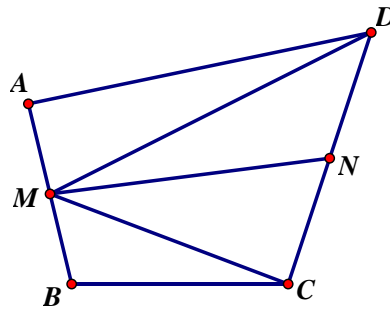
**Câu 27.** Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$  của tứ giác  $ABCD$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{MN}$ .

**B.**  $4\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ .

**C.**  $4\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ .

**D.**  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ .



**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Do  $M$  là trung điểm các cạnh  $AB$  nên  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$

Do  $N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $DC$  nên  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$

Ta có

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.$$

Mặt khác  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$

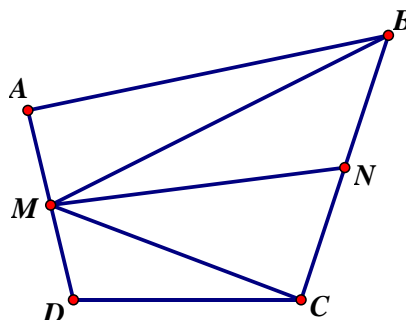
Do đó  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{MN}$ .

**Câu 28.** Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AD, BC$  của tứ giác  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây *sai*?

**A.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{MN}$ . **B.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$ . **C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$ . **D.**  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MN}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**



Do  $M$  là trung điểm các cạnh  $AD$  nên  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$

Do  $N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC$  nên  $2\overline{MN} = \overline{MC} + \overline{MB}$ . Nên D đúng.

Ta có

$$2\overline{MN} = \overline{MC} + \overline{MB} = \overline{MD} + \overline{DC} + \overline{MA} + \overline{AB} = \overline{AB} + \overline{DC} + (\overline{MD} + \overline{MA}) = \overline{AB} + \overline{DC}.$$

Vậy  $\overline{AB} + \overline{DC} = 2\overline{MN}$ . Nên C đúng

Mà  $\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AC} + (\overline{CB} + \overline{DC}) = \overline{AC} + \overline{DB} = 2\overline{MN}$ . Nên A đúng.

Vậy B sai.

### Vận dụng thấp

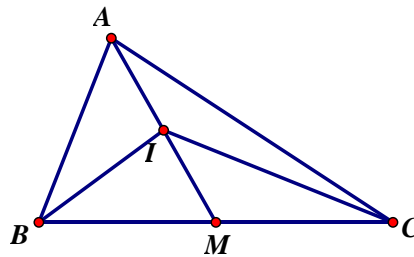
**Câu 29.** Cho tam giác  $ABC$  có trung tuyến  $AM$ , gọi  $I$  là trung điểm  $AM$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.**  $2\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} = \vec{0}$ .

**B.**  $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} = \vec{0}$ .

**C.**  $2\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} = 4\overline{IA}$ .

**D.**  $\overline{IB} + \overline{IC} = \overline{IA}$ .



#### Hướng dẫn giải

**Chọn A.**

Ta có  $2\overline{IA} + (\overline{IB} + \overline{IC}) = 2\overline{IA} + 2\overline{IM} = 2(\overline{IA} + \overline{IM}) = 2\vec{0} = \vec{0}$ .

**Câu 30.** Gọi  $AN$ ,  $CM$  là các trung tuyến của tam giác  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.**  $\overline{AB} = \frac{2}{3}\overline{AN} + \frac{2}{3}\overline{CM}$ .

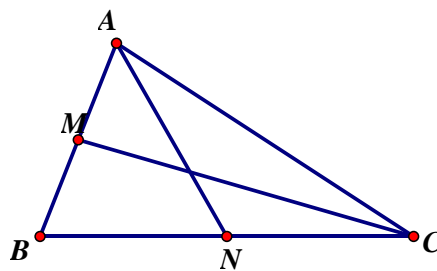
**B.**  $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} - \frac{2}{3}\overline{CM}$ .

**C.**  $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} + \frac{4}{3}\overline{CM}$ .

**D.**  $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} + \frac{2}{3}\overline{CM}$ .

#### Hướng dẫn giải

**Chọn D.**



Ta có  $\overline{AN} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC}$

$\overline{CM} = \overline{CA} + \overline{AM} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{CA} + \frac{1}{2}\overline{AM}$

Suy ra  $\overline{AN} + \frac{1}{2}\overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{CA} + \frac{1}{2}\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC} - \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{3}{4}\overline{AB}$

Do đó  $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} + \frac{2}{3}\overline{CM}$ .

### 3. Dạng 3: Đẳng thức véctơ

#### Nhận biết

**Câu 31.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tổng các vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$  là

- A.  $\overrightarrow{AC}$ .                      **B.**  $2\overrightarrow{AC}$ .                      C.  $3\overrightarrow{AC}$ .                      D.  $5\overrightarrow{AC}$ .

#### Hướng dẫn giải

Chọn **B**.

Do hình bình hành  $ABCD$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 32.** Trên đường thẳng  $MN$  lấy điểm  $P$  sao cho  $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$ . Điểm  $P$  được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1.                      B. Hình 2.                      **C.** Hình 3.                      D. Hình 4.

#### Hướng dẫn giải

Chọn **C**.

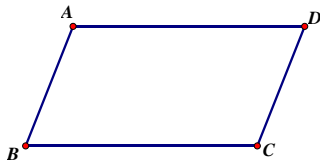
Ta có  $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$  nên  $MN = 3MP$  và  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{MP}$  ngược hướng. Chọn C.

**Câu 33.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$ .      B.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$ .      C.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$ .      **D.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ .

#### Hướng dẫn giải

Chọn **D**.



Ta có

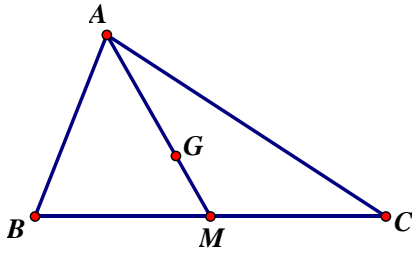
- A. Sai do  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$ .  
 B. Sai do  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = 2\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$ .  
 C. Sai do  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$ .  
 D. Đúng do  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = 2\overrightarrow{BC} + \vec{0} = 2\overrightarrow{BC}$ .

**Câu 34.** Cho tam giác  $ABC$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

- A.**  $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$ .      B.  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}$ .      C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$ .      D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$ .

#### Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có  $AM = \frac{3}{2} AG$

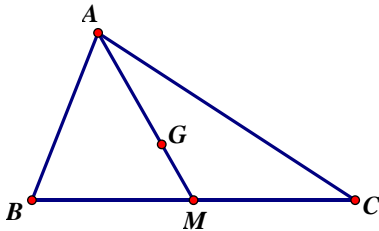
Mặt khác  $\overrightarrow{AM}$  và  $\overrightarrow{AG}$  cùng hướng  $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG}$  hay  $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$ .

**Câu 35.** Cho tam giác  $ABC$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Câu nào sau đây đúng?

- A.**  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ .   **B.**  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GA}$ .   **C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AG}$ .   **D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AM}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **A**.



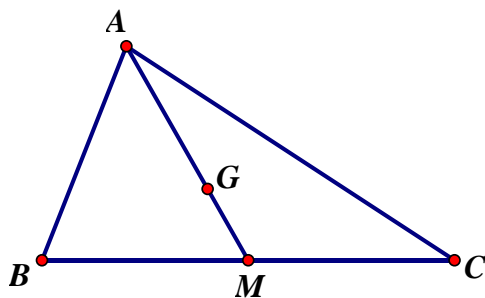
Do  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên ta có:  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ .

**Câu 36.** Nếu  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  thì đẳng thức nào sau đây đúng.

- A.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$ .   **B.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$ .   **C.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{2}$ .   **D.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **B**.



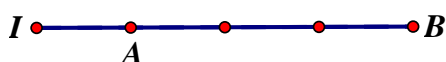
Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2 \cdot \frac{3}{2} \overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$$

**Câu 37.** Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

- A.**  $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ .   **B.**  $3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ .   **C.**  $\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$ .   **D.**  $\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ .



### Hướng dẫn giải

Chọn A.

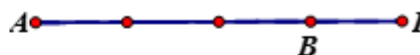
Ta có  $AB = 3AI$ ;  $\overrightarrow{AI}$  và  $\overrightarrow{AB}$  ngược hướng nên  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

Vậy  $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ .

**Câu 38.** Cho đoạn thẳng  $AB$  và điểm  $I$  thỏa mãn  $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0}$ . Hình nào sau đây mô tả đúng giả thiết này?



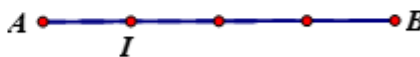
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

**D. Hình 4.**

### Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có  $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IB} = -3\overrightarrow{IA}$ .

Do đó  $IB = 3.IA$ ;  $\overrightarrow{IA}$  và  $\overrightarrow{IB}$  ngược hướng. Chọn Hình 4.

**Câu 39.** Gọi  $O$  là giao điểm hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  của hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức sai?

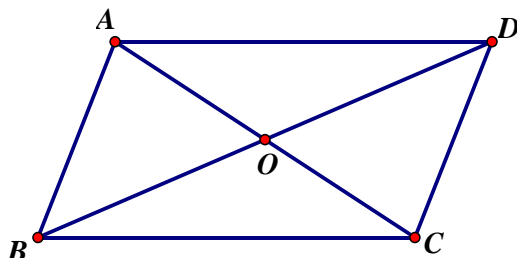
A.  $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OB}$ .

B.  $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$ .

C.  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$ .

**D.  $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BO}$ .**

### Hướng dẫn giải



Chọn D.

Ta có  $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BO}$ . Chọn D.

**Câu 40.** Cho tam giác  $ABC$  với  $H, O, G$  lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm của tam giác. Hệ thức đúng là:

A.  $\overrightarrow{OH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$

B.  $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$

C.  $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

**D.  $2\overrightarrow{GO} = -3\overrightarrow{OH}$**

### Hướng dẫn giải

Chọn B.

**Câu 41.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$

B.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

C.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

**D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$**

### Hướng dẫn giải

Chọn B.

**Câu 42.** Cho tam giác  $ABC$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Câu nào sau đây đúng?

- A.**  $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GM}$ .    **B.**  $\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GM}$ .    **C.**  $\vec{AB} + \vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{AM}$ .    **D.**  $\vec{AG} = 2\vec{MG}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn A.

$$\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GM}$$

- Câu 43.** Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm G và M là trung điểm của BC. Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

- A.**  $2\vec{AM} = 3\vec{AG}$ .    **B.**  $3\vec{AM} = 2\vec{AG}$ .    **C.**  $\vec{AB} + \vec{AC} = \frac{3}{2}\vec{AG}$ .    **D.**  $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{GM}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn A.

$$\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM} \Leftrightarrow 3\vec{AG} = 2\vec{AM}$$

- Câu 44.** Cho đoạn thẳng AB. Gọi M là một điểm trên AB sao cho  $AM = \frac{1}{4}AB$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.**  $\vec{MA} = \frac{1}{3}\vec{MB}$ .    **B.**  $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB}$ .    **C.**  $\vec{BM} = \frac{3}{4}\vec{BA}$ .    **D.**  $\vec{MB} = -3\vec{MA}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn A.

$$\vec{MA} = \frac{1}{3}\vec{MB} \text{ Sai do không chú ý hướng của vector}$$

- Câu 45.** Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, AC, AB. Gọi I là giao điểm của AM và PN. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $\vec{BC} = 2\vec{BN}$ .    **B.**  $\vec{BC} = -2\vec{BN}$ .    **C.**  $\vec{BC} = 2\vec{AM}$ .    **D.**  $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn A.

$$\vec{BC} = 2\vec{BN}$$

- Câu 46.** Cho ba điểm phân biệt A, B, C nếu  $\vec{AB} = -4\vec{AC}$  thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $\vec{BC} = 5\vec{AC}$ .    **B.**  $\vec{BC} = -5\vec{AC}$ .    **C.**  $\vec{AC} = \frac{1}{4}\vec{AB}$ .    **D.**  $\vec{AC} = \frac{1}{4}\vec{BC}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn A.

$$\vec{BC} = 5\vec{AC} \text{ vì } \vec{AB} = -4\vec{AC} \text{ nên } A, B, C \text{ thẳng hàng}$$

- Câu 47.** Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $\vec{MN} = \vec{QP}$     **B.**  $\vec{MN} = 2\vec{QP}$     **C.**  $3\vec{MN} = 2\vec{QP}$     **D.**  $3\vec{MN} = \vec{QP}$

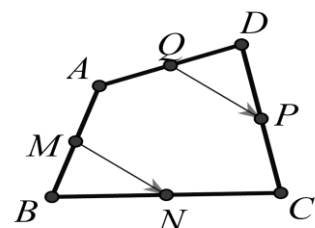
**Hướng dẫn giải**

Chọn A

Do M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC suy ra  $MN \parallel AC$  và

$$MN = \frac{1}{2}AC \quad (1).$$

Tương tự QP là đường trung bình của tam giác ADC suy ra







C đúng vì  $\overline{AD} + \overline{BC} = (\overline{AI} + \overline{IJ} + \overline{JD}) + (\overline{BI} + \overline{IJ} + \overline{JC}) = 2\overline{IJ} + (\overline{AI} + \overline{BI}) + (\overline{JC} + \overline{JD}) = 2\overline{IJ}$

D đúng vì  $\overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{IJ} \Leftrightarrow 2\overline{IJ} + \overline{DB} + \overline{CA} = \vec{0}$

A sai vì  $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{CB} + \overline{BD} = \overline{AD} + \overline{CB}$  mà C đúng nên A sai.

**Câu 52.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Tìm câu sai?

**A.**  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$

**B.**  $\overline{OA} = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{CB})$

**C.**  $\overline{OA} + \overline{OB} = \overline{OC} + \overline{OD}$

**D.**  $\overline{OB} + \overline{OA} = \overline{DA}$

**Hướng dẫn giải**

Chọn **C**.

**Câu 53.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$  và  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

**A.**  $2\overline{AM} = 3\overline{AG}$

**B.**  $\overline{AM} = 2\overline{AG}$

**C.**  $\overline{AB} + \overline{AC} = \frac{3}{2}\overline{AG}$

**D.**  $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{GM}$

**Hướng dẫn giải**

Chọn **A**.

**Câu 54.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$  và đường cao  $AH$ . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

**A.**  $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AH}$ .

**B.**  $\overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC} = \vec{0}$ .

**C.**  $\overline{HB} + \overline{HC} = \vec{0}$ .

**D.**  $\overline{AB} = \overline{AC}$ .

**Hướng dẫn giải**

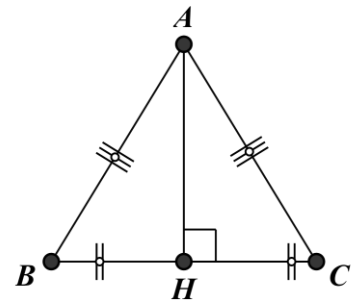
Chọn **C**.

Ta có  $\overline{HB} + \overline{HC} = \vec{0}$  đúng vì  $H$  là trung điểm của đáy  $BC$ .

Phân tích: Phương án A sai vì  $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AH}$ .

Phương án B sai vì  $\overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC} = \overline{HA}$ .

Phương án D sai vì các vectơ không cùng phương.



**Câu 55.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Khẳng định nào sau đây sai?

**A.**  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = \vec{0}$ .

**B.**  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = 2\overline{AC}$ .

**C.**  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = 2\overline{AC}$ .

**D.**  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = 3\overline{AC}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **A**

$\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = \overline{CD} + \overline{CB} + \overline{AC} = \overline{CA} + \overline{AC} = \vec{0}$  Sai hướng của hai vectơ

**Câu 56.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AC, AB$  và  $M$  là một điểm tùy ý trong mặt phẳng. Khẳng định nào sau đây Sai?

**A.**  $\overline{MA} - \overline{MI} + \overline{MB} - \overline{MJ} + \overline{MC} - \overline{MK} = \overline{MG}$

**B.**  $\overline{AI} + \overline{BJ} + \overline{CK} = \vec{0}$ .

**C.**  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$ .

**D.**  $\overline{MI} + \overline{MJ} + \overline{MK} = 3\overline{MG}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **A**

$\overline{MA} - \overline{MI} + \overline{MB} - \overline{MJ} + \overline{MC} - \overline{MK} = 3\overline{MG}$  Sai vì kết quả  $\vec{0}$

**Câu 57.** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $a$ ,  $H$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\overline{CH} - \overline{HC} = a$ .

**B.**  $\overline{CH} - \overline{HC} = 0$ .

**C.**  $2\overline{AH} = \overline{AC} + \overline{AB}$ .

**D.**  $\overline{AB} + \overline{CA} = 2\overline{AM}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn C.

**Câu 58.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ ,  $H$  là trung điểm  $BC$ . Câu nào sau đây sai?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AH}$     B.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AH}$     C.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{CB}$     D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

**Hướng dẫn giải**

Chọn C.

**Câu 59.** Cho ABCD là hình chữ nhật, tìm tổng  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .

- A.  $2\overrightarrow{AC}$ .    B.  $2\overrightarrow{AD}$ .    C.  $2\overrightarrow{AB}$ .    D.  $\vec{0}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn A.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}.$$

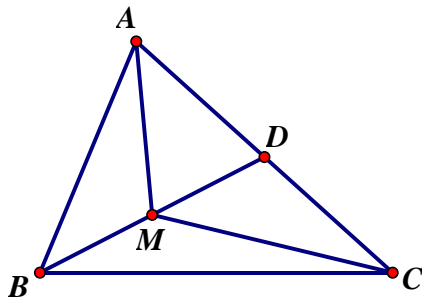
### Thông hiểu

**Câu 60.** Cho tam giác  $ABC$  có  $D, M$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .    B.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$ .  
C.  $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .    D.  $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn A.



Ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MB} = 2(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

**Câu 61.** Cho tam giác  $ABC$  và một điểm  $M$  tùy ý. Hãy chọn hệ thức đúng:

- A.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$     B.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$   
C.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$     D.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

**Hướng dẫn giải**

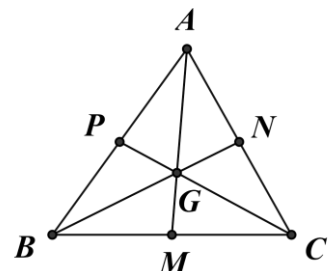
Chọn C.

**Câu 62.** Ba trung tuyến  $AM, BN, CP$  của tam giác  $ABC$  đồng quy tại  $G$ . Hỏi vector  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP}$  bằng vector nào?

- A.  $\frac{3}{2}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC})$ .    B.  $3(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{NG} + \overrightarrow{GP})$ .  
C.  $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC})$ .    D.  $\vec{0}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn D.



Ta có:  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CG} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) = \vec{0}$ .

**Câu 63.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $I$  và  $K$  lần lượt là trung điểm của  $BC$ ,  $CD$ . Hệ thức nào sau đây đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$

**B.**  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

**C.**  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IK}$

**D.**  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

**Hướng dẫn giải**

Chọn **D**.

**Câu 64.** Cho tam giác đều  $ABC$  tâm  $O$ .  $M$  là điểm bất kỳ trong tam giác. Hình chiếu của  $M$  xuống ba cạnh của tam giác lần lượt là  $D, E, F$ . Hệ thức giữa các vectơ  $\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{ME}, \overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MO}$  là:

**A.**  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$

**B.**  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$

**C.**  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$

**D.**  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$

**Hướng dẫn giải**

Chọn **D**.

**Câu 65.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ .  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CD$ . Khẳng định nào sau đây sai?

**A.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$ .

**B.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$ .

**Hướng dẫn giải**

Chọn **A**

$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

**Câu 66.** Cho năm điểm  $A, B, C, D, E$ . Khẳng định nào đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = 2(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$

**B.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$

**C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$

**D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

**Hướng dẫn giải**

Chọn **D**

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) + \overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA}) \\ &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{DA} = (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} = VP \end{aligned}$$

**Câu 67.** Cho năm điểm  $A, B, C, D, E$ . Khẳng định nào đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = 2(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB})$

**B.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = 3(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB})$

**C.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \frac{\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}}{4}$

**D.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$

**Hướng dẫn giải**

Chọn **D**

$$\begin{aligned} \overline{AC} + \overline{CD} - \overline{EC} &= \overline{AE} - \overline{DB} + \overline{CB} \Leftrightarrow (\overline{AC} - \overline{AE}) + (\overline{CD} - \overline{CB}) - \overline{EC} + \overline{DB} = \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overline{EC} + \overline{BD} - \overline{EC} + \overline{DB} &= \vec{0} \\ \overline{BD} + \overline{DB} &= \vec{0} \text{ (đúng) ĐPCM.} \end{aligned}$$

#### 4. Dạng 4: Phân tích 1 véctơ theo hai hay nhiều véctơ không cùng phương

##### Nhận biết

**Câu 68.** Hãy chọn kết quả đúng khi phân tích vectơ  $\overline{AM}$  theo hai véctơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$  của tam giác  $ABC$  với trung tuyến  $AM$ .

**A.**  $\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{AC}$ .

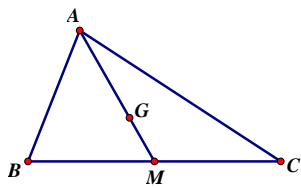
**B.**  $\overline{AM} = 2\overline{AB} + 3\overline{AC}$ .

**C.**  $\overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$ .

**D.**  $\overline{AM} = \frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AC})$ .

##### Hướng dẫn giải

Chọn **B**.



Do  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên ta có  $\overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$ .

**Câu 69.** Cho tam giác  $ABC$  có trung tuyến  $BM$  và trọng tâm  $G$ . Khi đó  $\overline{BG} =$

**A.**  $\overline{BA} + \overline{BC}$ .

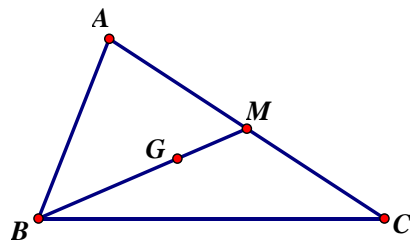
**B.**  $\frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BC})$ .

**C.**  $\frac{1}{3}\overline{BA} + \overline{BC}$ .

**D.**  $\frac{1}{3}(\overline{BA} + \overline{BC})$ .

##### Hướng dẫn giải

Chọn **D**.



Ta có

$$\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BC}) = \frac{1}{3}(\overline{BA} + \overline{BC}).$$

**Câu 70.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $E$  là điểm trên  $BC$  sao cho  $\overline{BE} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ . Hãy biểu diễn  $\overline{AE}$  qua  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$

Một học sinh đã giải như sau:

(I) Gọi  $D$  là trung điểm  $EC$  thì  $BE = ED = DC$

(II) Ta có  $\overline{AD} = \frac{1}{2}(\overline{AE} + \overline{AC})$

(III)  $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{4}(\overline{AE} + \overline{AC})$

(IV)  $\Leftrightarrow \overline{AE} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$

Cách giải trên đúng đến bước nào?

**A.** I

**B.** II

**C.** III

**D.** IV

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 71. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Hãy phân tích  $\overrightarrow{AM}$  theo hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ :

- A.  $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$     B.  $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{-2}$     C.  $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}}{2}$     D. Cả A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 72. Cho tam giác ABC và I thỏa  $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB}$ . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

- A.  $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}$ .    B.  $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$ .    C.  $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB})$ .    D.  $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

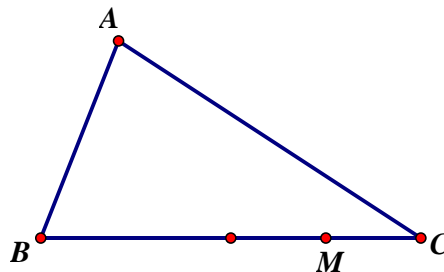
Ta có  $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CI} = 3(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CI}) \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$ .

Câu 73. Cho tam giác ABC. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho  $MB = 3MA$ . Khi đó, biểu diễn  $\overrightarrow{AM}$  theo  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  là:

- A.  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ .    B.  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ .    D.  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ .

Hướng dẫn giải

Chọn B.



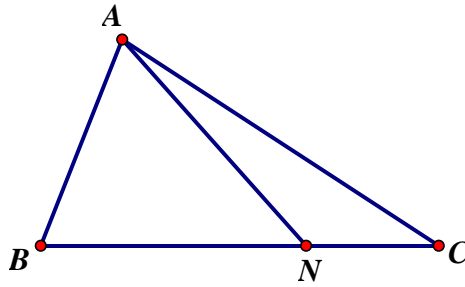
Ta có  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ .

Câu 74. Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho  $BN = 2NC$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .    B.  $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .    D.  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

**Câu 75.** Cho tam giác  $ABC$  có  $M$  thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $AM = 3MB$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

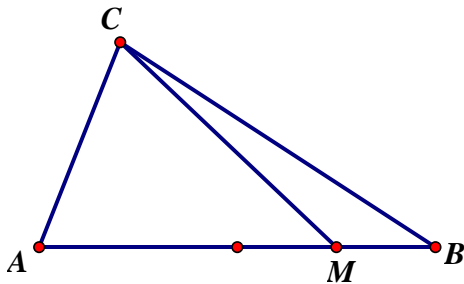
**A.**  $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}.$

**B.**  $\overrightarrow{CM} = \frac{7}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}.$

**C.**  $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}.$

**D.**  $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}.$

**Hướng dẫn giải**



**Chọn A.**

Ta có  $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}.$

**Câu 76.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $MB = 4MC$ . Khi đó

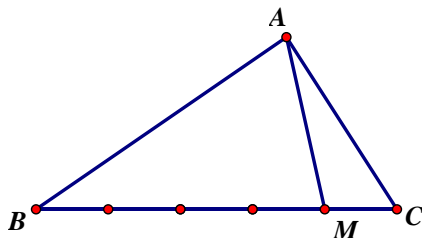
**A.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}.$

**B.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}.$

**C.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}.$

**D.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}.$

**Hướng dẫn giải**



**Chọn D.**

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}.$$

## Thông hiểu

**Câu 77.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là trung điểm  $AB$  và  $DC$ . Lấy các điểm  $P, Q$  lần lượt thuộc các đường thẳng  $AD$  và  $BC$  sao cho  $\overrightarrow{PA} = -2\overrightarrow{PD}, \overrightarrow{QP} = -2\overrightarrow{QC}$  Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$ .

**B.**  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ}$ .

**C.**  $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$ .

**D.**  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NA})$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A**

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$$

**Câu 78.** Cho tam giác  $ABC$ , gọi  $M$  là điểm thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $BM = 3MC$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ .

**B.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A**

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

**Câu 79.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Phân tích véctơ  $\overrightarrow{AG}$  theo hai véctơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .

**B.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn B.**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

**Phân tích phương án nhiễu:**

Phương án A: Sai do HS dùng sai qui tắc hình bình hành.

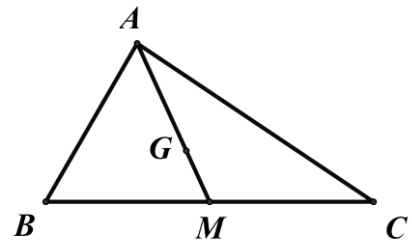
$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

Phương án C: Sai do HS dùng sai qui tắc  $M$  là trung điểm  $BC$ .

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

Phương án D: Sai do HS dùng sai qui tắc  $M$  là trung điểm  $BC$ .

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$





**Câu 80.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $D$  là điểm sao cho  $\overline{BD} = \frac{2}{3}\overline{BC}$  và  $I$  là trung điểm của cạnh  $AD$ ,  $M$  là điểm thỏa mãn  $\overline{AM} = \frac{2}{5}\overline{AC}$ . Vector  $\overline{BI}$  được phân tích theo hai vector  $\overline{BA}$  và  $\overline{BC}$ . Hãy chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A.**  $\overline{BI} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{3}\overline{BC}$ . **B.**  $\overline{BI} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC}$ . **C.**  $\overline{BI} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{3}{4}\overline{BC}$ . **D.**  $\overline{BI} = \frac{1}{4}\overline{BA} + \frac{1}{6}\overline{BC}$ .

**Hướng dẫn giải** Chọn **A**.

Ta có:  $I$  là trung điểm của cạnh  $AD$  nên

$$\overline{BI} = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BD}) = \frac{1}{2}\left(\overline{BA} + \frac{2}{3}\overline{BC}\right) = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{3}\overline{BC}$$

**Phân tích phương án nhiễu:**

Phương án B: Sai do HS dùng sai  $I$  là trung điểm của cạnh  $AC$

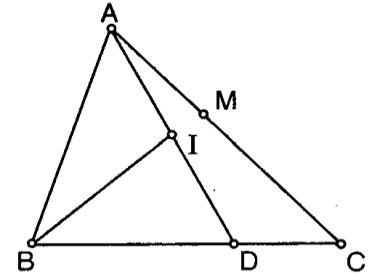
$$\overline{BI} = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BC}) = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC}.$$

Phương án C: Sai do HS dùng sai tỉ lệ giữa hai vector  $\overline{BD}$  và  $\overline{BC}$

$$\overline{BI} = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BD}) = \frac{1}{2}\left(\overline{BA} + \frac{3}{2}\overline{BC}\right) = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{3}{4}\overline{BC}$$

Phương án D: Sai do HS dùng sai  $I$  là trung điểm của cạnh  $AD$

$$\overline{BI} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BD}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{3}\overline{BC}\right) = \frac{1}{4}\overline{BA} + \frac{1}{6}\overline{BC}.$$



**Câu 81.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $N$  là điểm thuộc  $AC$  sao cho  $\overline{CN} = 2\overline{NA}$ .  $K$  là trung điểm của  $MN$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.**  $\overline{AK} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AC}$ . **B.**  $\overline{AK} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$ .  
**C.**  $\overline{AK} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$ . **D.**  $\overline{AK} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.** Ta có  $M$  là trung điểm  $AB$  nên  $\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ ;

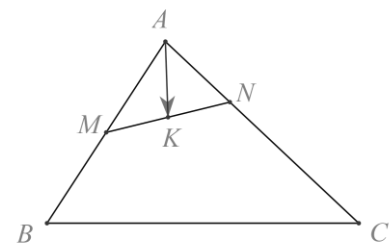
$$\overline{CN} = 2\overline{NA} \Rightarrow \overline{AN} = \frac{1}{3}\overline{AC}.$$

$$\text{Do đó } \overline{AK} = \frac{1}{2}(\overline{AM} + \overline{AN}) = \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AC}.$$

Học sinh có thể nhầm lẫn mối quan hệ giữa các vector như

$\overline{CN} = 2\overline{NA}$  lại vẽ hình  $AN = 2NC$  dẫn đến sai kết quả, hoặc sử dụng sai công thức trung tuyến thành  $\overline{AK} = \overline{AM} + \overline{AN}$  nên có thể chọn B, C hoặc

**D.**



**Câu 82.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $AM$  là trung tuyến,  $G$  là trọng tâm. Gọi  $E, F$  theo thứ tự là trung điểm của  $BG$  và  $CG$ . Khi đó  $\overline{GE} + \overline{GF}$  bằng:

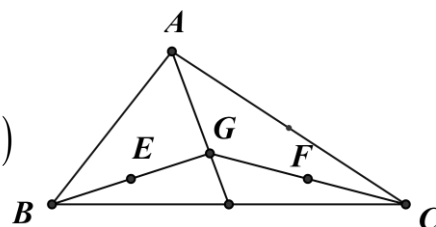
- A.**  $\frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AC})$ . **B.**  $\frac{1}{6}(\overline{AB} + \overline{AC})$ . **C.**  $\frac{2}{3}(\overline{AB} + \overline{AC})$ . **D.**  $\frac{5}{6}(\overline{AB} + \overline{AC})$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

Vì  $GEMF$  là hình bình hành nên

$$\overline{GE} + \overline{GF} = \overline{GM} = \frac{1}{3}\overline{AM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) = \frac{1}{6}(\overline{AB} + \overline{AC})$$



**Câu 83.** Cho tứ giác  $ABCD$ ,  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Gọi  $G$  theo thứ tự là trọng tâm của tam giác  $OAB$  và  $OCD$ . Khi đó  $\overline{GG'}$  bằng:

- A.  $\frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BD})$ .      B.  $\frac{2}{3}(\overline{AC} + \overline{BD})$ .      C.  $3(\overline{AC} + \overline{BD})$ .      D.  $\frac{1}{3}(\overline{AC} + \overline{BD})$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Vì  $G'$  là trọng tâm của tam giác  $OCD$  nên

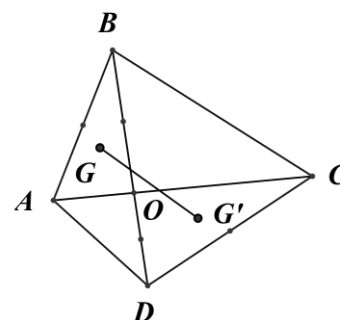
$$\overline{GG'} = \frac{1}{3}(\overline{GO} + \overline{GC} + \overline{GD}). \quad (1)$$

Vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $OAB$  nên:

$$\overline{GO} + \overline{GA} + \overline{GB} = \vec{0} \Rightarrow \overline{GO} = -\overline{GA} - \overline{GB} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\overline{GG'} = \frac{1}{3}(-\overline{GA} - \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD}) = \frac{1}{3}(\overline{AC} + \overline{BD}).$$



**Câu 84.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $N$  là một điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $\overline{NC} = 2\overline{NA}$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $MN$ . Khi đó:

- A.  $\overline{AK} = \frac{1}{6}\overline{AB} + \frac{1}{4}\overline{AC}$       B.  $\overline{AK} = \frac{1}{4}\overline{AB} - \frac{1}{6}\overline{AC}$   
 C.  $\overline{AK} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AC}$       D.  $\overline{AK} = \frac{1}{6}\overline{AB} - \frac{1}{4}\overline{AC}$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

**Câu 85.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $N$  là điểm xác định bởi  $\overline{CN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Hệ thức

tính  $\overline{AC}$  theo  $\overline{AG}$  và  $\overline{AN}$  là:

- A.  $\overline{AC} = \frac{2}{3}\overline{AG} + \frac{1}{2}\overline{AN}$       B.  $\overline{AC} = \frac{4}{3}\overline{AG} - \frac{1}{2}\overline{AN}$   
 C.  $\overline{AC} = \frac{3}{4}\overline{AG} + \frac{1}{2}\overline{AN}$       D.  $\overline{AC} = \frac{3}{4}\overline{AG} - \frac{1}{2}\overline{AN}$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

**Câu 86.** Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Đặt  $\overline{GA} = \vec{a}$ ,  $\overline{GB} = \vec{b}$ . Hãy tìm  $m, n$  để có  $\overline{BC} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .

- A.  $m = 1, n = 2$       B.  $m = -1, n = -2$       C.  $m = 2, n = 1$       D.  $m = -2, n = -1$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

**Câu 87.** Cho tứ giác  $ABCD$ .  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $G$  là trung điểm của  $IJ$ . Xét các mệnh đề:

$$(I) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$$

$$(II) \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IG}$$

$$(III) \overrightarrow{JB} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{JI}$$

Mệnh đề sai là:

**A.** (I) và (II)

**B.** (II) và (III)

**C.** Chỉ (I)

**D.** (I), (II) và (III)

*Hướng dẫn giải*

**Chọn B.**

**Câu 88.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Hãy tìm  $m, n$  để  $\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{DC}$

**A.**  $m = \frac{1}{2}, n = \frac{1}{2}$

**B.**  $m = -\frac{1}{2}, n = \frac{1}{2}$

**C.**  $m = \frac{1}{2}, n = -\frac{1}{2}$

**D.**  $m = -\frac{1}{2}, n = -\frac{1}{2}$

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

**Câu 89.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $I$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $G$ . Các số  $m, n$  thích hợp để  $\overrightarrow{AI} = m\overrightarrow{AC} + n\overrightarrow{AB}$  là:

**A.**  $m = \frac{2}{3}; n = \frac{1}{3}$

**B.**  $m = -\frac{2}{3}; n = \frac{1}{3}$

**C.**  $m = \frac{2}{3}; n = -\frac{1}{3}$

**D.**  $m = -\frac{2}{3}; n = -\frac{1}{3}$

*Hướng dẫn giải*

**Chọn C.**

**Câu 90.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $H$  là điểm đối xứng của trọng tâm  $G$  qua  $B$ . Số  $m$  thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HC} = m\overrightarrow{HB}$  là:

**A.**  $m = \frac{1}{2}$

**B.**  $m = 2$

**C.**  $m = 4$

**D.**  $m = 5$

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

**Câu 91.** Cho tam giác  $OAB$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm hai cạnh  $OA$  và  $OB$ . Các số  $m, n$  thích hợp để có đẳng thức  $\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$  là:

**A.**  $m = \frac{1}{2}, n = 0$

**B.**  $m = 0, n = \frac{1}{2}$

**C.**  $m = \frac{1}{2}, n = -\frac{1}{2}$

**D.**  $m = -\frac{1}{2}, n = \frac{1}{2}$

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

**Câu 92.** Cho tam giác  $OAB$ . Gọi  $N$  là trung điểm của  $OB$ . Các số  $m, n$  thỏa mãn đẳng thức  $\overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $m = -1$  và  $n = \frac{1}{2}$ .

**B.**  $m = -4$  và  $n = 2$ .

**C.**  $m = -\frac{1}{2}$  và  $n = \frac{1}{4}$ .

**D.**  $m = 1$  và  $n = \frac{1}{2}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A**

$$\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = -\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = \frac{1}{2} \end{cases}$$

**Câu 93.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $I$  là điểm xác định bởi  $\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BC}$  ( $k \neq 1$ ). Hệ thức giữa  $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  và là:

A.  $\vec{AI} = (k-1)\vec{AB} - k \vec{AC}$

B.  $\vec{AI} = (1-k)\vec{AB} + k \vec{AC}$

C.  $\vec{AI} = (1+k)\vec{AB} - k \vec{AC}$

D.  $\vec{AI} = (1+k)\vec{AB} + k \vec{AC}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 94. Cho tam giác  $ABC$ , điểm  $I$  thỏa mãn:  $5\vec{MA} = 2\vec{MB}$ . Nếu  $\vec{IA} = m\vec{IM} + n\vec{IB}$  thì cặp số  $(m, n)$  bằng:

A.  $(\frac{3}{5}; \frac{2}{5})$ .

B.  $(\frac{2}{5}; \frac{3}{5})$ .

C.  $(-\frac{3}{5}; \frac{2}{5})$ .

D.  $(\frac{3}{5}; -\frac{2}{5})$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có

$$5\vec{MA} = 2\vec{MB} \Leftrightarrow 5(\vec{MI} + \vec{IA}) = 2(\vec{MI} + \vec{IB}) \Leftrightarrow 5\vec{IA} = 3\vec{IM} + 2\vec{IB} \Leftrightarrow \vec{IA} = \frac{3}{5}\vec{IM} + \frac{2}{5}\vec{IB}.$$

Câu 95. Cho tam giác  $ABC$  có  $M$  thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $CM = 2MB$  và  $I$  là trung điểm của  $AB$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $\vec{IM} = \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$ .

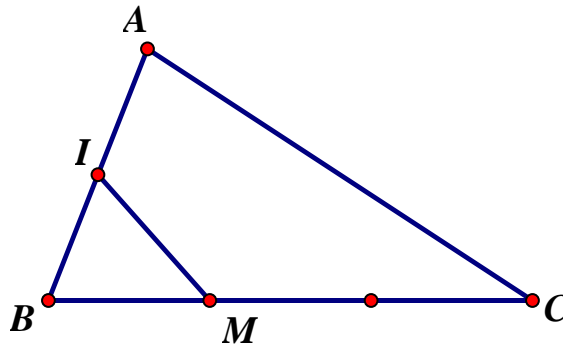
B.  $\vec{IM} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$ .

C.  $\vec{IM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$ .

D.  $\vec{IM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có

$$\vec{IM} = \vec{IB} + \vec{BM} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{3}(\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Câu 96. Cho tam giác  $ABC$  có  $N$  thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $BN = 2NC$  và  $I$  là trung điểm của  $AB$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

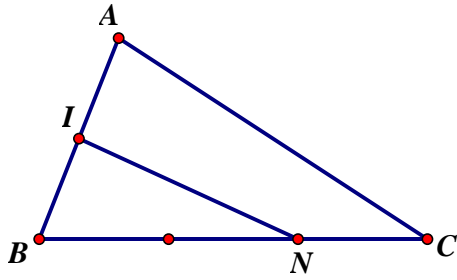
A.  $\vec{NI} = -\frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$ .

B.  $\vec{NI} = \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$ .

C.  $\vec{NI} = \frac{2}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$ .

D.  $\vec{NI} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$ .

Hướng dẫn giải



**Chọn B.**

$$\text{Ta có } \overline{NI} = \overline{BI} - \overline{BN} = -\frac{1}{2}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{BC} = -\frac{1}{2}\overline{AB} - \frac{2}{3}(\overline{AC} - \overline{AB}) = \frac{1}{6}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC}.$$

**Câu 97.** Cho tam giác  $ABC$  có  $I, D$  lần lượt là trung điểm  $AB, CI$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.**  $\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{AB} - \frac{3}{4}\overline{AC}.$

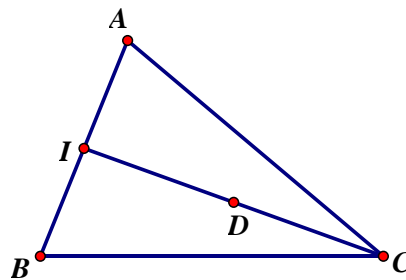
**B.**  $\overline{BD} = -\frac{3}{4}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC}.$

**C.**  $\overline{BD} = -\frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{3}{2}\overline{AC}.$

**D.**  $\overline{BD} = -\frac{3}{4}\overline{AB} - \frac{1}{2}\overline{AC}.$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**



$$\begin{aligned} \overline{BD} &= \overline{BI} + \overline{ID} = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{IC} = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}(\overline{IA} + \overline{AC}) \\ &= -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{IA} + \frac{1}{2}\overline{AC} = -\frac{1}{2}\overline{AB} - \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC} = -\frac{3}{4}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC}. \end{aligned}$$

**Vận dụng thấp**

**Câu 98.** Cho tam giác  $ABC$  với phân giác trong  $AD$ . Biết  $AB = 5, BC = 6, CA = 7$ . Khi đó  $\overline{AD}$  bằng:

**A.**  $\frac{5}{12}\overline{AB} + \frac{7}{12}\overline{AC}.$

**B.**  $\frac{7}{12}\overline{AB} - \frac{5}{12}\overline{AC}.$

**C.**  $\frac{7}{12}\overline{AB} + \frac{5}{12}\overline{AC}.$

**D.**  $\frac{5}{12}\overline{AB} - \frac{7}{12}\overline{AC}.$

**Hướng dẫn giải**

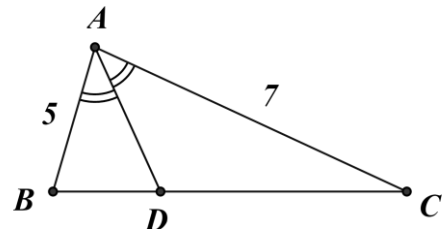
**Chọn C.**

Vì  $AD$  là phân giác trong của tam giác  $ABC$  nên:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7} \Rightarrow \overline{BD} = \frac{5}{7}\overline{DC}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD} - \overline{AB} = \frac{5}{7}(\overline{AC} - \overline{AD})$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{7}{12}\overline{AB} + \frac{5}{12}\overline{AC}.$$



**Câu 99.** Cho  $AD$  và  $BE$  là hai phân giác trong của tam giác  $ABC$ . Biết  $AB = 4, BC = 5$  và  $CA = 6$ . Khi đó  $\overline{DE}$  bằng:

- A.**  $\frac{5}{9}\overline{CA} - \frac{3}{5}\overline{CB}$ .      **B.**  $\frac{3}{5}\overline{CA} - \frac{5}{9}\overline{CB}$ .      **C.**  $\frac{9}{5}\overline{CA} - \frac{3}{5}\overline{CB}$ .      **D.**  $\frac{3}{5}\overline{CA} - \frac{9}{5}\overline{CB}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

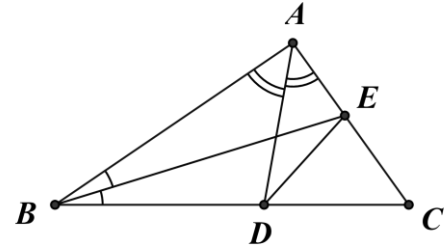
$AD$  là phân giác trong của tam giác  $ABC$  nên

$$\frac{CD}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{CD}{CD+DB} = \frac{6}{6+4}$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{6}{10} \Rightarrow \overline{CD} = \frac{3}{5}\overline{CB}.$$

$$\text{Tương tự: } \frac{CE}{CA} = \frac{5}{9} \Rightarrow \overline{CE} = \frac{5}{9}\overline{CA}.$$

$$\text{Vậy } \overline{DE} = \overline{CE} - \overline{CD} = \frac{5}{9}\overline{CA} - \frac{3}{5}\overline{CB}.$$



**Câu 100.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $AB = 8, AC = 9, BC = 11$ .  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $N$  là điểm trên đoạn  $AC$  sao cho  $AN = x$  ( $0 < x < 9$ ). Hệ thức nào sau đây đúng?

- A.**  $\overline{MN} = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{9}\right)\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{AB}$       **B.**  $\overline{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overline{CA} + \frac{1}{2}\overline{BA}$   
**C.**  $\overline{MN} = \left(\frac{x}{9} + \frac{1}{2}\right)\overline{AC} - \frac{1}{2}\overline{AB}$       **D.**  $\overline{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overline{AC} - \frac{1}{2}\overline{AB}$

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

**Câu 101.** Cho tam giác  $ABC$  có  $I, D$  lần lượt là trung điểm  $AB, CI$ , điểm  $N$  thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $BN = 2NC$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.**  $\overline{AN} = \overline{DN}$ .      **B.**  $\overline{AN} = 2\overline{DN}$ .      **C.**  $\overline{AN} = 3\overline{DN}$ .      **D.**  $\overline{AN} = 4\overline{DN}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

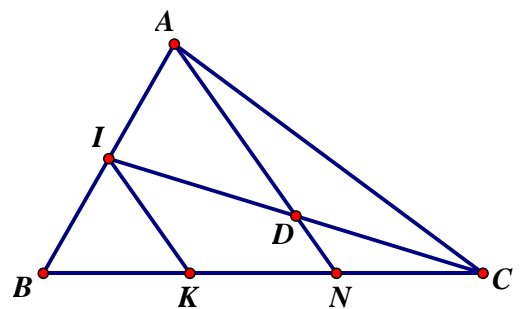
Gọi  $K$  là trung điểm  $BN$ .

$$\text{Xét } \triangle CKI \text{ ta có } \begin{cases} DN // IK \\ DN = \frac{1}{2}IK \end{cases} \Rightarrow \overline{DN} = \frac{1}{2}\overline{IK} \quad (1)$$

Xét  $\triangle ABN$  ta có

$$\begin{cases} AN // IK \\ AN = \frac{1}{2}IK \end{cases} \Rightarrow \overline{AN} = 2\overline{IK} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \overline{AN} = 2\overline{IK} = 2 \cdot 2 \overline{DN} = 4 \overline{DN}.$$



## 5. Dạng 5: Tính độ dài vectơ – tổ hợp vectơ

**Nhận biết**

**Câu 102.** Cho tam giác đều  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.**  $|\overline{AB}| = |\overline{AC}| = |\overline{BC}|$ .      **B.**  $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ .  
**C.**  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = 3a$ .      **D.**  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = 3\vec{a}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

**Câu 103.** Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC$  của tam giác đều  $ABC$ . Hỏi đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

- A.**  $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ .      **B.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ .      **C.**  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$ .      **D.**  $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

Phân tích:

- A.**  $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$  sai vì chúng ngược hướng.      **B.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$  sai vì chúng không cùng phương.  
**C.**  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$  sai vì  $|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|$ .      **D.**  $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$  đúng.

**Câu 104.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $AB = AC = 4$ . Vậy  $|\overrightarrow{BC}|$  bằng:

- A.**  $4\sqrt{2}$ .      **B.** 16.      **C.** 32.      **D.** 4.

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

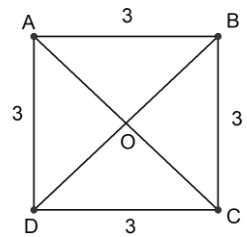
vì  $|\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$

**Câu 105.** Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh 3. Giá trị của  $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$  là bao nhiêu?

- A.** 6.      **B.**  $6\sqrt{2}$ .      **C.** 12.      **D.** 0.

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.** vì  $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = |2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OD}| = 2|\overrightarrow{AD}| = 2AD = 6$



**Câu 106.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ .  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$  có độ dài bằng:

- A.**  $a$ .      **B.** 0.      **C.**  $2a$ .      **D.**  $a\sqrt{3}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

vì  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = a$

**Câu 107.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $AB = AC = 4$ . Vậy  $|\overrightarrow{BC}|$  bằng:

- A.**  $4\sqrt{2}$ .      **B.** 16.      **C.** 32.      **D.** 4.

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

vì  $|\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$

**Câu 108.** Biết  $|\overrightarrow{AB}| = a$ ,  $|\overrightarrow{BC}| = 2a$  ( $a$  là một độ dài cho trước).  $|\overrightarrow{AC}|$  bằng:

- A.** Không tính được.      **B.**  $3a$ .      **C.**  $a\sqrt{5}$ .      **D.**  $a$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

vì không có cơ sở để tính

**Câu 109.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ , có  $AB = 4$  và  $AC = 5$ . Tìm độ dài vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ .

- A.** 5.      **B.** 9.      **C.** 3.      **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$|\overline{AB} + \overline{BC}| = |\overline{AC}| = 5$$

Câu 110. Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tìm độ dài vectơ  $\overline{AB} + \overline{DC}$ .

- A.** 2a.
- B.** a.
- C.** 0.
- D.**  $a\sqrt{2}$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$|\overline{AB} + \overline{DC}| = 2|\overline{AB}| = 2a$$

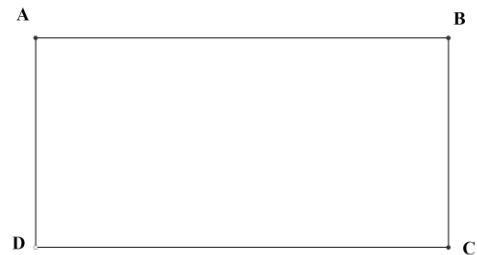
Câu 111. Cho hình chữ nhật ABCD, có  $AB = 4$  và  $AC = 5$ . Tìm độ dài vectơ  $\overline{AB} - \overline{AC}$ .

- A.** 3.
- B.**  $\sqrt{41}$ .
- C.** 9.
- D.**  $\pm 3$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.  $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{CB}$

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$



Câu 112. Cho hình chữ nhật ABCD, có  $AB = 4$  và  $AC = 5$ .

Tìm độ dài vectơ  $\overline{AB} + \overline{AD}$ .

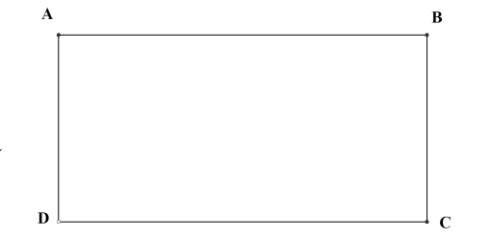
- A.** 5.
- B.** 7.
- C.** 49.
- D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng quy tắc hình bình hành  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$

$$|\overline{AB} + \overline{AD}| = |\overline{AC}| = 5$$



Câu 113. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Hãy chọn kết quả đúng.

- A.**  $|\overline{AB} + \overline{AC}| = a\sqrt{3}$ .
- B.**  $AB + BC = AC$
- C.**

- D.**  $|\overline{AB} + \overline{AC}| = a\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- D.**  $AB - AC = CB$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 114. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền  $BC = 12$ . Tìm độ dài vectơ  $\overline{GB} + \overline{GC}$ .

- A.** 4.
- B.** 2.
- C.** 8.
- D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 115. Cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ . Tính độ dài của vectơ  $\overline{CA}$ .

- A.**  $|\overline{CA}| = 5$ .
- B.**  $|\overline{CA}| = 25$ .
- C.**  $|\overline{CA}| = 7$ .
- D.**  $|\overline{CA}| = \sqrt{7}$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

HS tính được  $|\overline{CA}| = CA = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$ .

Câu 116. Cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ . Tính độ dài của vectơ  $\overline{AC}$ .



**A.** 5.

**B.** 25.

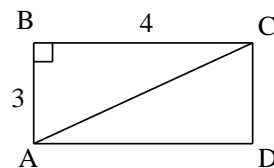
**C.**  $\sqrt{7}$ .

**D.** 7.

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.** Ta có:  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$$|\vec{AC}| = AC = 5$$



**Câu 117.** Cho hình vuông ABCD cạnh  $a$ . Tính  $|\vec{AD} + \vec{AB}|$ .

**A.**  $a\sqrt{2}$ .

**B.**  $2a^2$ .

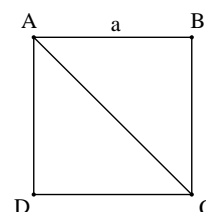
**C.**  $a^2$ .

**D.** 0.

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.** Ta có  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

$$|\vec{AD} + \vec{AB}| = |\vec{AC}| = AC = a\sqrt{2}.$$



**Câu 118.** Cho hình vuông ABCD cạnh  $a$ . Khi đó  $|\vec{AB} - \vec{DA}|$  bằng

**A.**  $a\sqrt{2}$ .

**B.**  $2a^2$ .

**C.** 0.

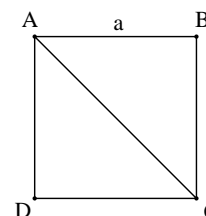
**D.**  $\sqrt{2}a$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

$$|\vec{AB} - \vec{DA}| = |\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{AC}| = AC = a\sqrt{2}$$



**Câu 119.** Cho hình bình hành ABCD tâm O. Đẳng thức nào sau đây sai?

**A.**  $|\vec{AC}| = |\vec{BD}|$ .

**B.**  $|\vec{BC}| = |\vec{DA}|$ .

**C.**  $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$ .

**D.**  $|\vec{AO}| = \frac{1}{2} |\vec{CA}|$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

$$|\vec{AC}| \neq |\vec{BD}|$$

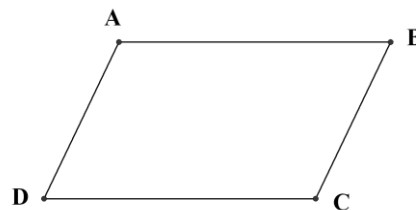
**Câu 120.** Cho tam giác đều ABC với đường cao AH. Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.**  $\vec{HB} = \vec{HC}$

**B.**  $|\vec{AC}| = 2|\vec{HC}|$

**C.**  $|\vec{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2} |\vec{HC}|$

**D.**  $\vec{AB} = \vec{AC}$



*Hướng dẫn giải*

**Chọn B.**

**Câu 121.** Cho tam giác đều ABC cạnh  $a$ , trọng tâm là G. Phát biểu nào là đúng?

**A.**  $\vec{AB} = \vec{AC}$

**B.**  $\vec{GA} = \vec{GB} = \vec{GC}$

**C.**  $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a$

**D.**  $|\vec{AB} + \vec{AC}| = \sqrt{3} |\vec{AB} - \vec{AC}|$

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

**Câu 122.** Cho tam giác đều ABC cạnh  $a$ . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Đẳng thức nào sau đây sai?

**A.**  $|\vec{AB} - \vec{AC}| = a$

**B.**  $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a\sqrt{3}$

**C.**  $|\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}| = 0$

**D.**  $|\vec{GB} + \vec{GC}| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

## Thông hiểu

**Câu 123.** Cho tam giác  $ABC$ , tập hợp các điểm  $M$  sao cho  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$  là:

- A. một đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác  $ABC$ .
- B. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và bán kính bằng 6.
- C. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và bán kính bằng 2.
- D. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và bán kính bằng 18.

### Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ , ta có  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ .

Thay vào ta được:  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6 \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = 6 \Leftrightarrow MG = 2$ , hay tập hợp các điểm  $M$  là đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và bán kính bằng 2.

**Câu 124.** Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác vuông  $ABC$  với cạnh huyền  $BC = 12$ . Tổng hai vectơ  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$  có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. 4.
- B.  $4\sqrt{3}$ .
- C. 2.
- D. 9.

### Hướng dẫn giải

Chọn A.

vì  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA} \Rightarrow |\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GA}| = \frac{2}{3}GM = \frac{2}{3}.6 = 4$  ( $M$  là trung điểm của  $BC$ )

**Câu 125.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tìm độ dài vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

- A.  $a\sqrt{5}$ .
- B.  $a\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .
- C.  $a\frac{\sqrt{5}}{2}$ .
- D.  $a$ .

### Hướng dẫn giải

Chọn A.

**Câu 126.** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh  $a$ . Tìm độ dài vectơ  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}|$ .

- A.  $a\sqrt{3}$
- B.  $a$
- C.  $2a$
- D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

### Hướng dẫn giải

Chọn A.

**Câu 127.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng 1. Tính  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}|$ .

- A.  $\sqrt{3}$ .
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

### Hướng dẫn giải

Chọn A.

HS gọi  $D$  là điểm thỏa  $ABDC$  là hình bình hành và  $H$  là trung điểm  $BC$  và tính

$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AH = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

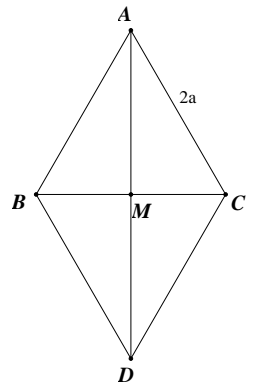
**Câu 128.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2a$ . Khi đó độ dài vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  bằng:

- A.  $2a$ .
- B.  $2a\sqrt{3}$ .
- C.  $4a$ .
- D.  $a\sqrt{3}$ .

### Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vẽ hình bình hành  $ABCD$  và gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ .



Ta có  $|\overline{AB} + \overline{AC}| = |\overline{AD}| = |2\overline{AM}| = 2\sqrt{AB^2 - BM^2} = 2\sqrt{(2a)^2 - a^2} = 2a\sqrt{3}$

**Câu 129.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ , tâm  $O$ . Tính  $|\overline{OA} - \overline{CB}|$ .

- A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      **B.**  $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$ .      **C.**  $a$ .      **D.**  $\frac{a^2}{2}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

HS tính  $|\overline{OA} - \overline{CB}| = |\overline{OA} + \overline{AD}| = |\overline{OD}| = OD = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 130.** Cho hình thoi  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ ,  $BDA = 60^\circ$

Tính  $|\overline{AB} + \overline{AD}|$ .

- A.**  $a\sqrt{3}$ .      **B.**  $2a$ .      **C.**  $a\sqrt{2}$ .      **D.**  $a$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

HS tính  $|\overline{AB} + \overline{AD}| = |\overline{AC}| = AC$ .

Gọi  $O$  là giao điểm hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ .

Tam giác  $ABD$  đều nên  $BD = a \Rightarrow OD = \frac{a}{2}$ .

Xét tam giác  $OCD$  vuông tại  $O$ :

$$OC^2 = CD^2 - OD^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow OC = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = a\sqrt{3}.$$

**Câu 131.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $C$ ,  $AB = \sqrt{2}$ . Tính  $|\overline{AB} + \overline{AC}|$ .

- A.**  $\sqrt{5}$ .      **B.**  $5$ .      **C.**  $1$ .      **D.**  $\sqrt{3}$ .

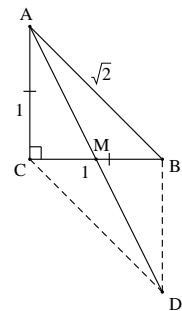
*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

Ta có  $AB = \sqrt{2} \Rightarrow AC = BC = 1$

$$AM = \sqrt{AC^2 + CM^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$|\overline{AB} + \overline{AC}| = |\overline{AD}| = AD = 2 \cdot AM = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$



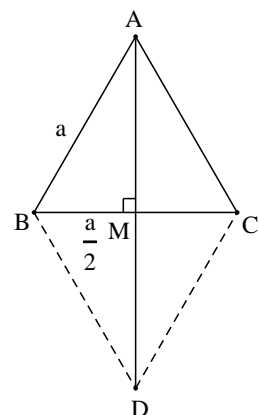
**Câu 132.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Khi đó

**A.**  $|\overline{AB} - \overline{CA}| = a\sqrt{3}$ .

**B.**  $|\overline{AB} - \overline{CA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**C.**  $|\overline{AB} - \overline{CA}| = a\sqrt{5}$ .

**D.**  $|\overline{AB} - \overline{CA}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ .



**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có: } AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$|\overline{AB} - \overline{CA}| = |\overline{AB} + \overline{AC}| = |\overline{AD}| = AD = 2.AM = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

**Câu 133.** Cho hình thang  $ABCD$  có  $AB$  song song với  $CD$ . Cho  $AB = 2a$ ,  $CD = a$ .  $O$  là trung điểm của  $AD$ . Khi đó:

- A.**  $|\overline{OB} + \overline{OC}| = \frac{3a}{2}$       **B.**  $|\overline{OB} + \overline{OC}| = a$       **C.**  $|\overline{OB} + \overline{OC}| = 2a$       **D.**  $|\overline{OB} + \overline{OC}| = 3a$

**Hướng dẫn giải**

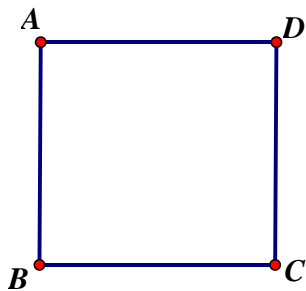
**Chọn D.**

Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  ta có  $\overline{OB} + \overline{OC} = 2\overline{OM}$  mà  $OM$  là đường trung bình hình thang  $ABCD$  nên  $2OM = AB + DC = 3a$  suy ra  $|\overline{OB} + \overline{OC}| = 3a$

**Câu 134.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a\sqrt{2}$ . Tính  $S = |2\overline{AD} + \overline{DB}|$ ?

- A.**  $A = 2a$ .      **B.**  $A = a$ .      **C.**  $A = a\sqrt{3}$ .      **D.**  $A = a\sqrt{2}$ .

**Hướng dẫn giải**



**Chọn A.**

Ta có

$$S = |2\overline{AD} + \overline{DB}| = |\overline{AD} + \overline{AD} + \overline{DB}| = |\overline{AD} + \overline{AB}| = |\overline{AC}| = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a.$$

**Câu 135.** Cho hình vuông  $L$  cạnh  $a$ , tâm  $O$  và  $M$  là trung điểm  $AB$ . Tính độ dài của các vectơ  $\overline{OA} + \overline{OB}$ .

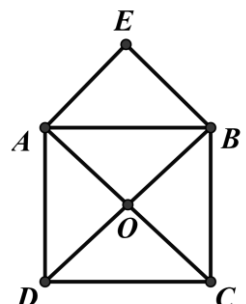
- A.**  $a$   
**B.**  $\sin ANL = \frac{AL}{AN} \Rightarrow AL = AN \cdot \sin ANL = \frac{a}{2} \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$   
**C.**  $\frac{a}{2}$   
**D.**  $2a$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có } |\overline{AB}| = AB = a; \overline{AC} = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$$

$$|\overline{OA}| = OA = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, |\overline{OM}| = OM = \frac{a}{2}$$



Gọi E là điểm sao cho tứ giác  $OBEA$  là hình bình hành khi đó nó cũng là hình vuông Ta có  $AM$

**Vận dụng thấp**

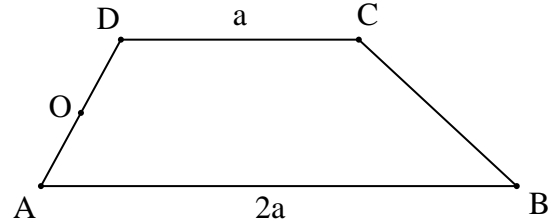
**Câu 136.** Cho hình thang  $ABCD$  có  $AB$  song song với  $CD$ . Cho  $AB = 2a$ ,  $CD = a$ . Gọi  $O$  là trung điểm của  $AD$ . Khi đó

- A.  $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$ .    B.  $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$ .    C.  $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$ .    D.  $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 0$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn A.**

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| &= |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DC}| \quad (\text{vì } \overrightarrow{AB} \\ &= |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{DC}| \\ &\text{và } \overrightarrow{DC} \text{ cùng hướng}) \\ &= AB + DC = 2a + a = 3a \end{aligned}$$



**Câu 137.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $BC = a\sqrt{2}$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng.

- A.  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = a$ .    B.  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .    C.  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .    D.  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = \frac{a\sqrt{10}}{2}$ .

*Hướng dẫn giải*

**Chọn D.**

Dựng hình bình hành  $ABMN$ . Ta có

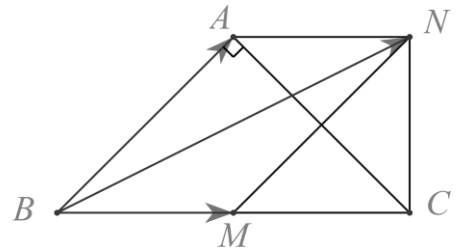
$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BN} \text{ nên } |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{BN}| = BN.$$

Tam giác  $BCN$  vuông tại  $C$  có

$$NC = AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } BN = \sqrt{BC^2 + NC^2} = \sqrt{2a^2 + \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

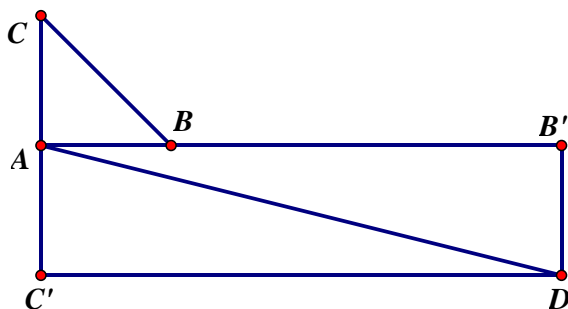
Học sinh có thể nhầm lẫn  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$  nên chọn B; hoặc  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC}$  nên chọn A.



**Câu 138.** Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = AC = 2$ . Độ dài vectơ  $4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$  bằng:

- A.  $\sqrt{17}$ .    B.  $2\sqrt{15}$ .    C. 5.    D.  $2\sqrt{17}$ .

*Hướng dẫn giải*



**Chọn D.**

Vẽ  $\overrightarrow{AB'} = 4\overrightarrow{AB}$ ;  $\overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AC}$ . Vẽ hình bình hành  $ACDB$

Ta có:  $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}| = |\overrightarrow{AD}| = AD$

Do đó  $AD = \sqrt{AB'^2 + AC'^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = 2\sqrt{17}$ .

**Câu 139.** Cho đoạn thẳng  $AB$  có độ dài bằng  $a$ . Một điểm  $M$  di động sao cho  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M$  lên  $AB$ . Tính độ dài lớn nhất của  $MH$ ?

- A.**  $\frac{a}{2}$ .                      **B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      **C.**  $a$ .                      **D.**  $2a$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.** Gọi  $N$  là đỉnh thứ 4 của hình bình hành  $MANB$ . Khi đó  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MN}$ .

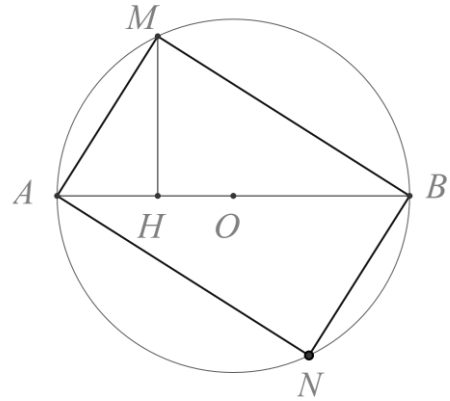
Ta có  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{BA}|$  hay  $MN = AB$ .

Suy ra  $MANB$  là hình chữ nhật nên  $AMB = 90^\circ$ . Do đó  $M$  nằm trên đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ .

$MH$  lớn nhất khi  $H$  trùng với tâm  $O$  hay

$\max MH = MO = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$ .

Học sinh có thể nhầm lẫn độ dài lớn nhất bằng bán kính hoặc 2 lần bán kính, hoặc độ dài đường cao của tam giác đều.



**Câu 140.** Cho tam giác  $ABC$  có  $G$  là trọng tâm. Gọi  $H$  là chân đường cao hạ từ  $A$  sao cho  $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$ . Điểm  $M$  di động nằm trên  $BC$  sao cho  $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BC}$ . Tìm  $x$  sao cho độ dài của vector  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.**  $\frac{4}{5}$ .                      **B.**  $\frac{5}{6}$ .                      **C.**  $\frac{6}{5}$ .                      **D.**  $\frac{5}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.** Dựng hình bình hành  $AGCE$ . Ta có  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ME}$ .

Kẻ  $EF \perp BC$  ( $F \in BC$ ). Khi đó

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{ME}| = ME \geq EF$ .

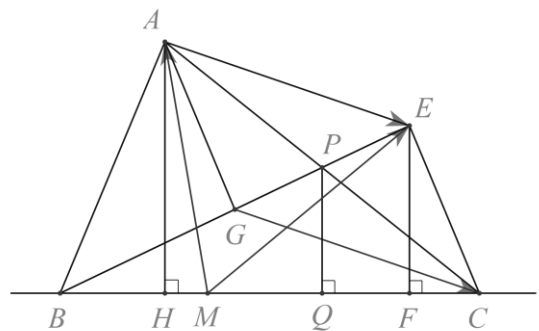
Do đó  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}|$  nhỏ nhất khi  $M \equiv F$ .

Gọi  $P$  là trung điểm  $AC$ ,  $Q$  là hình chiếu vuông góc của  $P$  lên  $BC$  ( $Q \in BC$ ).

Khi đó  $P$  là trung điểm  $GE$  nên  $BP = \frac{3}{4}BE$ .

Ta có  $\triangle BPQ$  và  $\triangle BEF$  đồng dạng nên  $\frac{BQ}{BF} = \frac{BP}{BE} = \frac{3}{4}$  hay  $\overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BQ}$ .

Mặt khác,  $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$ .





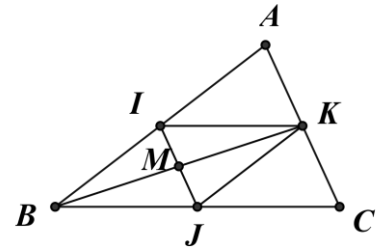
- Câu 145.** Cho  $I, J, K$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CA$  của tam giác  $ABC$ . Giả sử  $M$  là điểm thỏa mãn điều kiện  $\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ . Khi đó vị trí điểm  $M$  là:
- A.**  $M$  là tâm của hình bình hành  $BIKJ$ .
  - B.**  $M$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $AIKM$ .
  - C.**  $M$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .
  - D.**  $M$  là trọng tâm của tam giác  $IJK$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**  $\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow (\vec{MA} + \vec{MC}) + 2\vec{MB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\vec{MK} + 2\vec{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MK} + \vec{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow M$  là trung điểm của  $KB$

$\Leftrightarrow M$  là tâm của hình bình hành  $BIKJ$ .



- Câu 146.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MC} + \vec{MD}|$  là:

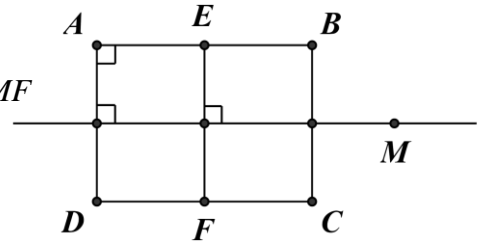
- A.** Đường tròn đường kính  $AB$ .
- B.** Đường tròn đường kính  $BC$ .
- C.** Đường trung trực của cạnh  $AD$ .
- D.** Đường trung trực của cạnh  $AB$ .

**Hướng dẫn giải** Chọn C.

Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $DC$ .

$|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MC} + \vec{MD}| \Leftrightarrow |2\vec{ME}| = |2\vec{MF}| \Leftrightarrow ME = MF$

Do đó  $M$  thuộc đường trung trực của đoạn  $EF$  hay  $M$  thuộc đường trung trực của cạnh  $AD$ .



- Câu 147.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\vec{MA} + \vec{MC}| = |\vec{MB} + \vec{MD}|$  là:

- A.** Một đường thẳng.
- B.** Một đường tròn.
- C.** Toàn bộ mặt phẳng  $(ABCD)$ .
- D.** Tập rỗng.

**Hướng dẫn giải**

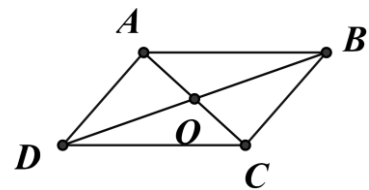
**Chọn C.**

Gọi  $O$  là tâm của hình bình hành  $ABCD$ . Ta có:

$|\vec{MA} + \vec{MC}| = |\vec{MB} + \vec{MD}| \Leftrightarrow |2\vec{MO}| = |2\vec{MO}|$

$\Leftrightarrow MO = MO$  (đúng với mọi  $M$ )

Vậy tập hợp các điểm  $M$  là toàn bộ mặt phẳng  $(ABCD)$



- Câu 148.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  thỏa  $2|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3|\vec{MB} + \vec{MC}|$ . Tập hợp  $M$  là:

- A.** Một đường tròn
- B.** Một đường thẳng
- C.** Một đoạn thẳng
- D.** Nửa đường thẳng

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

- Câu 149.** Cho tam giác  $ABC$ . Có bao nhiêu điểm  $M$  thỏa  $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3$

- A.** 1
- B.** 2
- C.** 3
- D.** Vô số

**Hướng dẫn giải**



**Chọn D.**

**Câu 150.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  thỏa  $\left|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}\right|$ . Tập hợp  $M$  là:

**A.** Một đoạn thẳng      **B.** Một đường tròn      **C.** Nửa đường tròn      **D.** Một đường thẳng

*Hướng dẫn giải*

**Chọn B.**