TỔ HỢP XÁC SUẤT

A – LÝ THUYẾT CHUNG

I. QUY TẮC ĐẾM

- ***Quy tắc cộng:*** Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động X hoặc Y. Nếu hành động X có m cách thực hiện, hành động Y có n cách thực hiện và không trùng với bất cứ cách nào của hành động X thì công việc đó có $m+n$ cách thực hiện
- Nếu A và B là hai tập hợp hữu hạn, không giao nhau thì

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$

- Nếu A và B là hai tập hợp hữu hạn bất kì thì

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

- Mở rộng: Nếu $A_1, A_2, ...A_n$ là các tập hợp hữu hạn, đôi một không giao nhau thì

$n(A_1\cup A_2\cup ...A_n)=n(A_1)+n(A_2)+...+n(A_n)$

- ***Quy tắc nhân:*** Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp X và Y. Nếu hành động X có m cách thực hiện và ứng với mỗi cách thực hiện đó có n cách thực hiện hành động Y thì có $m.n$ cách hoàn thành công việc.

Chú ý: Quy tắc nhân có thể mở rộng cho nhiều hành động liên tiếp.

II. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

- ***Hoán vị:*** Cho tập A có n phần tử $(n\geq 1)$. Mỗi kết quả của sự sắp xếp n phần tử của tập A theo một thứ tự nào đó được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.

  Kí hiệu: P_n là số các hoán vị của n phần tử thì:

$P_n=n!=n(n-1)(n-2)......2.1 \qquad (1)$

- ***Chỉnh hợp:*** cho tập A có n phần tử $(n\geq 1)$. Mỗi kết quả của sự việc lấy k phần tử từ n phần tử của tập A $(1\leq k\leq n)$ và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gị là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho.

  Kí hiệu: A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử thì:

$A_n^k=n(n-1)(n-2)....(n-k+1) \qquad (2)$

Nhận xét:

Ta có $A_n^n=n!=P_n$. Quy ước $0!=1$ và $A_n^0=1$ thì công thức (2) đúng với $0\leq k\leq n$ và

$A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$

- ***Tổ hợp:*** Cho tập A có n phần tử $(n \geq 1)$. Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho.

  Kí hiệu: C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử thì:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!} \qquad (3)$$

Nhận xét: Quy ước $C_n^0 = 1$, công thức (3) đúng với $0 \leq k \leq n$ và ta có

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Tính chất cơ bản của tổ hợp: $C_n^k = C_n^{k-n}$ với $n, k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq n$

$$C_{n+1}^k = C_n^{k-1} + C_n^k \text{ với } 1 \leq k \leq n$$

III. NHỊ THỨC NIU – TƠN

- ***Nhị thức Niu – tơn:***

$$(a+b)^n = C_n^0 + C_n^1 a^{n-1} b + ... + C_n^k a^{n-k} b^k + ... + C_n^{n-1} ab^{n-1} + C_n^n n^n \qquad (1)$$

Nhận xét: Ở công thức (1) ta có:

- Số các hạng tử là $n+1$
- Số hạng thứ $k+1$ là $C_n^k a^{n-k} b^k$; $k = 0, ..., n$
- Số mũ của a giảm dần từ n đến 0. Số mũ của b tăng dần từ 0 đến n nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.
- Các hạng tử cách đều hạng tử đầu và hạng tử cuối có hệ số bằng nhau
- ***Các trường hợp đặc biệt:***
- Khi $a = b = 1$ ta có $C_n^0 - C_n^1 + ... + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$
- Khi $a = 1; b = -1$ ta có $C_n^0 - C_n^1 + ... + (-1)^k C_n^k + ... + (-1)^n C_n^n = 0$
- Khi $a = 1, b = x$ thì (1) có thể viết thành:

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + ... + C_n^k x^k + C_n^n x^n$$

- ***Tam giác Pa – xcan:***

$n=0$					1				
$n=1$				1		1			
$n=2$			1		2		1		
$n=3$		1		3		3		1	
$n=4$	1		4		6		4		1

Các hệ số của tam giác Pa – xcan thỏa mãn hệ thức $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$

IV. PHÉP THỬ VÀ BIẾN CỐ

- ***Phép thử:*** Một thí nghiệm, một phép đo hay một sự quan sát hiện tượng nào đó được hiểu là một phép thử.

  Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là *không gian mẫu* của phép thử và được kí hiệu là Ω . Ta chỉ xét các phép thử với không gian mẫu Ω là tập hữu hạn.
- ***Biến cố***
- Biến cố là một tập con của không gian mẫu
- Tập $\varnothing$ được gọi là biến cố không thể
- Tập Ω được gọi là biến cố chắc chắn
- ***Phép toán trên các biến cố:***

  Cho A và B là các biến cố liên quan đến phép thử T.
- Biến cố $\overline{A} = \Omega \setminus A$ được gọi là biến cố đối của A.

  $\overline{A}$ xảy ra khi và chỉ khi A không xảy ra.

  A và B đối nhau $\Leftrightarrow \overline{A} = B$
- Biến cố $A \cup B$ được gọi là hợp của hai biến cố A và B

  $A \cup B$ xảy ra khi và chỉ khi A hoặc B xảy ra
- Biến cố $A \cap B$ được gọi là giao của hai biến cố A và B

  $A \cap B$ xảy ra khi và chỉ khi A và B cùng xảy ra

Nếu $A \cap B = \varnothing$ thì A và B là hai biến cố xung khắc, tức là A (hoặc B) xảy ra khi và chỉ khi B (hoặc A) không xảy ra.

V. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

- ***Định nghĩa xác suất:*** Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử với không gian mẫu Ω chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Ta gọi tỉ số $\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$ là xác suất của biến cố A. Kí hiệu $P(A)$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Trong đó $n(A)$ là số phần tử của A , còn gọi là số kết quả thuận lợi cho A, $n(\Omega)$ là số phần tử của Ω.

- ***Tính chất của xác suất***

a) $P(\Omega)=1; P(\varnothing)=0, 0\le P(A)\le 1$ với mọi biến cố A.

b) $P(\overline{A})=1-P(A)$ với mọi biến cố A.

c) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc (tức là $A\cap B=\varnothing$) cùng liên quan đến phép thử thì $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

- Mở rộng: Với hai biến cố A,B bất kì ta có $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

Nếu A và B là hai biến cố độc lập (tức là sự xảy ra của một trong hai biến cố không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia), ta có:

$P(A\cap B)=P(A.B)=P(A).P(B)$

- Mở rộng: A và B độc lập $\Leftrightarrow \overline{A}$ và B độc lập $\Leftrightarrow A$ và $\overline{B}$ độc lập $\Leftrightarrow \overline{A}$ và $\overline{B}$ độc lập

$P\left(\overline{A\cup B}\right)=P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$; $P(\overline{A\cap B})=P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)$

B – BÀI TẬP

QUY TẮC ĐẾM, HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

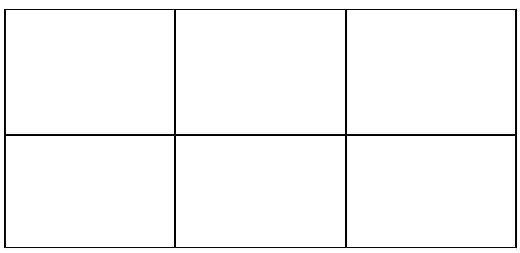
Câu 1: Số 6303268125 có bao nhiêu ước số nguyên?

A. 420. **B.** 630. **C.** 240. **D.** 720.

Câu 2: Đề cương ôn tập chương I môn lịch sử lớp 12 có 30 câu. Trong đề thi chọn ngẫu nhiên 10 câu trong 30 câu đó. Một học sinh chỉ nắm được 25 câu trong đề cương đó. Xác suất để trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã nắm được là. (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. $P=0,449$. **B.** $P=0,448$. **C.** $P=0,34$. **D.** $P=0,339$.

Câu 3: Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374. **B.** 139968. **C.** 576. **D.** 15552.

Câu 4: Cho đa giác đều 100 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là

A. 44100. **B.** 78400. **C.** 117600. **D.** 58800.

Câu 5: Cho đa giác đều $2n\ (n \geq 2,\ n \in \mathbb{Z})$ đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong $2n$ đỉnh của đa giác là

A. $2n(2n-1)(2n-2)$. **B.** $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$. **C.** $n(n-1)(n-2)$. **D.** $\frac{n(n-1)(n-2)}{2}$.

Câu 6: Cho đa giác đều 100 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác vuông được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là

A. 2450. **B.** 98. **C.** 4900. **D.** 9800.

Câu 7: Cho đa giác đều $2n\ (n \geq 2,\ n \in \mathbb{Z})$ đỉnh nội tiếp một đường tròn. Biết rằng số tam giác có các đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$ gấp 20 lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$. Số cạnh của của đa giác là

A. 14. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 20.

Câu 8: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, **C.** Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Câu 9: các chữ số $0,1,2,3,5,8$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

Câu 10: Một nhóm 9 người gồm ba đàn ông, bốn phụ nữ và hai đứa trẻ đi xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp họ ngồi trên một hàng ghế sao cho mỗi đứa trẻ ngồi giữa hai phụ nữ và không có hai người đàn ông nào ngồi cạnh nhau?

A. 288. **B.** 864. **C.** 24. **D.** 576.

Câu 11: Với các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số, trong đó chữ số 1 có mặt 3 lần, mỗi chữ số khác có mặt đúng một lần?

A. 6720 số. **B.** 40320 số. **C.** 5880 số. **D.** 840 số.

Câu 12: Một thầy giáo có 10 cuốn sách khác nhau trong đó có 4 cuốn sách Toán, 3 cuốn sách Lí, 3 cuốn sách Hóa. Thầy muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 em học sinh A, B, C, D, E mỗi em một cuốn. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách tặng cho các em học sinh sao cho sau khi tặng xong, mỗi một trong ba loại sách trên đều còn ít nhất một cuốn.

A. 204 cách. **B.** 24480 cách. **C.** 720 cách. **D.** 2520 cách.

Câu 13: Trong kì thi tuyển nhân viên chuyên môn cho công ty cổ phần Giáo dục trực tuyến VEDU, ở khối A có 51 thí sinh đạt điểm giỏi môn Toán, 73 thí sinh đạt điểm giỏi môn Vật lí, 73 thí sinh đạt điểm giỏi môn Hóa học, 32 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Vật lí, 45 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Vật lí và Hóa học, 21 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Hóa học, 10 thí sinh đạt điểm giỏi cả ba môn Toán, Vật lí và Hóa học. Có 767 thí sinh mà cả ba môn đều không có điểm giỏi. Hỏi có bao nhiêu thí sinh tham dự tuyển nhân viên chuyên môn cho công ty?

A. 867. **B.** 776. **C.** 264. **D.** 767.

Câu 14: Người ta phỏng vấn 100 người về ba bộ phim A, B, C đang chiếu thì thu được kết quả như sau:

Bộ phim A: có 28 người đã xem.

Bộ phim B: có 26 người đã xem.

Bộ phim B: có 14 người đã xem.

Có 8 người đã xem hai bộ phim A và B

Có 4 người đã xem hai bộ phim B và C

Có 3 người đã xem hai bộ phim A và C

Có 2 người đã xem cả ba bộ phim A, B và **C.**

Số người không xem bất cứ phim nào trong cả ba bộ phim A, B, C là:

A. 55. **B.** 45. **C.** 32. **D.** 51.

Câu 15: Sắp xếp 5 học sinh lớp A và 5 học sinh lớp B vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế sao cho 2 học sinh ngồi đối diện nhau thì khác lớp. Khi đó số cách xếp là:

A. 460000. **B.** 460500. **C.** 460800. **D.** 460900.

Câu 16: Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi điểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau nhiều nhất là bao nhiêu?

A. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n(C^2_{n-1}-1)+5C^3_n\right]$. **B.** $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2\left[n\left(C^2_{n-1}-1\right)+5C^3_n\right]$.

C. $3C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2\left[nC^2_{n-1}-1+5C^3_n\right]$. **D.** $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n\left(C^2_{n-1}-1\right)+5C^3_n\right]$.

Câu 17: Cho tập hợp $A=\{2;5\}$. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có 10 chữ số sao cho không có chữ số 2 nào đứng cạnh nhau?

A. 144 số. **B.** 143 số. **C.** 1024 số. **D.** 512 số.

Câu 18: Cho đa giác đều $A_1A_2...A_{2n}$ nội tiếp trong đường tròn tâm O. Biết rằng số tam giác có đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$ gấp 20 lần so với số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$. Vậy giá trị của n là:

A. $n=10$. **B.** $n=12$. **C.** $n=8$. **D.** $n=14$.

Câu 19: Biển đăng kí xe ô tô có 6 chữ số và hai chữ cái trong số 26 chữ cái (không dùng các chữ I và O). Chữ đầu tiên khác 0. Hỏi số ô tô được đăng kí nhiều nhất có thể là bao nhiêu?

A. 5184.10^5. **B.** 576.10^6. **C.** 33384960. **D.** 4968.10^5.

Câu 20: Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi một khác nhau), người ta muốn chọn một bó hồng gồm 7 bông, hỏi có bao nhiêu cách chọn bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ?

A. 10 cách. **B.** 20 cách. **C.** 120 cách. **D.** 150 cách.

Câu 21: Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

A. 120. **B.** 90. **C.** 270. **D.** 255.

Câu 22: Có bao nhiêu cách sắp xếp 8 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi đen khác nhau thành một dãy sao cho hai viên bi cùng màu thì không được ở cạnh nhau?

A. 3251404800. **B.** 1625702400. **C.** 72. **D.** 36.

Câu 23: Trong một túi đựng 10 viên bi đỏ, 20 viên bi xanh, 15 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích cỡ. Số cách lấy ra 5 viên bi và sắp xếp chúng vào 5 ô sao cho 5 ô bi đó có ít nhất một viên bi đỏ.

A. 146611080. **B.** 38955840. **C.** 897127. **D.** 107655240.

Câu 24: Một bộ bài có 52 lá, có 4 loại: cơ, rô, chuồn, bích mỗi loại có 13 lá. Muốn lấy ra 8 lá bài phải có đúng 1 lá cơ, đúng 3 lá rô và không quá 2 lá bích. Hỏi có mấy cách chọn?

A. 39102206. **B.** 22620312. **C.** 36443836. **D.** 16481894.

Câu 25: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số trong đó các chữ số cách đều chữ số đứng giữa thì giống nhau?

A. 900. **B.** 9000. **C.** 90000. **D.** 27216.

Câu 26: Một lớp có n học sinh $(n>3)$. Thầy chủ nhiệm cần chọn ra một nhóm và cần cử ra một học sinh làm nhóm trưởng. Số học sinh trong mỗi nhóm phải lớn hơn 1 và nhỏ hơn n. Gọi T là số cách chọn, lúc này:

A. $T=\sum_{k=2}^{n-1} kC_n^k$. **B.** $T=n\left(2^{n-1}-1\right)$. **C.** $T=n2^{n-1}$. **D.** $T=\sum_{k=1}^{n} kC_n^k$.

Câu 27: Trong một căn phòng có 36 người trong đó có 25 người họ Nguyễn, 11 người họ Trần. Trong số những người họ Nguyễn có 8 cặp là anh em ruột (anh trai và em gái), 9 người còn lại (gồm 4 nam và 5 nữ) không có quan hệ họ hàng với nhau. Trong 11 người họ Trần, có 3 cặp là anh em ruột (anh trai và em gái), 5 người còn lại (gồm 2 nam và 3 nữ) không có quan hệ họ hàng với nhau. Chọn ngẫu nhiên 2 người.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai người cùng họ và khác giới tính?

A. 156. **B.** 30. **C.** 186. **D.** 126.

Câu 28: Một bữa tiệc bàn tròn của các câu lạc bộ trong trường Đại học Sư Phạm Hà Nội trong đó có 3 thành viên từ câu lạc bộ Máu Sư Phạm, 5 thành viên từ câu lạc bộ Truyền thông và 7 thành viên từ câu lạc bộ Kĩ năng. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho các thành viên sao cho những người cùng câu lạc bộ thì ngồi cạnh nhau?

A. 7257600. **B.** 7293732. **C.** 3174012. **D.** 1418746.

Câu 29: Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng, 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu?

A. 560. **B.** 310. **C.** 3014. **D.** 319.

Câu 30: Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\dfrac{9^{2011}-2019.9^{2010}+8}{9}$ **B.** $\dfrac{9^{2011}-2.9^{2010}+8}{9}$

C. $\dfrac{9^{2011}-9^{2010}+8}{9}$ **D.** $\dfrac{9^{2011}-19.9^{2010}+8}{9}$

Câu 31: Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104 **B.** 106 **C.** 108 **D.** 112

Câu 32: Có m nam và n nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra k người trong đó có ít nhất a nam và ít nhất b nữ ($k \le m,n; a+b<k; a,b \ge 1$) với S_1 là số cách chọn có ít hơn a nam, S_2 là số cách chọn có ít hơn b nữ.

A. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - 2(S_1+S_2)$.

B. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $2C_{m+n}^k - (S_1+S_2)$.

C. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $3C_{m+n}^k - 2(S_1+S_2)$.

D. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - (S_1+S_2)$.

Câu 33: Nếu một đa giác đều có 44 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 34: Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 35: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \ge 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Câu 36: Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì, không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi diểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau là bao nhiêu?

A. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n(C^2_{n-1}-1)+5C^3_n\right]$. **B.** $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2\left[n(C^2_{n-1}-1)+5C^3_n\right]$.

C. $3C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2\left[n(C^2_{n-1}-1)+5C^3_n\right]$. **D.** $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n(C^2_{n-1}-1)+5C^3_n\right]$.

Câu 37: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \ge 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Câu 38: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \ge 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Câu 39: Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $C_{2n}^{n}=(2n)^{k}$, trong đó k là một ước nguyên tố của C_{2n}^{n}.

A. n=1 **B.** n=2 **C.** n=3 **D.** n=4

Câu 40: Cho tập hợp A có n phần tử $(n\geq 4)$. Biết rằng số tập con của A có 8 phần tử nhiều gấp 26 lần số tập con của A có 4 phần tử. Hãy tìm $k\in\{1,2,3,...,n\}$ sao cho số tập con gồm k phần tử của A là nhiều nhất.

A. $k=20$ **B.** $k=11$ **C.** $k=14$ **D.** $k=10$

Câu 41: Cho khối lập phương $3\times3\times3$ gồm 27 khối lập phương đơn vị. Một mặt phẳng vuông góc với đường chéo của khối lập phương lớn tại trung điểm của nó. Mặt phẳng này cắt ngang (không đi qua đỉnh) bao nhiêu khối lập phương đơn vị?

A. 16 **B.** 17 **C.** 18 **D.** 19

Câu 42: Cho S là tập các số nguyên trong đoạn $[1;2002]$ và T là tập hợp các tập con khác rỗng của S. Với mỗi $X\in T$, kí hiệu $m(X)$ là trung bình cộng các phần tử của X. Tính $m=\dfrac{\sum\limits_{X\in T}m(X)}{|T|}$.

A. $m=\dfrac{3003}{2}$ **B.** $m=\dfrac{2003}{21}$ **C.** $m=\dfrac{4003}{2}$ **D.** $m=\dfrac{2003}{2}$

NHỊ THỨC NEWTON

Câu 43: Giá trị của $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn đẳng thức $C_n^6+3C_n^7+3C_n^8+C_n^9=2C_{n+2}^8$ là

A. $n=18$. **B.** $n=16$. **C.** $n=15$. **D.** $n=14$.

Câu 44: Tính giá trị của $H=C_{13}^0-2C_{13}^1+2^2C_{13}^2-.....-2^{13}C_{13}^{13}$.

A. $H=729$. **B.** $H=1$. **C.** $H=-729$. **D.** $H=-1$.

Câu 45: Tính tổng $S=1+2.2+3.2^2+4.2^3+...+2018.2^{2017}$.

A. $S=2017.2^{2018}+1$. **B.** $S=2017.2^{2018}$.

C. $S=2018.2^{2018}+1$. **D.** $S=2019.2^{2018}+1$.

Câu 46: $S_2=C_{2011}^0+2^2C_{2011}^2+...+2^{2010}C_{2011}^{2010}$

A. $\dfrac{3^{2011}+1}{2}$ **B.** $\dfrac{3^{211}-1}{2}$ **C.** $\dfrac{3^{2011}+12}{2}$ **D.** $\dfrac{3^{2011}-1}{2}$

Câu 47: Số hạng thứ 3 của khai triển $\left(2x+\dfrac{1}{x^2}\right)^n$ không chứa x. Tìm x biết rằng số hạng này bằng số hạng thứ hai của khai triển $\left(1+x^3\right)^{30}$.

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 48: Trong khai triển $(1+x)^n$ biết tổng các hệ số $C_n^1+C_n^2+C_n^3+.....+C_n^{n-1}=126$. Hệ số của x^3 bằng

A. 15. **B.** 21. **C.** 35. **D.** 20.

Câu 49: Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển $\left(\sqrt{10}+\sqrt[8]{3}\right)^{300}$?

A. 37. **B.** 38. **C.** 36. **D.** 39.

Câu 50: Trong khai triển biểu thức $F=\left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2}\right)^9$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8. **B.** 4536. **C.** 4528. **D.** 4520.

Câu 51: Tìm hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển đa thức $P(x)=(2x+1)^{13}=a_0x^{13}+a_1x^{12}+...+a^{13}$.

A. 8. **B.** 4536. **C.** 4528. **D.** 4520.

Câu 52: Hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $P(x)=\left(3x^2+x+1\right)^{10}$ là:

A. 1695. **B.** 1485. **C.** 405. **D.** 360.

Câu 53: Tìm số hạng chứa x^{13} trong khai triển thành các đa thức của $\left(x+x^2+x^3\right)^{10}$ là:

A. 135. **B.** 45. **C.** $135x^{13}$. **D.** $45x^{13}$.

Câu 54: Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào sai?

A. $S_1 = 1C_n^1 + 2C_n^2 + ... + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n = n2^{n-1}$.

B. $S_2 = 1.2.C_n^1 + 2.3.C_n^2 + ... + (n-1).n.C_n^n = (n-1).n.C_{n-2}^{k-2}$.

C. $S_3 = 1^2C_n^1 + 2^2C_n^2 + ... + (n-1)^2C_n^{n-1} + n^2C_n^n = n(n+1)2^{n-2}$.

D. $S_4 = \frac{C_n^0}{1} + \frac{C_n^1}{2} + \frac{C_n^2}{3} + ... + \frac{C_n^{n-1}}{n} + \frac{C_n^n}{n+1} = \frac{1}{n+1}(2^n - 1)$.

Câu 55: Tổng của ba số hạng liên tiếp lập thành cấp số cộng trong dãy số sau $C_{23}^0; C_{23}^1; \ldots; C_{23}^{13}$ có giá trị là

A. 2451570. **B.** 3848222. **C.** 836418. **D.** 1307527.

Câu 56: Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x} - 1\right)^{10}$ là

A. 1951. **B.** 1950. **C.** 3150. **D.** -360.

Câu 57: Số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - x^2 - 1\right)^8$ là

A. $168x^8$. **B.** 168. **C.** $238x^8$. **D.** 238.

Câu 58: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(1 + x + \frac{1}{x}\right)^n$ biết $n \geq 2$ là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 - C_{n+1}^{n-2} = 14 - 14n.$

A. 73789. **B.** 73788. **C.** 72864. **D.** 56232.

Câu 59: Cho khai triển: $\left(1 + x + x^2\right)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{2n}x^{2n}, n \geq 2$ với $a_0, a_1, a_2, ..., a_{2n}$ là các hệ số. Tính tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_{2n}$ biết $\frac{a_3}{14} = \frac{a_4}{41}$.

A. $S = 3^{10}$. **B.** $S = 3^{12}$. **C.** $S = 2^{10}$. **D.** $S = 2^{12}$.

Câu 60: Số lớn nhất trong các số $C_{16}^0; C_{16}^1; C_{16}^2; ...; C_{16}^{15}; C_{16}^{16}$ là

A. C_{16}^7. **B.** C_{16}^6. **C.** C_{16}^9. **D.** C_{16}^8.

Câu 61: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 - 3C_n^{n-1} = 11n.$

Xét khai triển $P(x) = (x+2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Hệ số lớn nhất của $P(x)$ là

A. $C_{15}^5.2^{11}$. **B.** $C_{15}^5.2^{10}$. **C.** 252. **D.** 129024.

Câu 62: Giả sử $P(x)=(2x+1)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$ thỏa mãn $a_0+\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+...+\frac{a_n}{2^n}=2^{12}$. Hệ số lớn nhất trong các hệ số $\{a_0,a_1,a_2,...,a_n\}$ là

A. 126720. **B.** 495. **C.** 256. **D.** 591360.

Câu 63: Cho khai triển $(x+2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Tìm tất cả các giá trị của n để $\max\{a_0,a_1,a_2,...,a_n\}=a_{10}$.

A. $\{29;30;31;32\}$. **B.** 12. **C.** $\{12;13;14;15\}$. **D.** 16.

Câu 64: Cho n là số nguyên dương. Gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n sao cho $a_{3n-3}=26n$.

A. $n=10$. **B.** $n=3$. **C.** $n=4$. **D.** $n=5$.

Câu 65: Tính tổng $S=\frac{1}{2!2017!}+\frac{1}{4!2015!}+\frac{1}{6!2013!}+...+\frac{1}{2016!3!}+\frac{1}{2018!}$ theo n ta được

A. $S=\frac{2^{2018}-1}{2017!}$. **B.** $S=\frac{2^{2018}-1}{2017}$. **C.** $S=\frac{2^{2018}}{2017!}$. **D.** $S=\frac{2^{2018}}{2017}$.

Câu 66: Cho số nguyên $n\ge 3$. Giả sử ta có khai triển $(x-1)^{2n}+x(x+1)^{2n-1}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$. Biết $T=a_0+a_2+...+a_{2n}=768$. Tính a_5.

A. $126x^5$. **B.** $-126x^5$. **C.** 126. **D.** -126.

Câu 67: Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $\frac{C_n^1}{2}-\frac{2C_n^2}{2^2}+\frac{3C_n^3}{2^3}-...+(-1)^{n-2}\frac{(n-1)C_n^{n-1}}{2^{n-1}}+(-1)^{n-1}\frac{nC_n^n}{2^n}=\frac{1}{32}$

A. $n=10$. **B.** $n=9$. **C.** $n=8$. **D.** $n=7$.

Câu 68: Cho $S=1.2.3+2.3.4+3.4.5+...+n(n+1)(n+2)$. Kết quả biểu diễn S theo n là

A. $S=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$. **B.** $S=\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$.

C. $S=\frac{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{4}$. **D.** $S=n(n+1)(n+2)(n+3)$.

Câu 69: Trong khai triển của $(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}x)^{10}$ thành đa thức $a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_9x^9+a_{10}x^{10}$, hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0\le k\le 10$).

A. $a_{10}=3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$ **B.** $a_5=3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$ **C.** $a_4=3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$ **D.** $a_9=3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$

Câu 70: Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, trong đó $n\in\mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm hệ số lớn nhất?

A. 1293600. **B.** 126720. **C.** 924. **D.** 792.

Câu 71: Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, trong đó $n\in\mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm hệ số lớn nhất?

A. 1293600. **B.** 126720. **C.** 924. **D.** 792.

Câu 72: Tính tổng $\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\left(C_n^2\right)^2+...+\left(C_n^n\right)^2$

A. C_{2n}^n. **B.** C_{2n}^{n-1}. **C.** $2C_{2n}^n$. **D.** C_{2n-1}^{n-1}

Câu 73: $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+.....+C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-2}. **B.** 2^{n-1}. **C.** 2^{2n-2}. **D.** 2^{2n-1}.

Câu 74: Sau khi khai triển và rút gọn, biểu thức $\left(x-\frac{1}{x^2}\right)^{20}+\left(x^3-\frac{1}{x}\right)^{10}$ có bao nhiêu số hạng?

A. 27 **B.** 28 **C.** 29 **D.** 32

Câu 75: Cho khai triển $(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Biết $S=|a_1|+2|a_2|+...+n|a_n|=34992$, tính giá trị của biểu thức $P=a_0+3a_1+9a_2+...+3^na_n$?

A. 390625 **B.** -78125 **C.** -1953125 **D.** 9765625

Câu 76: Cho đa thức: $P(x)=(x+1)^8+(x+1)^9+(x+1)^{10}+(x+1)^{11}+(x+1)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8.

A. 715 **B.** 720 **C.** 700 **D.** 730

Câu 77: Tìm số tất cả tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2}+\frac{C_n^1}{2.3}+\frac{C_n^2}{3.4}+...+\frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)}=\frac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)}$

A. $n=100$ **B.** $n=98$ **C.** $n=99$ **D.** $n=101$

Câu 78: Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh 1cm.

A. 2876. **B.** 2898. **C.** 2915. **D.** 2012.

Câu 79: Cho $u_n = -\frac{C_n^1}{2.3} + \frac{2C_n^2}{3.4} - \frac{3C_n^3}{4.5} + ... + \frac{(-1)^n .C_n^n .n}{(n+1)(n+2)}$. Tính $\lim(n.u_n) = ?$

A. -1 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Câu 80: Tìm n biết rằng $a_n(x-1)^n + a_{n-1}(x-1)^{n-1} + ... + a_1(x-1) + a_0 = x^n$ đồng thời $a_1 + a_2 + a_3 = 231$.

A. $n=9$ **B.** $n=10$ **C.** $n=11$ **D.** $n=12$

XÁC SUẤT

Câu 81: Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng để nếu bấn sai 3 lần liên tiếp của sẽ tự động khóa lại.

A. $\frac{631}{3375}$ **B.** $\frac{189}{1003}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{15}$

Câu 82: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất "có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4" phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 83: Từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ viết ngẫu nhiên một chữ số có 6 chữ số khác nhau dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$ là:

A. $p=\frac{4}{85}$. **B.** $p=\frac{4}{135}$. **C.** $p=\frac{3}{20}$. **D.** $p=\frac{5}{158}$

Câu 84: Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 viên bi được rút ra với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số lẻ là

A. $\frac{226}{462}$. **B.** $\frac{118}{231}$. **C.** $\frac{115}{231}$. **D.** $\frac{103}{231}$.

Câu 85: Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn.

A. $\frac{212}{221}$. **B.** $\frac{9}{221}$. **C.** $\frac{59}{1326}$. **D.** $\frac{1267}{1326}$.

Câu 86: Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư và 4 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ là.

A. $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 87: Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 3, 5, 7, 9. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{60}$. **C.** $\frac{59}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 88: Một chiếc ôtô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kĩ thuật. Xác suất để động cơ 1 gặp trục trặc là 0,5. Xác suất để động cơ 2 gặp trục trặc là 0,4. Biết rằng xe chỉ không thể chạy được khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

A. $0,2$. **B.** $0,8$. **C.** $0,9$. **D.** $0,1$.

Câu 89: Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

A. $\frac{207}{625}$. **B.** $\frac{72}{625}$. **C.** $\frac{418}{625}$. **D.** $\frac{553}{625}$.

Câu 90: Ba xạ thủ A, B, C độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của A, B, C tương ứng là $0,4; 0,5$ và $0,7$. Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng mục tiêu.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Câu 91: Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Câu 92: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là $0,2$; vòng 9 là $0,25$ và vòng 8 là $0,15$. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xả thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhấ 28 điểm. Xác suất để xả thủ này đạt loại giỏi

A. $0,0935$. **B.** $0,0755$. **C.** $0,0365$. **D.** $0,0855$.

Câu 93: Một lớp học có 100 học sinh, trong đó có 40 học sinh giỏi ngoại ngữ; 30 học sinh giỏi tin học và 20 học sinh giỏi cả ngoại ngữ và tin học. Học sinh nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhien một trong các học sinh trong lớp, xác suất để học sinh đó được tăng điểm là

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 94: Một lớp có 25 học sinh, trong đó có 15 em học khá môn Toán, 16 em học khá môn Văn. Biết rằng mỗi học sinh trong lớp đều khá ít nhất một trong hai môn trên. Xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn

A. $\frac{21}{575}$. **B.** $\frac{7}{11}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 95: Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là

A. $\frac{11}{420}$. **B.** $\frac{11}{360}$. **C.** $\frac{349}{360}$. **D.** $\frac{409}{420}$.

Câu 96: Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn mộ ban cán sự lớp gồm 4 em. Xác suất để 4 bạn đó có ít nhất một nam và 1 nữ

A. $\frac{15475}{18278}$. **B.** $\frac{2083}{18278}$. **C.** $\frac{11}{360}$. **D.** $\frac{349}{360}$.

Câu 97: Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi.

A. $\frac{9}{1225}$. **B.** $\frac{1216}{1225}$. **C.** $\frac{12}{1225}$. **D.** $\frac{1213}{1225}$.

Câu 98: Một hội nghị bàn tròn có phái đoàn các nước: Mỹ có 5 người, Nga có 5 người, Anh có 4 người, Pháp có 6 người, Đức có 4 người. Xếp ngẫu nhiên các đại biểu vào bàn tròn. Xác suất sao cho các người quốc tịch ngồi cùng nhau

A. $\frac{6}{23!}$. **B.** $\frac{4!}{24!}$. **C.** $\frac{4!5!5!4!6!4!}{24!}$. **D.** $\frac{23!-6}{23!}$.

Câu 99: Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự $(x;y;z)$ với $x;y;z$ lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để $x+y+z<16$ là

A. $\frac{5}{108}$. **B.** $\frac{23}{24}$. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** $\frac{103}{108}$.

Câu 100: Viết 6 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 lên 6 mảnh bìa như nhau. Rút ngẫu nhiên ra 3 tấm bìa và xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất sao cho 3 tấm bìa đó xếp thành số có 3 chữ số là

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{33}{40}$.

Câu 101: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau lập từ $\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S. Xác suất để tích hai số chọn được là một số chẵn

A. $\frac{41}{42}$. **B.** $\frac{1}{42}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 102: Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 (kg). Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong số đó. Xác suất để trọng lượng 3 quả không nhỏ hơn 10 (kg) là

A. $\frac{3}{28}$. **B.** $\frac{25}{28}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{7}{8}$.

Câu 103: Trong một hộp đựng 20 viên bi trong đó có 12 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi xanh khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 7 viên bi. Xác suất để 7 viên bi được chọn ra không quá 2 viên bi đỏ

A. $\frac{84}{1615}$. **B.** $\frac{101}{1938}$. **C.** $\frac{1882}{1983}$. **D.** $\frac{1531}{1615}$.

Câu 104: Có 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm chia hết cho 10 là

A. $\frac{634}{667}$. **B.** $\frac{33}{667}$. **C.** $\frac{568}{667}$. **D.** $\frac{99}{667}$.

Câu 105: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số 1 đến 9. Hỏi phải rút bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\frac{5}{6}$

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 106: Năm đoạn thẳng có độ dài 1cm; 3cm; 5cm; 7cm; 9cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành 1 tam giác là

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 107: Người ta sử dụng 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Vật lý, 7 cuốn Hóa học (các cuốn cùng loại thì giống nhau) để làm giải thưởng cho 9 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 9 học sinh có 2 bạn X và Y. Xác suất để hai bạn đó có giải thưởng giống nhau là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Câu 108: Xếp ngẫu nhiên 5 bạn nam và 3 bạn nữ vào một bàn tròn. Xác suất để không có ba bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

A. $\frac{5}{7}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{1}{84}$. **D.** $\frac{5}{84}$.

Câu 109: Đạt và Phong tham gia chơi trò một trò chơi đối kháng, thỏa thuận rằng ai thắng 5 ván trước là thắng chung cuộc và được hưởng toàn bộ số tiền thưởng của chương trình (không có ván nào hòa). Tuy nhiên khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi thì xảy ra sự cố kĩ thuật và chương trình buộc phải dừng lại. Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức. Hỏi phải chia số tiền thưởng như thế nào cho hợp lý (dựa trên quan điểm tiền thưởng tỉ lệ thuận với xác suất thắng cuộc của mỗi người)

A. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $4:3$. **B.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $1:7$. **C.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $7:1$. **D.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $3:4$.

Câu 110: An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là $0,4$ (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

A. $0,064$. **B.** $0,1152$. **C.** $0,13824$. **D.** $0,31744$.

Câu 111: Một đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu có 3 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một thí sinh chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời, hỏi xác suất thí sinh có được điểm nào là cao nhất? Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

A. điểm 3. **B.** điểm 4. **C.** điểm 5. **D.** điểm 6.

Câu 112: Một xạ thủ bán từ khoảng cách 100m có xác suất bắn trúng đích là:

- Tâm 10 điểm: 0,5.
- Vòng 9 điểm: 0,25.
- Vòng 8 điểm: 0,1.
- Vòng 7 điểm: 0,1.
- Ngoài vòng 7 điểm: 0,05.

Tính xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ đó được 27 điểm

A. $0,15$. **B.** $0,75$. **C.** $0,165625$. **D.** $0,8375$.

Câu 113: Nam tung một đồng xu cân đối 5 lần liên tiếp. Xác suất xảy ra để Nam tung cả 5 lần đồng xu đều là mặt sấp

A. $0,5$. **B.** $0,03125$. **C.** $0,25$. **D.** $0,125$.

Câu 114: Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là

A. $0,188$. **B.** $0,024$. **C.** $0,976$. **D.** $0,812$.

Câu 115: Trong dịp nghỉ lễ 30-4 và 1-5 thì một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi "Ném vòng cổ chai lấy thưởng". Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vào cổ trai lần đầu là 0,75. Nếu ném trượt lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là 0,6. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

A. $0,18$. **B.** $0,03$. **C.** $0,75$. **D.** $0,81$.

Câu 116: Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 6 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn và 4 học sinh giỏi cả 2 môn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 em. Xác suất 2 em đó là học sinh giỏi

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{169}{190}$. **C.** $\frac{21}{190}$. **D.** $\frac{9}{20}$.

Câu 117: Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, và 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

A. $\frac{8005}{8008}$. **B.** $\frac{11}{14}$. **C.** $\frac{6289}{8008}$. **D.** $\frac{1719}{8008}$.

Câu 118: Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được lập từ 1, 3, 5, 7, 9. Xác suất để viết được số bắt đầu bởi 19 là

A. $\frac{59}{60}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{1}{20}$.

Câu 119: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{418}{455}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 120: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{418}{455}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 121: Trong hệ trục tọa độ Oxy cho $A(-2;0), B(-2;2), C(4;2), D(4;0)$. Chọn ngẫu nhiên một điểm có tọa độ $(x;y)$; (với x, y là các số nguyên) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$ (kể cả các điểm nằm trên cạnh).

Gọi A là biến cố: "x, y đều chia hết cho 2". Xác suất của biến cố A là

A. $\frac{7}{21}$. **B.** $\frac{13}{21}$. **C.** 1. **D.** $\frac{8}{21}$.

Câu 122: Một tổ gồm 9 em, trong đó có 3 nữ được chia thành 3 nhóm đều nhau. Tính xác xuất để mỗi nhóm có một nữ.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{27}{84}$. **C.** $\frac{53}{56}$. **D.** $\frac{19}{28}$.

Câu 123: Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội củaViệt nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$ mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 3 đội Việt nam nằm ở 3 bảng đấu là

A. $P = \frac{2C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **B.** $P = \frac{6C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **C.** $P = \frac{3C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **D.** $P = \frac{C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$

Câu 124: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P = \frac{13}{68}$. **B.** $P = \frac{55}{68}$. **C.** $P = \frac{68}{81}$. **D.** $P = \frac{13}{81}$.

Câu 125: Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

A. $P = \frac{1}{55}$. **B.** $P = \frac{1}{220}$. **C.** $P = \frac{1}{4}$. **D.** $P = \frac{1}{14}$.

Câu 126: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P = \frac{13}{68}$. **B.** $P = \frac{55}{68}$. **C.** $P = \frac{68}{81}$. **D.** $P = \frac{13}{81}$.

Câu 127: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số chỉ chứa 3 số lẻ là

A. $P=\frac{16}{42}$. **B.** $P=\frac{16}{21}$. **C.** $P=\frac{10}{21}$. **D.** $P=\frac{23}{42}$.

Câu 128: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{115}{231}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{118}{231}$.

Câu 129: Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và $0,6$ (với $x>y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi ban là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P(C)=0,452$. **B.** $P(C)=0,435$. **C.** $P(C)=0,4525$. **D.** $P(C)=0,4245$.

Câu 130: Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hú họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. $P(A)=0,7124$. **B.** $P(A)=0,7759$. **C.** $P(A)=0,7336$. **D.** $P(A)=0,783$.

Câu 131: Cho tập $A=\{1;2;3;4;5;...;100\}$. Gọi *S* là tập các tập con của ***A***. Mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của *S*. Xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân là?

A. $\frac{4}{645}$ **B.** $\frac{2}{1395}$ **C.** $\frac{3}{645}$ **D.** $\frac{1}{930}$

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

QUY TẮC ĐẾM, HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

Câu 1: Số 6303268125 có bao nhiêu ước số nguyên?

A. 420. **B.** 630. **C.** 240. **D.** 720.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1:

Áp dụng công thức: Nếu số N được phân tích thành thừa số các số nguyên tố dạng $N=p_1^{k_1}.p_2^{k_2}...p_n^{k_n}$ thì số các ước nguyên dương bằng $k=(k_1+1)(k_2+1)...(k_n+1)$. Do đó số các ước nguyên của N là $2k$.

Với $N=6303268125=3^5.5^4.7^3.11^2$ thì có $2.(5+1)(4+1)(3+1)(2+1)=720$ ước số nguyên.

Cách 2: Áp dụng hàm sinh.

Do $N=6303268125=3^5.5^4.7^3.11^2$ nên

+ Hàm sinh để chọn số 3 là: $1+x+x^2+x^3+x^4+x^5$

+ Hàm sinh để chọn số 5 là: $1+x+x^2+x^3+x^4$

+ Hàm sinh để chọn số 7 là: $1+x+x^2+x^3$

+ Hàm sinh để chọn số 11 là: $1+x+x^2$

Suy ra hàm sinh các ước nguyên dương của 6303268125 có dạng:

$$f(x)=\left(1+x+x^2+x^3+x^4+x^5\right)\left(1+x+x^2+x^3+x^4\right)\left(1+x+x^2+x^3\right)\left(1+x+x^2\right)$$

Tổng số các ước nguyên dương của N là tổng tất cả các hệ số của các số hạng trong khai triển trên, do đó số các ước nguyên dương của N là $f(1)=360$ nên số ước nguyên của N là 720.

Câu 2: Đề cương ôn tập chương I môn lịch sử lớp 12 có 30 câu. Trong đề thi chọn ngẫu nhiên 10 câu trong 30 câu đó. Một học sinh chỉ nắm được 25 câu trong đề cương đó. Xác suất để trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã nắm được là. (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. $P=0,449$. **B.** $P=0,448$. **C.** $P=0,34$. **D.** $P=0,339$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

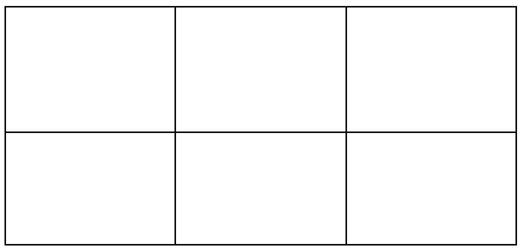
Chọn 10 câu bất kỳ từ 30 câu có C_{30}^{10} cách. Vậy số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố “trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã nắm được”

$n(A)=C_{25}^{9}.C_{5}^{1}+C_{25}^{10}$

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{C_{25}^{9}C_{5}^{1}+C_{25}^{10}}{C_{30}^{10}}\approx 0,449$.

Câu 3: Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374. **B.** 139968. **C.** 576. **D.** 15552.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta tô màu theo thứ tự sau:

1) Tô 1 ô vuông 4 cạnh: chọn 2 trong 3 màu, ứng với 2 màu được ta tô vào ô như sau: chọn 2 cạnh trong hình vuông đơn vị để tô màu thứ nhất có $C_4^2=6$ cách (màu thứ 2 tô 2 cạnh còn lại). Do đó, có $6.C_3^2$ cách tô.

2) Tô 3 ô vuông 3 cạnh (có một cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 3 cách tô màu 1 trong 3 cạnh theo màu của cạnh đã tô trước đó, chọn 1 trong 2 màu còn lại tô 2 cạnh còn lại, có $3.C_2^1=6$ cách tô. Do đó có 6^3 cách tô.

3) Tô 2 ô vuông 2 cạnh (có 2 cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 2 cách tô màu 2 cạnh (2 cạnh tô trước cùng màu hay khác màu không ảnh hưởng số cách tô). Do đó có 2^2 cách tô.

Vậy có $6.C_3^2.6^3.4=15552$ cách tô.

Câu 4: Cho đa giác đều 100 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là

A. 44100. **B.** 78400. **C.** 117600. **D.** 58800.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đánh số các đỉnh là $A_1, A_2, ..., A_{100}$.

Xét đường chéo A_1A_{51} của đa giác là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều chia đường tròn ra làm 2 phần mỗi phần có 49 điểm từ A_2 đến A_{50} và A_{52} đến A_{100}.

+ Khi đó, mỗi tam giác có dạng $A_1A_iA_j$ là tam giác tù nếu A_i và A_j cùng nằm trong nửa đường tròn, chọn nửa đường tròn: có 2 cách chọn.

+ Chọn hai điểm A_i, A_j là hai điểm tùy ý được lấy từ 49 điểm A_2, A_3 đến A_{50}, có $C_{49}^2 = 1176$ cách chọn. Giả sử tam A_i nằm giữa A_1 và A_j thì tam giác tù tại đỉnh A_i.

+ Khi xét tại đỉnh A_j thì tam giác $A_jA_iA_1 \equiv A_1A_iA_j$.

+ Vì đa giác có 100 đỉnh nên số tam giác tù là $\dfrac{2.1176.100}{2} = 117600$ tam giác tù.

Câu 5: Cho đa giác đều $2n$ $(n \geq 2,\ n \in \mathbb{Z})$ đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong $2n$ đỉnh của đa giác là

A. $2n(2n-1)(2n-2)$. **B.** $\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}$. **C.** $n(n-1)(n-2)$. **D.** $\dfrac{n(n-1)(n-2)}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đánh số các đỉnh là $A_1, A_2, ..., A_{2n}$.

Xét đường chéo A_1A_{n+1} của đa giác là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều chia đường tròn ra làm 2 phần mỗi phần có $n-1$ điểm từ A_2 đến A_n và A_{n+2} đến A_{2n}.

+ Khi đó, mỗi tam giác có dạng $A_1A_iA_j$ là tam giác tù nếu A_i và A_j cùng nằm trong nửa đường tròn, chọn nửa đường tròn: có 2 cách chọn.

+ Chọn hai điểm A_i, A_j là hai điểm tùy ý được lấy từ từ $n-1$ điểm A_2, A_3 đến A_n, có $C_{n-1}^2=\dfrac{(n-2)(n-1)}{2}$ cách chọn.

+ Giả sử tam A_i nằm giữa A_1 và A_j thì tam giác tù tại đỉnh A_i. Khi xét tại đỉnh A_j thì tam giác $A_jA_iA_1\equiv A_1A_iA_j$.

+ Vì đa giác có $2n$ đỉnh nên số tam giác tù là $\dfrac{2(n-2)(n-1)}{2.2}.2n=n(n-1)(n-2)$.

Câu 6: Cho đa giác đều 100 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác vuông được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là

A. 2450. **B.** 98. **C.** 4900. **D.** 9800.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đánh số các đỉnh là $A_1,A_2,...,A_{100}$.

+ Mỗi tam giác vuông thì có một cạnh là đường kính của đường tròn (cũng là một đường chéo đi qua tâm của đa giác), có 50 đường kính.

+ Xét đường kính A_1A_{51} của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều chia đường tròn ra làm 2 phần mỗi phần có 49 điểm từ A_2 đến A_{50} và A_{52} đến A_{100}. Chọn một đỉnh cho tam giác vuông $A_1A_iA_{50}$, có 98 cách chọn.

+ Vậy số tam giác vuông là $50.98=4900$ tam giác.

Câu 7: Cho đa giác đều $2n$ $(n\ge 2,\ n\in\mathbb{Z})$ đỉnh nội tiếp một đường tròn. Biết rằng số tam giác có các đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1,A_2,...,A_{2n}$ gấp 20 lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1,A_2,...,A_{2n}$. Số cạnh của của đa giác là

A. 14. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Số tam giác là C_{2n}^3.

+ Mỗi đa giác đều $2n$ đỉnh thì có n đường chéo đi qua tâm của đường tròn. Hai đường chéo đi qua tâm của đường tròn thì sẽ tạo ra một hình chữ nhật thỏa yêu cầu bài toán. Nên số hình chữ nhật là C_n^2.

+ Theo giả thuyết ta có : $C_{2n}^3=20C_n^2$ $(n\ge 2)$

$\Leftrightarrow \frac{(2n)!}{(2n-3)!.3!}=20\frac{n!}{2!(n-2)!}$

$\Leftrightarrow \frac{n(2n-1)(2n-2)}{3}=10n(n-1)$

$\Leftrightarrow 2n-1=15\ \left(\text{do } n(n-1)>0, \forall n\geq 2\right)$

$\Leftrightarrow n=8$.

Vậy đa giác có 16 cạnh.

Câu 8: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, **C.** Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Có $6!$ cách xếp chỗ cho các học sinh.

Khi đó, với mỗi cách xếp chỗ cho các học sinh thì giữa các học sinh có 5 "khoảng trống" để xếp chỗ cho 3 thầy giáo nên có $C_5^3.3!$ cách xếp chỗ cho các thầy giáo.

Vậy có $6!.C_5^3.3!=43200$ cách xếp thỏa mãn.

Câu 9: các chữ số $0,1,2,3,5,8$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi số cần lập là $\overline{abcd}$

+ TH1:

Chọn $d=3$ có 1 cách

Chọn a có 4 cách.

Chọn b,c có A_4^2 cách

$\Rightarrow$ Vậy có tất cả $4.A_4^2=48$ (số)

+ TH2:

Chọn $d\neq 3\Rightarrow d=\ 1;5$ có 2 cách.

Chọn $a=3$ có 1 cách.

Chọn b,c có A_4^2 cách

$\Rightarrow$ Vậy có tất cả $2.A_4^2 = 24$ (số)

+) TH3: Chọn $d \neq 3 \Rightarrow d \in \{1;5\}$ có 2 cách

Chọn $a \neq 3$

*) Có thể giải cách khác:

- $x = \overline{abcd}$ là số lẻ:

+) Chọn d có 3 cách

+) Chọn a: có 4 cách

+) Chọn b, c có A_4^2 cách

Suy ra có $3.4.A_4^2 = 144$ số lẻ.

- $x = \overline{abcd}$ là số lẻ không có chữ số 3.

Tương tự như trên ta có $2.3.A_3^2 = 36$.

Vậy có $144 - 36 = 108$ số.

Câu 10: Một nhóm 9 người gồm ba đàn ông, bốn phụ nữ và hai đứa trẻ đi xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp họ ngồi trên một hàng ghế sao cho mỗi đứa trẻ ngồi giữa hai phụ nữ và không có hai người đàn ông nào ngồi cạnh nhau?

A. 288. **B.** 864. **C.** 24. **D.** 576.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Kí hiệu T là ghế đàn ông ngồi, N là ghế cho phụ nữ ngồi, C là ghế cho trẻ con ngồi. Ta có các phương án sau:

PA1: $TNCNTNCNT$

PA2: $TNTNCNCNT$

PA3: $TNCNCNTNT$

Xét phương án 1: Ba vị trí ghế cho đàn ông có $3!$ cách.

Bốn vị trí ghế cho phụ nữ có thể có $4!$ cách.

Hai vị trí ghế trẻ con ngồi có thể có $2!$ cách.

Theo quy tắc nhân thì ta có $3!.4!.2! = 288$ cách.

Lập luận tương tự cho phương án 2 và phương án 3.

Theo quy tắc cộng thì ta có $288 + 288 + 288 = 864$ cách.

Câu 11: Với các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số, trong đó chữ số 1 có mặt 3 lần, mỗi chữ số khác có mặt đúng một lần?

A. 6720 số. **B.** 40320 số. **C.** 5880 số. **D.** 840 số.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử các số tự nhiên gồm 8 chữ số tương ứng với 8 ô.

Do chữ số 1 có mặt 3 lần nên ta sẽ coi như tìm số các số thỏa mãn đề bài được tạo nên từ 8 số $0,1,1,1,2,3,4,5$.

Số hoán vị của 8 số $0,1,1,1,2,3,4,5$ trong 8 ô trên là $8!$

Mặt khác chữ số 1 lặp lại 3 lần nên số cách xếp là $\frac{8!}{3!}$ kể cả trường hợp số 0 đứng đầu.

Xét trường hợp ô thứ nhất là chữ số 0, thì số cách xếp là $\frac{7!}{3!}$.

Câu 12: Một thầy giáo có 10 cuốn sách khác nhau trong đó có 4 cuốn sách Toán, 3 cuốn sách Lí, 3 cuốn sách Hóa. Thầy muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 em học sinh A, B, C, D, E mỗi em một cuốn. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách tặng cho các em học sinh sao cho sau khi tặng xong, mỗi một trong ba loại sách trên đều còn ít nhất một cuốn.

A. 204 cách. **B.** 24480 cách. **C.** 720 cách. **D.** 2520 cách.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta thấy với bài toán này nếu làm trực tiếp thì sẽ khá khó, nên ta sẽ làm theo cách gián tiếp. Tìm bài toán đối đó là tìm số cách sao cho sau khi tặng sách xong có 1 môn hết sách.

TH1: Môn Toán hết sách:

Số cách chọn 4 cuốn sách Toán là 1 cách.

Số cách chọn 1 cuốn trong 6 cuốn còn lại là 6 cách.

Vậy có 6 cách chọn sách.

Số cách tặng 5 cuốn sách đó cho 5 em học sinh là $A_5^5 = 120$ cách.

Vậy có $6.120 = 720$ cách.

TH2: Môn Lí hết sách:

Số cách chọn 3 cuốn sách Lí là 1 cách.

Số cách chọn 2 cuốn trong 7 cuốn còn lại là C_7^2 cách.

Vậy có 21 cách chọn sách.

Số cách tặng 5 cuốn sách đó cho 5 em học sinh là $A_5^5 = 120$ cách.

Vậy có $21.120 = 2520$ cách.

TH3: Môn Hóa hết sách: Tương tự trường hợp 2 thì có 2520 cách.

Số cách chọn 5 cuốn bất kì trong 10 cuốn và tặng cho 5 em là $C_{10}^5.A_5^5 = 30240$ cách.

Vậy số cách chọn sao cho sau khi tặng xong, mỗi loại sách trên đều còn lại ít nhất một cuốn là $30240 - 720 - 2520 - 2520 = 24480$ cách.

Câu 13: Trong kì thi tuyển nhân viên chuyên môn cho công ty cổ phần Giáo dục trực tuyến VEDU, ở khối A có 51 thí sinh đạt điểm giỏi môn Toán, 73 thí sinh đạt điểm giỏi môn Vật lí, 73 thí sinh đạt điểm giỏi môn Hóa học, 32 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Vật lí, 45 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Vật lí và Hóa học, 21 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Hóa học, 10 thí sinh đạt điểm giỏi cả ba môn Toán, Vật lí và Hóa học. Có 767 thí sinh mà cả ba môn đều không có điểm giỏi. Hỏi có bao nhiêu thí sinh tham dự tuyển nhân viên chuyên môn cho công ty?

A. 867. **B.** 776. **C.** 264. **D.** 767.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Kí hiệu A,B,C tương ứng là tập hợp các thí sinh đạt điểm giỏi ở ít nhất một trong ba môn là Toán, Vật lý, Hóa học. $|A| = 51; |B| = 73; |C| = 64; |A\cap B| = 32; |B\cap C| = 45; |A\cap C| = 21; |A\cap B\cap C| = 10.$

Lúc này ta có $A\cup B\cup C$ là tập hợp các học sinh đạt điểm giỏi ở ít nhất một trong ba môn là Toán, Vật lý, Hóa học. Ta có:

$$|A\cup B\cup C| = |A| + |B| + |C| - |A\cap B| - |B\cap C| - |A\cap C| + |A\cap B\cap C|$$
$$= 51 + 73 + 64 - 32 - 45 - 21 + 10 = 100.$$

Vậy số thí sinh dự tuyển vào công ty VEDU là $100 + 767 = 867$.

Câu 14: Người ta phỏng vấn 100 người về ba bộ phim A,B,C đang chiếu thì thu được kết quả như sau:

Bộ phim A: có 28 người đã xem.

Bộ phim B: có 26 người đã xem.

Bộ phim B: có 14 người đã xem.

Có 8 người đã xem hai bộ phim A và B

Có 4 người đã xem hai bộ phim B và C

Có 3 người đã xem hai bộ phim A và C

Có 2 người đã xem cả ba bộ phim A, B và **C.**

Số người không xem bất cứ phim nào trong cả ba bộ phim A,B,C là:

A. 55. **B.** 45. **C.** 32. **D.** 51.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Theo quy tắc tính số phần tử của ba tập hợp hữu hạn bất kì, ta có số người xem ít nhất một bộ phim là $28+26+14-8-4-3+2=55$ người.

Vậy số người không xem bất cứ bộ phim nào là $100-55=45$ người**.**

Câu 15: Sắp xếp 5 học sinh lớp A và 5 học sinh lớp B vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế sao cho 2 học sinh ngồi đối diện nhau thì khác lớp. Khi đó số cách xếp là:

A. 460000. **B.** 460500. **C.** 460800. **D.** 460900.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1:

Bước 1: Học sinh đầu tiên, giả sử đó là học sinh lớp A có 10 cách chọn ghế.

Bước 2: Có 5 cách chọn ra một học sinh lớp B ngồi vào ghế đối diện.

Bước 3: Có 8 cách chọn ra một học sinh lớp A vào ghế tiếp theo.

Bước 4: Có 4 cách chọn ra học sinh lớp B vào ghế đối diện.

Bước 5: Có 6 cách chọn ra học sinh lớp A.

Bước 6: Có 3 cách chọn học sinh lớp B vào ghế đối diện.

Bước 7: Có 4 cách chọn học sinh lớp A vào ghế tiếp.

Bước 8: Có 2 cách chọn học sinh lớp B vào ghế đối diện.

Bước 9: Có 2 cách chọn học sinh lớp A vào ghế kế tiếp.

Bước 10: Có 1 cách chọn học sinh lớp B vào ghế đối diện.

Theo quy tắc nhân thì có $10.5.8.4.6.3.4.2.2.1=(5!)^2.2^5=460800$ cách.

Cách 2:

Vì 2 học sinh ngồi đối diện nhau thì khác lớp nên mỗi cặp ghế đối diện nhau sẽ được xếp bởi 1 học sinh lớp A và 1 học sinh lớp B.

Số cách xếp 5 học sinh lớp A vào 5 cặp ghế là $5!$ cách. Số cách xếp 5 học sinh lớp B vào 5 cặp ghế là $5!$ cách. Số cách xếp chỗ ở mỗi cặp ghế là 2 cách.

Theo quy tắc nhân thì có $(5!)^2.2^5 = 460800$ cách.

Câu 16: Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi điểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau nhiều nhất là bao nhiêu?

A. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n(C^2_{n-1}-1)+5C^3_n\right]$.

B. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2\left[n\left(C^2_{n-1}-1\right)+5C^3_n\right]$.

C. $3C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2\left[nC^2_{n-1}-1+5C^3_n\right]$.

D. $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n\left(C^2_{n-1}-1\right)+5C^3_n\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

*Gọi n điểm đã cho là $A_1, A_2, ..., A_n$. Xét một điểm cố định, khi đó có C^2_{n-1} đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại nên sẽ có C^2_{n-1} đường thẳng vuông góc đi qua điểm cố định đó.

*Do đó có tất cả $nC^2_{n-1} = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{2}$ đường thẳng vuông góc nên có $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}$ giao điểm (tính cả những giao điểm trùng nhau)

*Ta chia các điểm trùng nhau thành 3 loại

- Qua một điểm có $C^2_{n-1} = \dfrac{(n-1)(n-2)}{2}$ đường thẳng vuông góc nên ta phải trừ đi $n\left(C^2_{n-1}-1\right)$ điểm.

- Qua ba điểm A_1, A_2, A_3 của 1 tam giác có 3 đường thẳng cùng vuông góc với A_4A_5 và 3 đường thẳng này song song với nhau nên ta mất 3 giao điểm, do đó trong TH này ta phải loại đi $3C^3_n$

- Trong mỗi tam giác thì ba đường cao chỉ có một giao điểm, nên ta mất 2 điểm cho mỗi tam giác, do đó trường hợp này ta phải trừ đi $2C^3_n$.

Vậy số giao điểm nhiều nhất có được là: $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n\left(C^2_{n-1}-1\right)+5C^3_n\right]$.

Câu 17: Cho tập hợp $A=\{2;5\}$. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có 10 chữ số sao cho không có chữ số 2 nào đứng cạnh nhau?

A. 144 số. **B.** 143 số. **C.** 1024 số. **D.** 512 số.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TH1: Số có 10 chữ số 5: chỉ có 1 số duy nhất.

TH2: Số có 9 chữ số 5 và 1 chữ số 2.

Xếp 9 số 5 thành hàng có 1 cách. Khi đó tạo nên 10 "vách ngăn" để xếp số 2.

Xếp số 2 có C_{10}^1 cách. Vậy có C_{10}^1 số.

TH3: Số có 8 chữ số 5 và 2 chữ số 2.

Tương tự sử dụng phương pháp tạo vách ngăn như TH2 thì tìm được C_9^2 số.

TH4: Số có 7 chữ số 5 và 3 chữ số 2: có C_8^3 số.

TH5: Số có 6 chữ số 5 và 4 chữ số 2: có C_7^4 số.

TH6: Có 5 chữ số 5 và 5 chữ số 2: có C_6^5 số.

Vậy theo quy tắc cộng thì có $1+C_{10}^1+C_9^2+C^3+C_7^4+C_6^5=144$ số.

Câu 18: Cho đa giác đều $A_1A_2...A_{2n}$ nội tiếp trong đường tròn tâm O. Biết rằng số tam giác có đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$ gấp 20 lần so với số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$. Vậy giá trị của n là:

A. $n=10$. **B.** $n=12$. **C.** $n=8$. **D.** $n=14$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$ là C_{2n}^3.

Ứng với hai đường chéo đi qua tâm của đa giác $A_1A_2...A_{2n}$ cho tương ứng một hình chữ nhật có 4 đỉnh

là 4 điểm trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$ và ngược lại mỗi hình chữ nhật như vậy sẽ cho ra 2 đường chéo đi qua tâm O của đa giác.

Mà số đường chéo đi qua tâm của đa giác đều $2n$ đỉnh là n nên số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm là C_n^2

Theo đề bài ta có: $C_{2n}^3=20C_n^2 \Leftrightarrow \dfrac{2n(2n-1)(2n-2)}{3!}=\dfrac{20n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n=8$.

Câu 19: Biển đăng kí xe ô tô có 6 chữ số và hai chữ cái trong số 26 chữ cái (không dùng các chữ I và O). Chữ đầu tiên khác 0. Hỏi số ô tô được đăng kí nhiều nhất có thể là bao nhiêu?

A. 5184.10^5. **B.** 576.10^6. **C.** 33384960. **D.** 4968.10^5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo quy tắc nhân ta thực hiện từng bước.

Chữ cái đầu tiên có 24 cách chọn.

Chữ cái tiếp theo cũng có 24 cách chọn.

Chữ số đầu tiên có 9 cách chọn.

Chữ số thứ hai có 10 cách chọn.

Chữ số thứ ba có 10 cách chọn.

Chữ số thứ tư có 10 cách chọn.

Chữ số thứ năm có 10 cách chọn.

Chữ số thứ sau có 10 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $24.24.9.10^5 = 5184.10^5$ là số ô tô nhiều nhất có thể đăng kí.

Câu 20: Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi một khác nhau), người ta muốn chọn một bó hồng gồm 7 bông, hỏi có bao nhiêu cách chọn bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ?

A. 10 cách. **B.** 20 cách. **C.** 120 cách. **D.** 150 cách.

Phân tích

Ta thấy do chỉ chọn 7 bông hồng mà có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ nên chỉ có 3 trường hợp sau:

TH1: Chọn được 3 bông hồng vàng và 4 bông hồng đỏ.

TH2: Chọn được 4 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ.

TH3: Chọn được 3 bông hồng vàng, 3 bông hồng đỏ và 1 bông hồng trắng.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

TH1: Số cách chọn 3 bông hồng vàng là C_5^3 cách.

Số cách chọn 4 bông hồng đỏ là C_4^4 cách.

Theo quy tắc nhân thì có $C_5^3.C_4^4 = 10$ cách.

TH2: Tương tự TH1 thì ta có $C_5^4.C_4^3=20$ cách.

TH3: Tương tự thì có $C_5^3.C_4^3.C_3^1=120$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng thì có $10+20+120=150$ cách.

Câu 21: Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

A. 120. **B.** 90. **C.** 270. **D.** 255.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số cách chọn 4 học sinh bất kì từ 12 học sinh là $C_{12}^4=495$ cách.

Số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một em được tính như sau:

* **TH1:** Lớp A có hai học sinh, các lớp B,C mỗi lớp có 1 học sinh:

Chọn 2 học sinh trong 5 học sinh lớp A có C_5^2 cách.

Chọn 1 học sinh trong 4 học sinh lớp B có C_4^1 cách.

Chọn 1 học sinh trong 3 học sinh lớp C có C_3^1 cách.

Suy ra số cách chọn là $C_5^2.C_4^1.C_3^1=120$ cách.

* **TH2:** Lớp B có 2 học sinh, các lớp A,C mỗi lớp có 1 học sinh:

Tương tự ta có số cách chọn là $C_5^1.C_4^2.C_3^1=90$ cách.

* **TH3:** Lớp C có 2 học sinh, các lớp A,B mỗi lớp có 1 học sinh:

Tương tự ta có số cách chọn là $C_5^1.C_4^1.C_3^2=60$ cách.

Vậy số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một học sinh là $120+90+60=270$ cách.

Số cách chọn ra 4 học sinh thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên là $495-270=225$ cách.

Câu 22: Có bao nhiêu cách sắp xếp 8 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi đen khác nhau thành một dãy sao cho hai viên bi cùng màu thì không được ở cạnh nhau?

A. 3251404800. **B.** 1625702400. **C.** 72. **D.** 36.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Nhận xét: Bài toán là sự kết hợp giữa quy tắc cộng và quy tắc nhân.

Do hai viên bi cùng màu không được ở cạnh nhau nên ta có trường hợp sau:

Phương án 1: Các bi đỏ ở vị trí lẻ. Có 8 cách chọn bi đỏ ở vị trí số 1.

Có 7 cách chọn bi đỏ ờ vị trí số 3.

….

Có 1 cách chọn bi đỏ ở vị trí số 15.

Suy ra có $8.7.6...3.2.1$ cách xếp 8 bi đỏ.Tương tự có $8.7.6...3.2.1$ cách xếp 8 bi xanh.

Vậy có $(8.7...3.2.1)^2$ cách xếp.

Phương án 2: Các bi đỏ ở vị trí chẵn ta cũng có cách xếp tương tự.

Vậy theo quy tắc cộng ta có $(8!)^2+(8!)^2=3251404800$.

Câu 23: Trong một túi đựng 10 viên bi đỏ, 20 viên bi xanh, 15 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích cỡ. Số cách lấy ra 5 viên bi và sắp xếp chúng vào 5 ô sao cho 5 ô bi đó có ít nhất một viên bi đỏ.

A. 146611080. **B.** 38955840. **C.** 897127. **D.** 107655240.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Bước 1: Chọn bi

- Số cách chọn ra 5 viên bi bất kì là C_{45}^5 cách.

- Số cách chọn ra 5 viên bi trong đó không có viên bi đỏ nào là C_{35}^5 cách.

- Số cách chọn ra 5 viên bi trong đó có ít nhất một viên bi màu đỏ là $C_{45}^5-C_{35}^5$ cách.

Bước 2: Sắp xếp các viên bi.

Số cách xếp 5 viên bi vào 5 ô là $5!$

Theo quy tắc nhân thì có $5!.(C_{45}^5-C_{35}^5)=107655240$.

Câu 24: Một bộ bài có 52 lá, có 4 loại: cơ, rô, chuồn, bích mỗi loại có 13 lá. Muốn lấy ra 8 lá bài phải có đúng 1 lá cơ, đúng 3 lá rô và không quá 2 lá bích. Hỏi có mấy cách chọn?

A. 39102206. **B.** 22620312. **C.** 36443836. **D.** 16481894.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Xét các trường hợp sau:

- Lấy được 1 lá cờ, 3 lá rô và 4 chuồn thì có $C_3^1C_{13}^3C_{13}^1C_{13}^3=22620312$ cách lấy.

Theo quy tắc cộng thì có tất cả $22620312+13823524+2658370=39102206$ cách lấy.

Câu 25: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số trong đó các chữ số cách đều chữ số đứng giữa thì giống nhau?

A. 900. **B.** 9000. **C.** 90000. **D.** 27216.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi số cần tìm là $\overline{abcab}$.

Có 9 cách chọn a.

Có 10 cách chọn b.

Có 10 cách chọn c.

Vậy có tất cả $9.10.10=900$ số.

Câu 26: Một lớp có n học sinh ($n>3$). Thầy chủ nhiệm cần chọn ra một nhóm và cần cử ra một học sinh làm nhóm trưởng. Số học sinh trong mỗi nhóm phải lớn hơn 1 và nhỏ hơn n. Gọi T là số cách chọn, lúc này:

A. $T=\sum_{k=2}^{n-1} kC_n^k$. **B.** $T=n\left(2^{n-1}-1\right)$. **C.** $T=n2^{n-1}$. **D.** $T=\sum_{k=1}^{n} kC_n^k$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi A_k là phương án: Chọn nhóm có k học sinh và chỉ định nhóm trưởng của nhóm.

Thầy chủ nhiệm có các phương án $A_2, A_3, A_4, ..., A_{n-1}$. Ta tính xem có bao nhiêu cách thực hiện.

Phương án A_k có hai công đoạn:

- Công đoạn 1: Chọn k học sinh có C_n^k cách chọn.

- Công đoạn 2: Chỉ định nhóm trưởng: có k cách chọn.

Theo quy tắc nhân thì phương án A_k có kC_n^k cách thực hiện.

Vậy theo quy tắc cộng thì $T=\sum_{k=2}^{n-1} kC_n^k$.

Câu 27: Trong một căn phòng có 36 người trong đó có 25 người họ Nguyễn, 11 người họ Trần. Trong số những người họ Nguyễn có 8 cặp là anh em ruột (anh trai và em gái), 9 người còn lại (gồm 4 nam và 5 nữ) không có quan hệ họ hàng với nhau. Trong 11 người họ Trần, có 3 cặp là anh em ruột (anh trai và em gái), 5 người còn lại (gồm 2 nam và 3 nữ) không có quan hệ họ hàng với nhau. Chọn ngẫu nhiên 2 người.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai người cùng họ và khác giới tính?

A. 156. **B.** 30. **C.** 186. **D.** 126.

b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai người sao cho không có cặp anh em ruột nào?

A. 619. **B.** 630. **C.** 11. **D.** 25.

Hướng dẫn giải

a) Chọn C.

Chọn C.

***** Có $8+4=12$ nam họ Nguyễn và có $8+5=13$ nữ họ Nguyễn. Vậy có $12.13=156$ cặp cùng họ Nguyễn mà khắc giới tính.

* Tương tự có $5.6=30$ cách chọ cặp cùng họ Trần mà khác giới tính.

Vậy có $156+30=186$ cách chọn hai người cùng họ và khác giới tính.

b) Chọn A.

Ta có $8+3=11$ cặp anh em trong đó 8 cặp họ Nguyễn và 3 cặp họ Trần.

Chọn bất kì 2 người trong số 36 người thì có $C_{36}^2=630$ cách chọn.

Vậy có tất cả $630-11=619$ cách chọn các cặp sao cho không có cặp anh em nào.

Câu 28: Một bữa tiệc bàn tròn của các câu lạc bộ trong trường Đại học Sư Phạm Hà Nội trong đó có 3 thành viên từ câu lạc bộ Máu Sư Phạm, 5 thành viên từ câu lạc bộ Truyền thông và 7 thành viên từ câu lạc bộ Kĩ năng. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho các thành viên sao cho những người cùng câu lạc bộ thì ngồi cạnh nhau?

A. 7257600. **B.** 7293732. **C.** 3174012. **D.** 1418746.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Do các thành viên cùng câu lạc bộ thì ngồi cạnh nhau nên ta sử dụng phương pháp "buộc" các phần tưt để giải quyết bài toán.

Lúc này ta có 3 phần tử đó là 3 câu lạc bộ. Theo công thức hoán vị vòng quanh được giới thiệu ở phần ví dụ thì ta có $2!$ cách xếp 3 câu lạc bộ vào bàn tròn. Với mỗi cách xếp thì có:

$3!$ cách xếp các thành viên CLB Máu Sư phạm.

$5!$ cách xếp các thành viên CLB Truyền thông.

$7!$ cách xếp các thành viên CLB Kỹ năng.

Vậy theo quy tắc nhân thì có tất cả: $2!.3!.5!.7!=7257600$ cách xếp.

Câu 29: Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng, 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu?

A. 560. **B.** 310. **C.** 3014. **D.** 319.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Số cách lấy 3 bông hồng bất kì: $C_{25}^3 = 2300$

Số cách lấy 3 bông hòng chỉ có một màu: $C_7^3 + C_8^3 + C_{10}^3 = 211$

Số cách lấy 3 bông hồng có đúng hai màu: $C_{15}^3 + C_{17}^3 + C_{18}^3 - 2\left(C_7^3 + C_8^3 + C_{10}^3\right) = 1529$

Vậy số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán là $2300 - 211 - 1529 = 560$.

Cách 2: Có 7 cách chọn bông hồng màu đỏ. Có 8 cách chọn bông hồng màu vàng. Có 10 cách chọn bông hồng màu trắng. $\Rightarrow$ Có $7.8.10 = 560$ cách.

Câu 30: Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\dfrac{9^{2011} - 2019.9^{2010} + 8}{9}$ **B.** $\dfrac{9^{2011} - 2.9^{2010} + 8}{9}$ **C.** $\dfrac{9^{2011} - 9^{2010} + 8}{9}$ **D.** $\dfrac{9^{2011} - 19.9^{2010} + 8}{9}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt X là các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.

$A = \{$ các số tự nhiên không vượt quá 2011 chữ số và chia hết cho 9$\}$

Với mỗi số thuộc A có m chữ số $(m \le 2008)$ thì ta có thể bổ sung thêm $2011 - m$ số 0 vào phía trước thì số có được không đổi khi chia cho 9. Do đó ta xét các số thuộc A có dạng $\overline{a_1a_2...a_{2011}}$; $a_i \in \{0,1,2,3,...,9\}$

$A_0 = \{a \in A |$ mà trong a không có chữ số 9$\}$

$A_1 = \{a \in A |$ mà trong a có đúng 1 chữ số 9$\}$

- Ta thấy tập A có $1 + \dfrac{9^{2011} - 1}{9}$ phần tử
- Tính số phần tử của A_0

Với $x \in A_0 \Rightarrow x = \overline{a_1...a_{2011}}; a_i \in \{0,1,2,...,8\}$ $i = \overline{1,2010}$ và $a_{2011} = 9 - r$ với $r \in [1;9], r \equiv \sum_{i=1}^{2010} a_i$. Từ đó ta suy ra A_0 có 9^{2010} phần tử

- Tính số phần tử của A_1

Để lập số của thuộc tập A_1 ta thực hiện liên tiếp hai bước sau

Bước 1: Lập một dãy gồm 2010 chữ số thuộc tập $\{0,1,2...,8\}$ và tổng các chữ số chia hết cho 9. Số các dãy là 9^{2009}

Bước 2: Với mỗi dãy vừa lập trên, ta bổ sung số 9 vào một vị trí bất kì ở dãy trên, ta có 2010 các bổ sung số 9

Do đó A_1 có 2010.9^{2009} phần tử.

Vậy số các số cần lập là:

$$1 + \frac{9^{2011} - 1}{9} - 9^{2010} - 2010.9^{2009} = \frac{9^{2011} - 2019.9^{2010} + 8}{9}.$$

Câu 31: Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104 **B.** 106 **C.** 108 **D.** 112

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Cách 1: Gọi $x = \overline{a_1a_2...a_6}$, $a_i \in \{1,2,3,4,5,6\}$ là số cần lập

Theo bài ra ta có: $a_1 + a_2 + a_3 + 1 = a_4 + a_5 + a_6$ (1)

Mà $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \{1,2,3,4,5,6\}$ và đôi một khác nhau nên

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1+2+3+4+5+6 = 21$ (2)

Từ (1), (2) suy ra: $a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Phương trình này có các bộ nghiệm là: $(a_1, a_2, a_3) = (1,3,6)$; $(1,4,5)$; $(2,3,5)$

Với mỗi bộ ta có $3!.3! = 36$ số.

Vậy có $3.36 = 108$ số cần lập.

Cách 2: Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số cần lập

Ta có: $\begin{cases} a+b+c+d+e+f = 1+2+3+4+5+6 = 21 \\ a+b+c = d+e+f+1 \end{cases}$

$\Rightarrow a+b+c=11$. Do $a,b,c\in\{1,2,3,4,5,6\}$

Suy ra ta có các cặp sau: $(a,b,c)=(1,4,6);\ (2,3,6);\ (2,4,5)$

Với mỗi bộ như vậy ta có $3!$ cách chọn a,b,c và $3!$ cách chọn d,e,f

Do đó có: $3.3!.3!=108$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 32: Có m nam và n nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra k người trong đó có ít nhất a nam và ít nhất b nữ ($k\le m,n;a+b<k;a,b\ge 1$) với S_1 là số cách chọn có ít hơn a nam, S_2 là số cách chọn có ít hơn b nữ.

A. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^{k}-2(S_1+S_2)$.

B. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $2C_{m+n}^{k}-(S_1+S_2)$.

C. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $3C_{m+n}^{k}-2(S_1+S_2)$.

D. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^{k}-(S_1+S_2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số cách chọn k người trong $m+n$ người là: C_{m+n}^{k}.

*Số cách chọn có ít hơn a nam là: $S_1=\sum_{i=0}^{a-1}C_m^{a-i-1}.C_n^{k-a+i+1}$.

*Số cách chọn có ít hơn b nữ là: $S_2=\sum_{i=0}^{b-1}C_n^{b-i-1}.C_m^{k-b+i+1}$.

Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^{k}-(S_1+S_2)$.

Câu 33: Nếu một đa giác đều có 44 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cứ hai đỉnh của đa giác n $(n\in\mathbb{N},n\ge 3)$ đỉnh tạo thành một đoạn thẳng (bao gồn cả cạnh đa giác và đường chéo).

Khi đó số đường chéo là: $C_n^2-n=44\Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!.2!}-n=44$

$\Leftrightarrow n(n-1)-2n=88\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n=11\\ n=-8\end{array}\right.\Leftrightarrow n=11$ (vì $n\in\mathbb{N}$).

Câu 34: Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đa giác có n cạnh $(n \in \mathbb{N}, n \geq 3)$.

Số đường chéo trong đa giác là: $C_n^2 - n$.

Ta có: $C_n^2 - n = 2n \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!.2!} = 3n \Leftrightarrow n(n-1) = 6n \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 7 \\ n = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 7$.

Câu 35: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

A. $n = 15$. **B.** $n = 27$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 18$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

+ Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2, trong đó có n cạnh, suy ra số đường chéo là $C_n^2 - n$.

+ Đa giác đã cho có 135 đường chéo nên $C_n^2 - n = 135$.

+ Giải PT: $\dfrac{n!}{(n-2)!2!} - n = 135$, $(n \in \mathbb{N}, n \geq 2) \Leftrightarrow (n-1)n - 2n = 270 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 270 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 18\ (nhan) \\ n = -15\ (loai) \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 18$.

Câu 36: Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì, không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi diểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau là bao nhiêu?

A. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3\right]$.

B. $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2\left[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3\right]$.

C. $3C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2\left[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3\right]$.

D. $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi n điểm đã cho là $A_1, A_2, ..., A_n$. Xét một điểm cố định, khi đó có C_{n-1}^2 đường thẳng nên sẽ có C_{n-1}^2 đường thẳng vuông góc đi qua điểm cố định đó.

Do đó có $nC_{n-1}^2=\dfrac{n(n-1)(n-2)}{2}$ đường thẳng vuông góc nên có

$C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}$ giao điểm (tính cả những giao điểm trùng nhau).

Ta chia các điểm trùng nhau thành 3 loại:

* Qua một điểm có $C_{n-1}^2=\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}$ nên ta phải trừ đi $n\left(C_{n-1}^2-1\right)$ điểm.

* Qua A_1,A_2,A_3 có 3 đường thẳng cùng vuông góc với A_4A_5 và 3 đường thẳng này song song với nhau, nên ta mất 3 giao điểm, do đó trong TH này ta phải loại đi: $3C_n^3$.

* Trong mỗi tam giác thì ba đường cao chỉ có một giao điểm, nên ta mất 2 điểm cho mỗi tam giác, do đó trường hợp này ta phải trừ đi $2C_n^3$.

Vậy số giao điểm nhiều nhất có được là: $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-\left[n(C_{n-1}^2-1)+5C_n^3\right]$.

Câu 37: Cho đa giác đều n đỉnh, $n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

+ Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2, trong đó có n cạnh, suy ra số đường chéo là C_n^2-n.

+ Đa giác đã cho có 135 đường chéo nên $C_n^2-n=135$.

+ Giải PT: $\dfrac{n!}{(n-2)!2!}-n=135$, $(n\in\mathbb{N},n\geq 2)\Leftrightarrow(n-1)n-2n=270\Leftrightarrow n^2-3n-270=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=18(nhan)\\ n=-15(loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow n=18$.

Câu 38: Cho đa giác đều n đỉnh, $n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

+ Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2, trong đó có n cạnh, suy ra số đường chéo là C_n^2-n.

+ Đa giác đã cho có 135 đường chéo nên $C_n^2 - n = 135$.

+ Giải PT: $\frac{n!}{(n-2)!2!} - n = 135$, $(n \in \mathbb{N}, n \ge 2) \Leftrightarrow (n-1)n - 2n = 270 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 270 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 18(nhan) \\ n = -15(loai) \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 18$.

Câu 39: Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $C_{2n}^n = (2n)^k$, trong đó k là một ước nguyên tố của C_{2n}^n.

A. n=1 **B.** n=2 **C.** n=3 **D.** n=4

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Giả sử p là một ước nguyên tố của C_{2n}^n và m là số mũ của p trong phân tích tiêu chuẩn C_{2n}^n. Ta chứng minh: $p^m \le 2n$

Giả sử $p^m > 2n \Rightarrow \left[\frac{2n}{p^m}\right] = 0$

Và $m = \left(\left[\frac{2n}{p}\right] - 2\left[\frac{n}{p}\right]\right) + \left(\left[\frac{2n}{p^2}\right] - 2\left[\frac{n}{p^2}\right]\right) + \ldots + \left(\left[\frac{2n}{p^{m-1}}\right] - 2\left[\frac{n}{p^{m-1}}\right]\right)$

Mặt khác: $2[x] + 2 > 2x \ge [2x] \Rightarrow [2x] - 2[x] \le 1$

Do đó: $m \le \underbrace{1 + 1 + \ldots + 1}_{m-1 \text{ sô}} = m - 1$ vô lí

Từ đó suy ra $C_{2n}^n = (2n)^k \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ C_{2n}^n = 2n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ n = 1 \end{cases}$.

Câu 40: Cho tập hợp A có n phần tử $(n \ge 4)$. Biết rằng số tập con của A có 8 phần tử nhiều gấp 26 lần số tập con của A có 4 phần tử. Hãy tìm $k \in \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ sao cho số tập con gồm k phần tử của A là nhiều nhất.

A. $k = 20$ **B.** $k = 11$ **C.** $k = 14$ **D.** $k = 10$

Hướng dẫn giải:

Ta có $C_n^8 = 26C_n^4 \Leftrightarrow \frac{n!}{8!(n-8)!} = 26\frac{n!}{4!(n-4)} \Leftrightarrow (n-7)(n-6)(n-5)(n-4) = 13.14.15.16$

$\Leftrightarrow n - 7 = 13 \Leftrightarrow n = 20$. Số tập con gồm k phần tử của A là: $C_{20}^k \Rightarrow k = 10$ thì C_{20}^k nhỏ nhất.

Câu 41: Cho khối lập phương $3\times3\times3$ gồm 27 khối lập phương đơn vị. Một mặt phẳng vuông góc với đường chéo của khối lập phương lớn tại trung điểm của nó. Mặt phẳng này cắt ngang (không đi qua đỉnh) bao nhiêu khối lập phương đơn vị?

A. 16 **B.** 17 **C.** 18 **D.** 19

Hướng dẫn giải

Đưa vào hệ tọa độ $Oxyz$, xét mặt phẳng đi qua trung điểm OA và vuông góc OA với $A(3;3;3)$ là $(P): x+y+z-\frac{9}{2}=0$. Mặt phẳng này cắt hình lập phương đơn vị nếu điểm $(i;j;k)$ và $(i+1;j+1;k+1)$ nằm về hai phía (P). Vậy

$$\begin{cases} i+j+k-\frac{9}{2}<0 \\ i+1+j+1+k+1-\frac{9}{2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2}<i+j+k<\frac{9}{2}$$

Các họ không thỏa mãn là $i+j+k\le\frac{3}{2}$ hoặc $i+j+k\ge\frac{9}{2}$ tức

$S=\{(0;0;0),(0;0;1),(0;1;0),(1;0;0),(1;2;2),(2;1;2),(2;2;1),(2;2;2)\}$.

Vậy có $27-8=19$ khối lập phương bị cắt.

Chọn D.

Câu 42: Cho S là tập các số nguyên trong đoạn $[1;2002]$ và T là tập hợp các tập con khác rỗng của S. Với mỗi $X\in T$, kí hiệu $m(X)$ là trung bình cộng các phần tử của X. Tính $m=\dfrac{\sum\limits_{X\in T} m(X)}{|T|}$.

A. $m=\frac{3003}{2}$ **B.** $m=\frac{2003}{21}$ **C.** $m=\frac{4003}{2}$ **D.** $m=\frac{2003}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Với mỗi $k\in\{1,2,...,2002\}$ ta đặt $m_k=\sum m(X)$ ở đây lấy tổng theo $X\in T$ mà $|X|=k$.

Xét phần tử a bất kì ta có a thuộc vào C_{2001}^{k-1} tập con $X\in T$ mà $|X|=k$

Do đó: $km_k=(1+2+...+2002)C_{2001}^{k-1}=2001.2001.C_{2001}^{k-1}$

Suy ra $\sum\limits_{X\in T} m(X)=\sum\limits_{k=1}^{2002} m_k=1001.2003.\sum\limits_{k=1}^{2002}\frac{C_{2001}^{k-1}}{k}=\frac{2003\left(2^{2002}-1\right)}{2}$

Mặt khác $|T| = 2^{2002} - 1$, do đó: $m = \frac{2003}{2}$.

Câu 43: Giá trị của $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn đẳng thức $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$ là

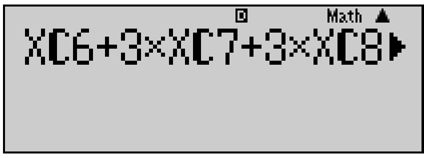
A. $n = 18$. **B.** $n = 16$. **C.** $n = 15$. **D.** $n = 14$.

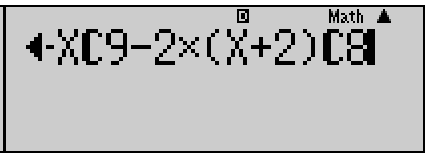
Hướng dẫn giải

Chọn C

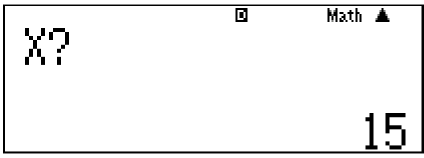
PP sử dụng máy tính để chọn đáp số đúng (PP trắc nghiệm):

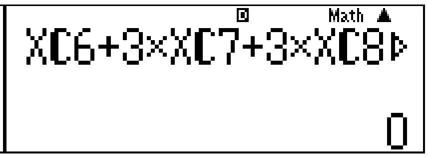
+ Nhập PT vào máy tính: $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 - 2C_{n+2}^8 = 0$





+ Tính (CALC) lần lượt với $X = 18$ (không thoả); với $X = 16$ (không thoả); với $X = 15$ (**thoả**), với $X = 14$ (không thoả)





Câu 44: Tính giá trị của $H = C_{13}^0 - 2C_{13}^1 + 2^2C_{13}^2 - ..... - 2^{13}C_{13}^{13}$.

A. $H = 729$. **B.** $H = 1$. **C.** $H = -729$. **D.** $H = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $(1-x)^{13} = C_{13}^0 - C_{13}^1x + C_{13}^2x^2 - .... - C_{13}^{13}x^{13}$.

Áp dụng với $x = 2$ ta được $(1-2)^{13} = C_{13}^0 - 2^1C_{13}^1 + 2^2C_{13}^2 - .... - 2^{13}C_{13}^{13}$.

Suy ra $H = -1$.

Câu 45: Tính tổng $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + ... + 2018.2^{2017}$.

A. $S = 2017.2^{2018} + 1$. **B.** $S = 2017.2^{2018}$.

C. $S = 2018.2^{2018} + 1$. **D.** $S = 2019.2^{2018} + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

**** Phân tích:***

- Có thể làm theo cách trắc nghiệm bằng cách tính $S = 1 + 2.2 + 3.2^2$ và tương ứng với bộ (hệ số, số mũ) =(3, 2) vào các phương án trả lời, suy ra **Chọn A.**

- Bài toán tổng quát: Tính tổng $S = a_0 + a_1.q^1 + a_2.q^2 + a_3.q^3 + ... + a_n.q^n$ với $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ lập thành một cấp số cộng. Phương pháp để tính S là nhân cả 2 vế với q rồi trừ vế với vế, sử dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của một cấp số nhân là xong.

Hướng dẫn giải:

- Ta có: $S = 1 + 2.2^1 + 3.2^2 + 4.2^3 + ... + 2018.2^{2017}$

$\Rightarrow 2.S = \quad 1.2^1 + 2.2^2 + 3.2^3 + ... + 2017.2^{2017} + 2018.2^{2017}$

- Trừ vế với vế của hai biểu thức trên ta được:

$S - 2S = 1 + \left(2^1 + 2^2 + ... + 2^{2017}\right) - 2018.2^{2018}$

$= 1 + 2\dfrac{2^{2017} - 1}{2 - 1} - 2018.2^{2017} = 1 + 2^{2018} - 2 - 2018.2^{2018}$

$= -2017.2^{2018} - 1$

$\Rightarrow S = 2017.2^{2018} + 1$..

Câu 46: $S_2 = C_{2011}^0 + 2^2 C_{2011}^2 + ... + 2^{2010} C_{2011}^{2010}$

A. $\dfrac{3^{2011} + 1}{2}$ **B.** $\dfrac{3^{211} - 1}{2}$ **C.** $\dfrac{3^{2011} + 12}{2}$ **D.** $\dfrac{3^{2011} - 1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét khai triển:

$(1 + x)^{2011} = C_{2011}^0 + xC_{2011}^1 + x^2 C_{2011}^2 + ... + x^{2010} C_{2011}^{2010} + x^{2011} C_{2011}^{2011}$

Cho $x = 2$ ta có được:

$3^{2011} = C_{2011}^0 + 2.C_{2011}^1 + 2^2 C_{2011}^2 + ... + 2^{2010} C_{2011}^{2010} + 2^{2011} C_{2011}^{2011}$ (1)

Cho $x = -2$ ta có được:

$-1 = C_{2011}^0 - 2.C_{2011}^1 + 2^2 C_{2011}^2 - ... + 2^{2010} C_{2011}^{2010} - 2^{2011} C_{2011}^{2011}$ (2)

Lấy (1) + (2) ta có:

$2\left(C_{2011}^0 + 2^2 C_{2011}^2 + ... + 2^{2010} C_{2011}^{2010}\right) = 3^{2011} - 1$

Suy ra: $S_2 = C_{2011}^0 + 2^2 C_{2011}^2 + ... + 2^{2010} C_{2011}^{2010} = \dfrac{3^{2011} - 1}{2}$.

Câu 47: Số hạng thứ 3 của khai triển $\left(2x + \dfrac{1}{x^2}\right)^n$ không chứa x. Tìm x biết rằng số hạng này bằng số hạng thứ hai của khai triển $\left(1 + x^3\right)^{30}$.

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

$\left(2x+\dfrac{1}{x^2}\right)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k.(2x)^{n-k}.\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^k$.

Vì số hạng thứ ba của khai triển trên ứng với $k=2$ nên số hạng thứ ba của khai triển là $C_n^2.2^{n-2}.x^{n-6}$.

Mà số hạng thứ ba của khai triển không chứa x nên $n-6=0\Leftrightarrow n=6$.

Số hạng thứ 2 của khai triển $\left(1+x^3\right)^{30}$ là $C_{30}^1.x^3=30x^3$.

Khi đó ta có $C_6^2.2^4=30.x^3\Leftrightarrow x=2$.

Câu 48: Trong khai triển $(1+x)^n$ biết tổng các hệ số $C_n^1+C_n^2+C_n^3+.....+C_n^{n-1}=126$. Hệ số của x^3 bằng

A. 15. **B.** 21. **C.** 35. **D.** 20.

Hướng dẫn giải.

Chọn C

$(1+x)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k.x^k$.

Thay $x=1$ vào khai triển ta được

$(1+1)^n=C_n^0+C_n^1+...+C_n^{n-1}+C_n^n=1+126+1=128\Leftrightarrow 2^n=128\Leftrightarrow n=7$.

Hệ số của x^3 bằng $C_7^3=35$.

Câu 49: Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển $\left(\sqrt{10}+\sqrt[8]{3}\right)^{300}$?

A. 37. **B.** 38. **C.** 36. **D.** 39.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

$\left(\sqrt{10}+\sqrt[8]{3}\right)^{300}=\sum\limits_{k=0}^{300}C_{300}^k\left(\sqrt{10}\right)^{300-k}.\left(\sqrt[8]{3}\right)^k$.

Các số hạng hữu tỉ sẽ thỏa mãn $\begin{cases}300-k\,⋮\,2\\ k\,⋮\,8\end{cases}\Leftrightarrow k\,⋮\,8$.

Từ 0 đến 300 có 38 số chia hết cho 8.

Câu 50: Trong khai triển biểu thức $F=\left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2}\right)^9$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8. **B.** 4536. **C.** 4528. **D.** 4520.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có số hạng tổng quát $T_{k+1}=C_9^k\left(\sqrt{3}\right)^{9-k}\left(\sqrt[3]{2}\right)^k$

Ta thấy bậc hai của căn thức là 2 và 3 là hai số nguyên tố, do đó để T_{k+1} là một số nguyên thì $\begin{cases} k\in\mathbb{N} \\ 0\le k\le 9 \\ (9-k)\vdots 2 \\ k\vdots 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=3\Rightarrow T_4=C_9^3\left(\sqrt{3}\right)^6\left(\sqrt[3]{2}\right)^3=4536 \\ k=9\Rightarrow T_{10}=C_9^9\left(\sqrt{3}\right)^0\left(\sqrt[3]{2}\right)^9=8 \end{array}\right.$

Vậy trong khai triển có hai số hạng nguyên là $T_4=4536$ và $T_{10}=8$.

Câu 51: Tìm hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển đa thức $P\left(x\right)=\left(2x+1\right)^{13}=a_0x^{13}+a_1x^{12}+...+a^{13}$.

A. 8. **B.** 4536. **C.** 4528. **D.** 4520.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có số hạng tổng quát sau khi khai triển nhị thức $\left(2x+1\right)^{13}$ là $a_n=C_{13}^n.2^{13-n}$.

$\Rightarrow a_{n-1}=C_{13}^{n-1}.2^{14-n},\ \left(n=1,2,3,...,13\right)$

Xét bất phương trình với ẩn số n ta có $a_{n-1}\le a_n \Leftrightarrow C_{13}^{n-1}.2^{14-n}\le C_n^{13}.2^{13-n}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2.13!}{\left(n-1\right)!\left(14-n\right)!}\le\dfrac{13!}{n!\left(13-n\right)!}\Leftrightarrow\dfrac{2}{14-n}\le\dfrac{1}{n}\Leftrightarrow n\le\dfrac{14}{3}\notin\mathbb{N}.$

Do đó bất đẳng thức $a_{n-1}\le a_n$ đúng với $n\in\left\{1,\ 2,\ 3,\ 4\right\}$ và dấu đẳng thức không không xảy ra.

Ta được $a_0<a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$ và $a_4>a_5>a_6>...>a_{13}$

Từ đây ta có hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển nhị thức là $a_4=C_{13}^4.2^9=366080.$

Câu 52: Hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $P(x)=\left(3x^2+x+1\right)^{10}$ là:

A. 1695. **B.** 1485. **C.** 405. **D.** 360.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Với $0\le q\le p\le 10$ thì số hạng tổng quát của khai triển $P(x)=\left(3x^2+x+1\right)^{10}$ là:

$T_p = C_{10}^p.C_p^q.(3x^2)^{10-p}.(x)^{p-q}.1^q = C_{10}^p.C_p^q.3^{10-p}.(x)^{p-q+20-2p}$

Theo đề bài thì $p-q+20-2p=4 \Leftrightarrow p+q=16$

Do $0\le q\le p\le 10$ nên $(p;q)\in\{(8;8);(9;7);(10;6)\}$.

Vậy hệ số của x^4 trong khai triển $P(x)=\left(3x^2+x+1\right)^{10}$ là:

$C_{10}^8.C_8^8.3^{10-8}+C_{10}^9.C_9^7.3^{10-9}+C_{10}^{10}.C_{10}^6.3^{10-10}=1695$.

Câu 53: Tìm số hạng chứa x^{13} trong khai triển thành các đa thức của $\left(x+x^2+x^3\right)^{10}$ là:

A. 135. **B.** 45. **C.** $135x^{13}$. **D.** $45x^{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với $0\le q\le p\le 10$ thì số hạng tổng quát của khai triển $\left(x+x^2+x^3\right)^{10}$ là:

$T_p = C_{10}^p.C_p^q.(x)^{10-p}.(x^2)^{p-q}.(x^3)^q = C_{10}^p.C_p^q.3^{10-p}.(x)^{10+p+q}$

Theo đề bài thì $10+p+q=13 \Leftrightarrow p+q=3$

Do $0\le q\le p\le 10$ nên $(p;q)\in\{(2;1);(3;0)\}$.

Vậy hệ số của x^{13} trong khai triển là: $C_{10}^2.C_2^1+C_{10}^3.C_3^0=210$.

Câu 54: Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào sai?

A. $S_1 = 1C_n^1+2C_n^2+...+(n-1)C_n^{n-1}+nC_n^n = n2^{n-1}$.

B. $S_2 = 1.2.C_n^1+2.3.C_n^2+...+(n-1).n.C_n^n = (n-1).n.C_{n-2}^{k-2}$.

C. $S_3 = 1^2C_n^1+2^2C_n^2+...+(n-1)^2C_n^{n-1}+n^2C_n^n = n(n+1)2^{n-2}$.

D. $S_4 = \frac{C_n^0}{1}+\frac{C_n^1}{2}+\frac{C_n^2}{3}+...+\frac{C_n^{n-1}}{n}+\frac{C_n^n}{n+1}=\frac{1}{n+1}(2^n-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có thể sử dụng máy tính để thử trường hợp riêng của đẳng thức trên, tôi xin phép không đưa cách làm cụ thể vì độc giả có thể dễ dàng giải được.

Tôi xin giới thiệu cách chứng minh cụ thể như sau:

Với A: Ta sẽ dùng đẳng thức $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$.

Khi đó ta có:

$$S_1 = 1C_n^1 + 2C_n^2 + ... + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k$$

$$= \sum_{k=1}^{n} nC_{n-1}^{k-1} = n(C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + ... + C_{n-1}^{n-2} + C_{n-1}^{n-1}) = n(1+1)^{n-1} = n.2^{n-1}$$

Vậy A đúng.

Với B: Ta sẽ dùng đẳng thức $(k-1)kC_n^k = (n-1)nC_{n-1}^{k-1}$.

Khi đó ta có:

$$S_2 = 1.2C_n^1 + 2.3C_n^2 + ... + (n-1).nC_n^{n-1} = \sum_{k=2}^{n} (k-1)kC_n^k = \sum_{k=2}^{n} (n-1)nC_{n-2}^{k-2}$$

$$= (n-1)n(C_{n-2}^0 + C_{n-2}^1 + ... + C_{n-2}^{n-3} + C_{n-2}^{n-2}) = (n-1)n.2^{n-2}$$

Vậy B đúng.

Với C: Ta có $k^2C_n^k = (n-1)nC_{n-2}^{k-2} + nC_{n-1}^{k-1}$.

Khi đó ta có: $S_3 = 1^2C_n^1 + 2^2C_n^2 \ldots + (n-1)^2 C_n^{n-1} + n^2C_n^n$.

$$= \sum_{k=1}^{n} k^2C_n^k = \sum_{k=1}^{n} \left[(n-1)nC_{n-2}^{k-2} + nC_{n-1}^{k-1}\right].$$

$$= (n-1)n\left(C_{n-2}^0 + C_{n-2}^1 + C_{n-2}^2 + ... + C_{n-2}^{n-3} + C_{n-2}^{n-2}\right) + n\left(C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + ... + C_{n-1}^{n-2} + C_{n-1}^{n-1}\right).$$

$$= (n-1)n2^{n-2} + n2^{n-1} = n(n+1)2^{n-2}..$$

Vậy C đúng.

Chọn D.

Đọc thêm tính tổng S_4: Các số hạng của S_4 có dạng $\frac{C_n^k}{k+1}$ nên ta sẽ dùng đẳng thức

$$\frac{C_n^k}{k+1} = \frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1}.$$

Khi đó ta có: $S_4 = \frac{C_n^0}{1} + \frac{C_n^1}{2} + \frac{C_n^2}{3} + ... + \frac{C_n^{n-1}}{n} + \frac{C_n^n}{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \frac{C_n^k}{k+1} = \sum_{k=0}^{n} \frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1}$.

$$= \frac{1}{n+1}\left(C_{n+1}^1 + C_{n+1}^2 + ... + C_{n+1}^n + C_{n+1}^{n+1}\right) = \frac{1}{n+1}\left(2^{n+1} - C_{n+1}^0\right) = \frac{1}{n+1}\left(2^{n+1} - 1\right).$$

Câu 55: Tổng của ba số hạng liên tiếp lập thành cấp số cộng trong dãy số sau $C_{23}^0; C_{23}^1; \ldots; C_{23}^{13}$ có giá trị là

A. 2451570. **B.** 3848222. **C.** 836418. **D.** 1307527.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử 3 số $C_{23}^{n};C_{23}^{n+1};C_{23}^{n+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $2C_{23}^{n+1}=C_{23}^{n}+C_{23}^{n+2}$.

$$\Leftrightarrow 4C_{23}^{n+1}=C_{23}^{n}+C_{23}^{n+1}+C_{23}^{n+1}+C_{23}^{n+2}$$
$$\Leftrightarrow 4C_{23}^{n+1}=C_{25}^{n+2}$$.

$$\Leftrightarrow \frac{4.23!}{(n+1)!(22-n)!}=\frac{25!}{(n+2)!(23-n)!}.$$

$$\Rightarrow (n+2)(23-n)=150\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=8\ (tm) \\ n=13\ (l) \end{array}\right..$$

Vậy $C_{23}^{8}+C_{23}^{9}+C_{23}^{10}=2451570$.

Câu 56: Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\frac{1}{x}-1\right)^{10}$ là

A. 1951. **B.** 1950. **C.** 3150. **D.** -360.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ lý thuyết ta có công thức tổng quát như sau: Với $0\le q\le p\le n$ thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức $\left(x^2+\frac{1}{x}-1\right)^{10}$ là

$$T_p=C_{10}^{p}C_{p}^{q}\left(x^2\right)^{10-p}\left(\frac{1}{x}\right)^{p-q}(-1)^q=C_{10}^{p}C_{p}^{q}(-1)^q x^{20+q-3p}$$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $20+q-3p=0\Leftrightarrow 3p-q=20$. Mà $0\le q\le p\le n$ và $q,p,n\in\mathbb{N}$ nên $(p;q)\in\{(7;1),(8;4)(9;7),(10;10)\}$. Lúc này số hạng không chứa x trong khai triển là $(-1)^1C_{10}^{7}C_{7}^{1}+(-1)^4C_{10}^{8}C_{8}^{4}+(-1)^{10}C_{10}^{10}C_{10}^{10}+(-1)^7C_{10}^{9}C_{9}^{7}=1951$

Câu 57: Số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3-x^2-1\right)^8$ là

A. $168x^8$. **B.** 168. **C.** $238x^8$. **D.** 238.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ lý thuyết ta có công thức tổng quát như sau: Với $0\le q\le p\le n$ thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức $\left(x^3-x^2-1\right)^8$ là

$$T_p=C_8^pC_p^q\left(x^3\right)^{8-p}\left(-x^2\right)^{p-q}(-1)^q=C_8^pC_p^qx^{24-3p}x^{2p-2q}(-1)^p$$

Ta có: $24-3p+2p-2q=8 \Leftrightarrow 24-p-2q=8 \Leftrightarrow p+2q=16$. Suy ra $(p;q)\in\{(8;4)(6;5)\}$. Lúc này hệ số của x^8 trong khai triển là $C_8^8C_8^4(-1)^8+C_{10}^6C_6^5(-1)^6=238$

Câu 58: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(1+x+\dfrac{1}{x}\right)^n$ biết $n\ge 2$ là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2-C_{n+1}^{n-2}=14-14n$.

A. 73789. **B.** 73788. **C.** 72864. **D.** 56232.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $A_n^2-C_{n+1}^{n-2}=14-14n \Leftrightarrow n(n-1)-\dfrac{(n-1)n(n+1)}{6}=14-14\text{n}$

$\Leftrightarrow (n-1)\left[n-\dfrac{n(n+1)}{6}+14\right]=0 \Leftrightarrow (n-1)(n^2-5n-84)=0 \Leftrightarrow n=12$ vì $n\ge 2$.

Lúc này ta có $\left(1+x+\dfrac{1}{x}\right)^n=\left(1+x+\dfrac{1}{x}\right)^{12}$

Từ công thức tổng quát tam thức Newton ta có với $0\le q\le p\le 12$ thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức $\left(1+x+\dfrac{1}{x}\right)^{12}$ là

$T_p=C_{12}^pC_p^q1^{12-p}(x)^{p-q}\left(\dfrac{1}{x}\right)^q=C_{12}^pC_p^qx^{p-q-q}=C_{12}^pC_p^qx^{p-2q}$

Ta có: $p-2q=0 \Leftrightarrow p=2q$. Kết hợp với điều kiện ở trên ta có: $(p;q)\in\{(0;0),(2;1)(4;2),(6;3),(8;4),(10;5),(12;6)\}$. Suy ra số hạng không chứa x là

$C_{12}^0C_0^0+C_{12}^2C_2^1+C_{12}^4C_4^2+C_{12}^6C_6^3+C_{12}^8C_8^4+C_{12}^{10}C_{10}^5+C_{12}^{12}C_{12}^6=73789$

Câu 59: Cho khai triển: $(1+x+x^2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}, n\ge 2$ với $a_0,a_1,a_2,...,a_{2n}$ là các hệ số. Tính tổng $S=a_0+a_1+a_2+...+a_{2n}$ biết $\dfrac{a_3}{14}=\dfrac{a_4}{41}$.

A. $S=3^{10}$. **B.** $S=3^{12}$. **C.** $S=2^{10}$. **D.** $S=2^{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có: $P(x)=(1+x+x^2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$

Thay $x=1$ ta được $S=a_0+a_1+a_2+...+a_{2n}=P(1)=3^n$. Như vậy ta chỉ cần xác định được n

Với $0\le q\le p\le n$ thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức $\left(1+x+x^2\right)^n$ là

$T_p=C_n^pC_p^q1^{n-p}x^{p-q}\left(x^2\right)^q=C_n^pC_p^qx^{p+q}$

Hệ số của x^3 ứng với: $\begin{cases}p+q=3\\0\le q\le p\le n\end{cases}\Rightarrow(p;q)\in\{(3;0),(2;1)\}$.

Suy ra $a_3=C_n^3C_3^0+C_n^2C_2^1=C_n^3+2C_n^2$.

Hệ số của x^4 ứng với: $\begin{cases}p+q=4\\0\le q\le p\le n\end{cases}\Rightarrow(p;q)\in\{(4;0),(3;1),(2;2)\}$.

Suy ra $a_4=C_n^4C_4^0+C_n^3C_3^1+C_n^2C_2^2=C_n^4+3C_n^3+C_n^2$.

$$\frac{a_3}{14}=\frac{a_4}{41}\Leftrightarrow\frac{1}{14}\frac{n(n-1)(n+4)}{6}=\frac{1}{41}\left(\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}+\frac{n(n-1)(n-2)}{2}+\frac{n(n-1)}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{14}\frac{(n+4)}{3}=\frac{1}{41}\left(\frac{n^2-5n+6}{12}+n-1\right)\Leftrightarrow 7n^2-33n-370=0\Leftrightarrow n=10.$$

Vậy $S=a_0+a_1+a_2+...+a_{2n}=3^{10}$

Câu 60: Số lớn nhất trong các số $C_{16}^0;C_{16}^1;C_{16}^2;...;C_{16}^{15};C_{16}^{16}$ là

A. C_{16}^7. **B.** C_{16}^6. **C.** C_{16}^9. **D.** C_{16}^8.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $C_n^k=C_n^{n-k}$ nên ta có $\left\{C_{16}^0,C_{16}^1,...,C_{16}^8\right\}=\left\{C_{16}^{16},C_{16}^{15},...,C_{16}^8\right\}$, suy ra ta chỉ cần tìm số lớn nhất trong các số $C_{16}^0,C_{16}^1,...,C_{16}^7,C_{16}^8$. Bằng tính toán trực tiếp, ta có $C_{16}^0=1,C_{16}^1=16,C_{16}^2=120,C_{16}^3=560,C_{16}^4=1820,C_{16}^5=4368,C_{16}^6=8008,C_{16}^7=11440,C_{16}^8=12870$

Như vậy $C_{16}^0<C_{16}^1<C_{16}^2<...<C_{16}^7<C_{16}^8$

Do đó: $C_{16}^8=\max\left\{C_{16}^0;C_{16}^1;C_{16}^2;...;C_{16}^{15};C_{16}^{16}\right\}$

Câu 61: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2-3C_n^{n-1}=11n$.

Xét khai triển $P(x)=(x+2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Hệ số lớn nhất của $P(x)$ là

A. $C_{15}^5.2^{11}$. **B.** $C_{15}^5.2^{10}$. **C.** 252. **D.** 129024.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$A_n^2 - 3.C_n^{n-1} = 11n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - 3n = 11n.$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) - 3n = 11n \Leftrightarrow n = 15.$$

$$(x+2)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^k.2^{15-k}$$

Xét bất phương trình: $a_k \le a_{k+1} \Leftrightarrow C_{15}^k.2^{15-k} \le C_{15}^{k+1}.2^{14-k} \Leftrightarrow$

$$2\frac{15!}{k!.(15-k)!} \le 2\frac{15!}{(k+1)!.(14-k)!} \Leftrightarrow \frac{2}{15-k} \le \frac{1}{k+1} \Leftrightarrow k \le \frac{13}{3}, k \in N \Rightarrow k \in \{0,1,2,3,4\}$$

Từ đây ta có: $\begin{cases} a_k \le a_{k+1} \forall k \in \{0,1,2,3,4\} \\ a_k = a_{k+1} \Leftrightarrow k = \dfrac{13}{3}, k \notin N \\ a_k > a_{k+1} \forall k \in \{5;6;....15\} \end{cases}$

Do đó: $a_0 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 > a_6 > a_7 > ... > a_{15}$

Vậy $a_5 = max\left\{a_i \middle| i = \overline{0,15}\right\} = C_{15}^5.2^{10}$

Câu 62: Giả sử $P(x) = (2x+1)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + ... + \frac{a_n}{2^n} = 2^{12}$.

Hệ số lớn nhất trong các hệ số $\{a_0, a_1, a_2, ..., a_n\}$ là

A. 126720. **B.** 495. **C.** 256. **D.** 591360.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$2^{12} = a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + ... + \frac{a^n}{2^n} = a_0 + a_1\left(\frac{1}{2}\right) + a_2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + ... + a_n\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$= P\left(\frac{1}{2}\right) = \left(1 + 2.\frac{1}{2}\right)^n = 2^n$$

$$\Rightarrow n = 12$$

$$(2x+1)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (2x)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k.x^k 2^k.$$

$$\Rightarrow a_k = C_{12}^k.2^k \forall k\overline{0,12} \Rightarrow a_k \le a_{k+1} \Leftrightarrow C_{12}^k.2^k \le C_{12}^{k+1}.2^{k+1}$$

$$\frac{12!}{k!.(12-k)!} \le \frac{12!}{(k+1)!.(11-k)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{12-k} \le \frac{2}{k+1}$$

$$\Leftrightarrow k \le \frac{23}{3}, k \in \mathbb{N} \Rightarrow k \in \{0,1,2,3,...7\}$$

Từ đây ta có: $\begin{cases} a_k \le a_{k+1} \forall k \in \{0,1,2,3,...7\} \\ a_k = a_{k+1} \Leftrightarrow k = \dfrac{23}{3}, k \notin N \\ a_k > a_{k+1} \forall k \in \{8;9;....11\} \end{cases}$

Do đó: $a_0 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < ..... < a_8 > a_9 > .... > a_{12}$

Vậy $a_5 = max\left\{a_i \middle| i = \overline{0,12}\right\} = C_{12}^8.2^8$

Câu 63: Cho khai triển $(x+2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Tìm tất cả các giá trị của n để $\max\{a_0, a_1, a_2, ..., a_n\} = a_{10}$.

A. $\{29;30;31;32\}$. **B.** 12. **C.** $\{12;13;14;15\}$. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử n là số nguyên dương sao cho:

$max\{a_0, a_1, ...a_n\} = a_{10}$

Theo công thức khai triển newton ta có:

$P(x) = (x+2)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^k 2^{n-k} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k.x^k 2^k.$

$\Rightarrow a_k = C_n^k.2^{n-k} \forall k \overline{0,n}$

Ta có: $a_{10} = max\{a_0, a_1, ...a_n\} \Leftrightarrow \begin{cases} a_9 \le a_{10} \\ a_{10} \ge a_{11} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_n^9.2^{n-9} \le C_n^{10}.2^{n-10} \\ C_n^{10}.2^{n-10} \ge C_n^{11}.2^{n-11} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{n-9} \le \dfrac{1}{10} \\ \dfrac{1}{11} \le \dfrac{2}{n-10} \end{cases} \Leftrightarrow 29 \le n \le 32$

Các phép biến đổi trên là đương tương nên ta không cần phải thử lại các giá trị trên.

Vậy $n \in \{29, 30, 31, 32\}$ là tất cả các giá trị thỏa mãn bài toán (thử lại thấy thở mãn).

Câu 64: Cho n là số nguyên dương. Gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2+1)^n (x+2)^n$. Tìm n sao cho $a_{3n-3} = 26n$.

A. $n = 10$. **B.** $n = 3$. **C.** $n = 4$. **D.** $n = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo công thức khai triển Newton ta có:

$$\left(x^2+1\right)^n\left(x+2\right)^n=\left(\sum_{k=0}^{n}C_n^k x^{2k}\right)\left(\sum_{i=0}^{n}C_n^i x^i 2^{n-i}\right).$$

Số hạng chứa 3^{3n-3} tương ứng với cặp (k,i) thỏa mãn:

$$\begin{cases}2k+i=3n-3\\0\le k;i\le n\end{cases}\Rightarrow (k;i)\in\{(n,n-3);(n-1,n-1)\}$$

Do đó hệ số của 3^{3n-3} là: $a_{3n-3}=C_n^n.2^3.C_n^{n-3}+C_n^{n-1}.2^1.C_n^{n-1}=8C_n^3+2n^2=26n$

$$\Leftrightarrow 8\frac{n(n-1)(n-2)}{6}+2n^2=26n\Rightarrow 2n^2-3n-35=0\Rightarrow n=5$$

Câu 65: Tính tổng $S=\frac{1}{2!2017!}+\frac{1}{4!2015!}+\frac{1}{6!2013!}+...+\frac{1}{2016!3!}+\frac{1}{2018!}$ theo n ta được

A. $S=\frac{2^{2018}-1}{2017!}$. **B.** $S=\frac{2^{2018}-1}{2017}$. **C.** $S=\frac{2^{2018}}{2017!}$. **D.** $S=\frac{2^{2018}}{2017}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Các số hạng của S có dạng:

$$\frac{1}{(2k)!(2019-2k)!}=\frac{1}{2019!}\frac{2019!}{(2k)!(2019-2k)!}=\frac{1}{2019!}C_{2019}^{2k}.$$

Do đó $\Rightarrow 2019!S=C_{2019}^2+C_{2019}^4+...+C_{2019}^{2016}+C_{2019}^{2018}$.

Nhận thấy C_{2019}^{2k} là hệ số của x^{2k} trong khai triển $(x+1)^{2019}$.

Vì vậy xét $P(x)=(x+1)^{2019}$, theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có:

$$P(x)=(x+1)^{2019}=C_{2019}^0+C_{2019}^1x+C_{2019}^2x^2+...+C_{2019}^{2019}x^{2019}$$

Từ đó ta có:

$$P(1)=C_{2019}^0+C_{2019}^1+C_{2019}^2+...+C_{2019}^{2019}.$$

$$P(-1)=C_{2019}^0-C_{2019}^1+C_{2019}^2-...+C_{2019}^{2018}-C_{2019}^{2019}$$

Suy ra: $2019!S+1=C_{2019}^0+C_{2019}^2+C_{2019}^4+...+C_{2019}^{2018}=\frac{P(1)+P(-1)}{2}=2^{2018}$

$$\Leftrightarrow S=\frac{2^{2018}-1}{2019!}$$

Câu 66: Cho số nguyên $n\ge 3$. Giả sử ta có khai triển $(x-1)^{2n}+x(x+1)^{2n-1}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$. Biết $T=a_0+a_2+...+a_{2n}=768$. Tính a_5.

A. $126x^5$. **B.** $-126x^5$. **C.** 126. **D.** -126.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo giả thiết ta có:

$P(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$.

Khi đó $P(1)=a_0+a_1+a_2+...+a_{2n}$ và $P(-1)=a_0-a_1+a_2-...+a_{2n}$.

Suy ra $T=a_0+a_2+...+a_{2n}=\dfrac{P(1)+P(-1)}{2}=\dfrac{2^{2n-1}+2^{2n}}{2}=3.2^{2n-2}$

$\Rightarrow 768=3.2^{2n-2}\Leftrightarrow n=5$

Theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có:

$$P(x)=(x-1)^{2n}+x(x+1)^{2n-1}=\sum_{k=1}^{2n}C_{2n}^k x^k(-1)^{2n-k}+x\sum_{k=1}^{2n-1}C_{2n-k}^k x^k$$

$$=\sum_{k=1}^{2n}C_{2n}^k x^k(-1)^{2n-k}+\sum_{k=1}^{2n}C_{2n-k}^{k-1}x^k=1+\sum_{k=1}^{2n}\left(C_{2n}^k(-1)^k+C_{2n-1}^{k-1}\right)x^k=1+\sum_{k=1}^{10}\left(C_{10}^k(-1)^k+C_9^{k-1}\right)x^k.$$

Vậy $a_5=C_{10}^5(-1)^5+C_9^4=-126$.

Câu 67: Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $\dfrac{C_n^1}{2}-\dfrac{2C_n^2}{2^2}+\dfrac{3C_n^3}{2^3}-...+(-1)^{n-2}\dfrac{(n-1)C_n^{n-1}}{2^{n-1}}+(-1)^{n-1}\dfrac{nC_n^n}{2^n}=\dfrac{1}{32}$

A. $n=10$. **B.** $n=9$. **C.** $n=8$. **D.** $n=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Các số hạng của tổng vế trái có dạng:

$$(-1)^{k-1}\frac{kC_n^k}{2^k}=(-1)^{k-1}\frac{nC_{n-1}^{k-1}}{2^k}=\frac{n}{2}C_{n-1}^{k-1}\left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

Do đó ta có:

$$\frac{C_n^1}{2}-\frac{2C_n^2}{2^2}+\frac{3C_n^3}{2^3}-...+(-1)^{n-2}\frac{(n-1)C_n^{n-1}}{2^{n-1}}+(-1)^{n-1}\frac{nC_n^n}{2^n}=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{kC_n^k}{2^k}$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{2}C_{n-1}^{k-1}\left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1}=\frac{n}{2}\sum_{k=1}^{n-1}C_{n-1}^{k}\left(-\frac{1}{2}\right)^{k}=\frac{n}{2}\left(-\frac{1}{2}+1\right)^{n-1}=\frac{n}{2^n}.$$

Như vậy ta cần dùng số nguyên dương n thỏa mãn: $\frac{n}{2^n}=\frac{1}{32}\Leftrightarrow 2^{n-5}=n\Leftrightarrow n=8$.

Câu 68: Cho $S=1.2.3+2.3.4+3.4.5+...+n(n+1)(n+2)$. Kết quả biểu diễn S theo n là

A. $S=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$.

B. $S=\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$.

C. $S=\frac{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{4}$.

D. $S=n(n+1)(n+2)(n+3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1: Ta có

$C_n^k=C_{n-1}^k+C_{n-1}^{k-1}$

$C_{n-1}^k=C_{n-2}^k+C_{n-2}^{k-1}$

$C_{n-2}^k=C_{n-3}^k+C_{n-3}^{k-1}$

....

$C_{k+1}^k=C_k^k+C_k^{k-1}$

$C_k^k=C_{k-1}^k+C_{k-1}^{k-1}$

Cộng các dẳng thức trên vế theo vế ta được:

$C_n^k=C_{n-1}^{k-1}+C_{n-2}^{k-1}+...+C_k^{k-1}+C_{k-1}^{k-1}$ $(*)$

Ta có: $1.2.3+2.3.4+3.4.5+...+n(n+1)(n+2)=\sum_{k=1}^{n}k(k+1)(k+2)$

$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{(k+2)!}{(k-1)!}=6\sum_{k=1}^{n}\frac{(k+2)!}{3!(k-1)!}=6\sum_{k=1}^{n}C_{k+2}^3=6\left(C_3^3+C_4^3+...+C_{n+1}^3+C_{n+2}^3\right).$$

Áp dụng câu $(*)$ với $k=4$, thay n bởi $n+3$ ta được:

$C_3^3+C_4^3+...+C_{n+1}^3+C_{n+2}^3=C_{n+3}^4$

Vậy $1.2.3+2.3.4+3.4.5+...+n(n+1)(n+2)=6C_{n+3}^4=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$.

Cách 2: Với bài toán này ta có thể dùng máy tính để thử trường hợp riêng.

Câu 69: Trong khai triển của $(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}x)^{10}$ thành đa thức

$a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_9x^9+a_{10}x^{10}$, hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0\le k\le 10$).

A. $a_{10}=3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$ **B.** $a_5=3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$ **C.** $a_4=3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$ **D.** $a_9=3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}x\right)^{15}=\sum_{k=0}^{15}C_{15}^{k}\left(\frac{1}{3}\right)^{15-k}\left(\frac{2}{3}x\right)^{k}=\sum_{k=0}^{15}C_{15}^{k}\frac{2^k}{3^{15}}x^k$

Hệ số của x^k trong khai triển $a_k=\frac{1}{3^{15}}C_{15}^{k}2^k$

Ta có: $a_{k-1}<a_k\Leftrightarrow C_{15}^{k-1}2^{k-1}<C_{15}^{k}2^k\Leftrightarrow C_{15}^{k-1}<2C_{15}^{k}$

$\Leftrightarrow k<\frac{32}{3}\Rightarrow k\le 10$. Từ đó: $a_0<a_1<...<a_{10}$

Đảo dấu bất đẳng thức trên, ta được:

$a_{k-1}<a_k\Leftrightarrow k>\frac{32}{3}\Rightarrow a_{10}>a_{11}>...>a_{15}$

Vậy hệ số lớn nhất phải tìm là: $a_{10}=\frac{2^{10}}{3^{15}}C_{15}^{10}=3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$.

Câu 70: Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, trong đó $n\in\mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm hệ số lớn nhất?

A. 1293600. **B.** 126720. **C.** 924. **D.** 792.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Số hạng tổng quát trong khai triển $(1+2x)^n$ là $C_n^k.2^k.x^k$, $0\le k\le n$, $k\in\mathbb{N}$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^k là $C_n^k.2^k\Rightarrow a_k=C_n^k.2^k$.

Khi đó, ta có

$a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096\Leftrightarrow C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4096\Leftrightarrow(1+1)^n=4096\Leftrightarrow n=12$.

Dễ thấy a_0 và a_n không phải hệ số lớn nhất. Giả sử a_k $(0<k<n)$ là hệ số lớn nhất trong các hệ số $a_0,\ a_1,a_2,...,a_n$.

Khi đó ta có

$$\begin{cases}a_k\ge a_{k+1}\\ a_k\ge a_{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C_{12}^{k}.2^k\ge C_{12}^{k+1}.2^{k+1}\\ C_{12}^{k}.2^k\ge C_{12}^{k-1}.2^{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{12!}{k!.(12-k)!}\ge\frac{12!.2}{(k+1)!.(12-k-1)!}\\ \frac{12!}{k!.(12-k)!}\ge\frac{12!}{(k-1)!.(12-k+1)!}.\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{12-k}\ge\dfrac{2}{k+1}\\ \dfrac{2}{k}\ge\dfrac{1}{13-k}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k+1-2(12-k)\ge 0\\ 26-3k\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\ge\dfrac{23}{3}\\ k\le\dfrac{26}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{23}{3}\le k\le\dfrac{26}{3}$$

Do $k\in\mathbb{N}\Rightarrow k=8$

Vậy hệ số lớn nhất là $a_8=C_{12}^8.2^8=126720$.

Câu 71: Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, trong đó $n\in\mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm hệ số lớn nhất?

A. 1293600. **B.** 126720. **C.** 924. **D.** 792.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Số hạng tổng quát trong khai triển $(1+2x)^n$ là $C_n^k.2^k.x^k$, $0\le k\le n$, $k\in\mathbb{N}$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^k là $C_n^k.2^k\Rightarrow a_k=C_n^k.2^k$.

Khi đó, ta có

$$a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096\Leftrightarrow C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4096$$

$$\Leftrightarrow(1+1)^n=4096\Leftrightarrow n=12$$

Dễ thấy a_0 và a_n không phải hệ số lớn nhất. Giả sử a_k $(0<k<n)$ là hệ số lớn nhất trong các hệ số $a_0,\ a_1,a_2,...,a_n$.

Khi đó ta có

$$\begin{cases}a_k\ge a_{k+1}\\ a_k\ge a_{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C_{12}^k.2^k\ge C_{12}^{k+1}.2^{k+1}\\ C_{12}^k.2^k\ge C_{12}^{k-1}.2^{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{12!}{k!.(12-k)!}\ge\dfrac{12!.2}{(k+1)!.(12-k-1)!}\\ \dfrac{12!}{k!.(12-k)!}\ge\dfrac{12!}{(k-1)!.(12-k+1)!}.\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{12-k}\ge\dfrac{2}{k+1}\\ \dfrac{2}{k}\ge\dfrac{1}{13-k}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k+1-2(12-k)\ge 0\\ 26-3k\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\ge\dfrac{23}{3}\\ k\le\dfrac{26}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{23}{3}\le k\le\dfrac{26}{3}.$$

Do $k\in\mathbb{N}\Rightarrow k=8$.

Vậy hệ số lớn nhất là $a_8=C_{12}^8.2^8=126720$.

Câu 72: Tính tổng $\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\left(C_n^2\right)^2+...+\left(C_n^n\right)^2$

A. C_{2n}^n. **B.** C_{2n}^{n-1}. **C.** $2C_{2n}^n$. **D.** C_{2n-1}^{n-1}

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $(x+1)^n(1+x)^n=(x+1)^{2n}$.

Vế trái của hệ thức trên chính là:

$\left(C_n^0x^n+C_n^1x^{n-1}+...+C_n^n\right)\left(C_n^0+C_n^1x+...+C_n^nx^n\right)$

Và ta thấy hệ số của x^n trong vế trái là

$\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\left(C_n^2\right)^2+...+\left(C_n^n\right)^2$

Còn hệ số của x^n trong vế phải $(x+1)^{2n}$ là C_{2n}^n

Do đó $\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\left(C_n^2\right)^2+...+\left(C_n^n\right)^2=C_{2n}^n$.

Câu 73: $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+.....+C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-2}. **B.** 2^{n-1}. **C.** 2^{2n-2}. **D.** 2^{2n-1}.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Xét khai triển $(x+1)^{2n}=C_{2n}^0x^{2n}+C_{2n}^1x^{2n-1}+C_{2n}^2x^{2n-2}+...+C_{2n}^{2n}$.

Thay $x=1$ vào khai triển ta được $2^{2n}=C_{2n}^0+C_{2n}^1+C_{2n}^2+...+C_{2n}^{2n}$ (1).

Thay $x=-1$ vào khai triển ta được :

$0=C_{2n}^0-C_{2n}^1+C_{2n}^2-...+C_{2n}^{2n}\Leftrightarrow C_{2n}^0+C_{2n}^2+...+C_{2n}^{2n}=C_{2n}^1+C_{2n}^3+....C_{2n}^{2n-1}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+.....+C_{2n}^{2n}=2^{2n-1}$.

Câu 74: Sau khi khai triển và rút gọn, biểu thức $\left(x-\frac{1}{x^2}\right)^{20}+\left(x^3-\frac{1}{x}\right)^{10}$ có bao nhiêu số hạng?

A. 27 **B.** 28 **C.** 29 **D.** 32

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\left(x-\frac{1}{x^2}\right)^{20}+\left(x^3-\frac{1}{x}\right)^{10}=\sum_{k=0}^{20}C_{20}^k(-1)^kx^{20-3k}+\sum_{i=0}^{10}C_{10}^i(-1)^ix^{30-4i}$. Khai triển này bao gồm tất cả $21+11=32$ số hạng. Tuy nhiên ta xét các số hạng bị trùng lũy thừa của nhau.

Ta có: $20-3k=30-4i\Leftrightarrow\boxed{4i-3k=10}$ do đó k phải là số chẵn nhưng không chia hết cho 4. Ta có bảng:

k	2	6	10	14	18

i	4	7	10	13 (L)	16 (L)

Vậy có 3 cặp số hạng sau khi khai triển trùng lũy thừa của nhau.

Chọn C.

Câu 75: Cho khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Biết $S = |a_1| + 2|a_2| + ... + n|a_n| = 34992$, tính giá trị của biểu thức $P = a_0 + 3a_1 + 9a_2 + ... + 3^n a_n$?

A. 390625 **B.** -78125 **C.** -1953125 **D.** 9765625

Hướng dẫn giải:

Ta có: $(1+2x)^n = |a_0| + |a_1|x + |a_2|x^2 + ... + |a_n|x^n$ do vậy lấy đạo hàm hai vế ta được:

$$2n(1+2x)^{n-1} = |a_1| + 2|a_2|x + ... + n|a_n|x^{n-1}$$

Thay $x=1$ vào khai triển trên ta được:

$$2n.3^{n-1} = |a_1| + 2|a_2| + ... + n|a_n| = 34992 \Rightarrow \boxed{n=8}$$

Vậy với $n=8$ ta có: $P = a_0 + 3a_1 + 9a_2 + ... + 3^n a_n = (1-2.3)^8 = 390625$.

Chọn A.

Câu 76: Cho đa thức: $P(x) = (x+1)^8 + (x+1)^9 + (x+1)^{10} + (x+1)^{11} + (x+1)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8.

A. 715 **B.** 720 **C.** 700 **D.** 730

Hướng dẫn giải:

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton vào bài toán ta có: $(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k.x^k$

Hệ số của số hạng chứa x^k là: C_n^k. Áp dụng vào bài tập ta thấy hệ số a_8 chính là tổng tất cả hệ số của số hạng chứa x^8. Vậy hệ số a_8 trong khai triển *P(x)* là: $C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 715$.

Câu 77: Tìm số tất cả tự nhiên *n* thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + ... + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$

A. $n=100$ **B.** $n=98$ **C.** $n=99$ **D.** $n=101$

Hướng dẫn giải:

Ta có $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + ... + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n+1}\left(\frac{C_{n+1}^1}{2} + \frac{C_{n+1}^2}{3} + \frac{C_{n+1}^3}{4} + ... + \frac{C_{n+1}^{n+1}}{(n+2)}\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{C_n^0}{1.2}+\frac{C_n^1}{2.3}+\frac{C_n^2}{3.4}+...+\frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)}=\frac{1}{(n+1)(n+2)}\left(C_{n+2}^2+C_{n+2}^3+C_{n+2}^4+...+C_{n+2}^{n+2}\right)=\frac{2^{n+2}-n-3}{(n+1)(n+2)}$$

.

Khi đó: $=\dfrac{2^{n+2}-n-3}{(n+1)(n+2)}=\dfrac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)}\Rightarrow \boxed{n=98}$

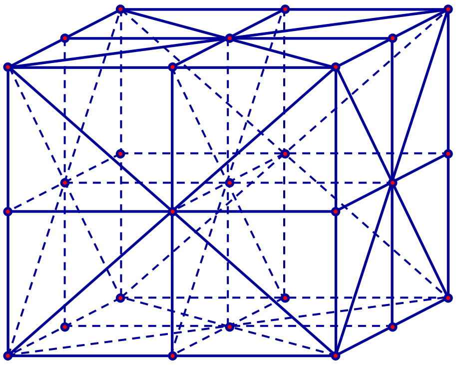
Câu 78: Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh 1cm.

A. 2876. **B.** 2898. **C.** 2915. **D.** 2012.

Hướng dẫn giải:

Có tất cả 27 điểm. Chọn 3 điểm trong 27 có $C_{27}^3=2925$.

Có tất cả $(8.2+6.2+4.2+4+3+2+2+2)=49$ bộ ba điểm thẳng hàng. Vậy $2925-49=2876$ tam giác.



Câu 79: Cho $u_n=-\dfrac{C_n^1}{2.3}+\dfrac{2C_n^2}{3.4}-\dfrac{3C_n^3}{4.5}+...+\dfrac{(-1)^n.C_n^n.n}{(n+1)(n+2)}$. Tính $\lim(n.u_n)=?$

A. -1 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn giải:

Xét $\dfrac{k.C_n^k}{(k+1)(k+2)}=\dfrac{k.n!}{k!(k+1)(k+2).(n-k)!}$

$$=\frac{k}{(n+1)(n+2)}.\frac{(n+2)!}{(k+2)!(n-k)!}=\frac{k}{(n+1)(n+2)}.C_{n+2}^{k+2}=\frac{(k+2)C_{n+2}^{k+2}-2C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}$$

$=\dfrac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1}-\dfrac{2.C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}$. Vậy $u_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(-1)^k.\frac{C_n^k}{(k+1)(k+2)}$

$$\Rightarrow u_n=\frac{1}{n+1}.\sum_{k=1}^{n}(-1)^k.C_{n+1}^{k+1}-\frac{2}{(n+1)(n+2)}.\sum_{k=1}^{n}(-1)^k.C_{n+2}^{k+2}$$

$$=\frac{1}{n+1}\left(-C_{n+1}^{2}+C_{n+1}^{3}-...+(-1)^{n}C_{n+1}^{n+1}\right)-\frac{2}{(n+1)(n+2)}.\left(-C_{n+2}^{3}+C_{n+2}^{4}-...+(-1)^{n}C_{n+2}^{n+2}\right)$$

$\Rightarrow u_n=-\frac{n}{(n+1)(n+2)}\Rightarrow \lim(n.u_n)=-1$. Chọn

Chọn A.

Câu 80: Tìm n biết rằng $a_n(x-1)^n+a_{n-1}(x-1)^{n-1}+...+a_1(x-1)+a_0=x^n$ đồng thời $a_1+a_2+a_3=231$.

A. $n=9$ **B.** $n=10$ **C.** $n=11$ **D.** $n=12$

Hướng dẫn giải:

Ta đặt $x-1=y$ khi đó $a_ny^n+a_{n-1}y^{n-1}+...+a_1y+a_0=(y+1)^n$.

Như vậy $C_n^1+C_n^2+C_n^3=231\Rightarrow \boxed{n=11}$.

Chọn C.

Câu 81: Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng để nếu bấn sai 3 lần liên tiếp của sẽ tự động khóa lại.

A. $\frac{631}{3375}$ **B.** $\frac{189}{1003}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{15}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi A_i(i=1,2,3…) là biến cố lần thứ i học sinh B mở được cửa

Không gian mẫu $n(\omega)=C_{10}^3$

Có 8 cặp 3 số có tổng bằng 10 là: $\{(0;1;9);(0;2;8);(0;3;7);(0;4;6);(1;2;7);(1;3;6);(1;4;5);(2;3;5)\}$

Xác suất để học sinh B mở được cửa lần thứ i là $P(A_i)=\frac{8}{C_{10}^3}=\frac{1}{15}$

Xác suất để học sinh B không mở được cửa lần thứ i là $P(\overline{A_i})=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$

Xác suất để học sinh B bấm 3 lần mở được cửa là C:

$$P(C)=P(A_1)+P(\overline{A_1})P(A_2)+P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(A_3)=\frac{1}{15}+\frac{14}{15}.\frac{1}{15}+\left(\frac{14}{15}\right)^2.\frac{1}{15}=\frac{631}{3375}$$

Câu 82: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất "có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4" phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét phép thử: "Rút ngẫu nhiên n tấm thẻ từ hộp"

Ta có: $n(\Omega)=C_9^n$

Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một tấm thẻ ghi số chia hết cho 4 "

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: " Không có tấm thẻ nào được ghi số chia hết cho 4 "

Ta có $P(A)>\frac{5}{6}\Rightarrow 1-P(\overline{A})>\frac{5}{6}\Rightarrow P(\overline{A})<\frac{1}{6}$

Trong 9 tấm thẻ có 2 tấm thẻ chia hết cho 4.

Chọn n tấm thẻ ghi số không chia hết cho 4 từ 7 tấm thẻ còn lại: **C**ó C_7^n cách.

Suy ra $n(\overline{A})=C_7^n\Rightarrow P(\overline{A})=\frac{C_7^n}{C_9^n}$

$P(\overline{A})<\frac{1}{6}\Leftrightarrow\frac{C_7^n}{C_9^n}<\frac{1}{6}\Leftrightarrow 6.C_7^n<C_9^n\Leftrightarrow 6.\frac{7!}{n!.(7-n)!}<\frac{9!}{n!.(9-n)!}$

$\Leftrightarrow 6.(9-n).(8-n)<9.8\Leftrightarrow n^2-17n+60<0\Rightarrow n>5$

Do đó phải rút ít nhất 6 thẻ.

Câu 83: Từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ viết ngẫu nhiên một chữ số có 6 chữ số khác nhau dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$ là:

A. $p=\frac{4}{85}$. **B.** $p=\frac{4}{135}$. **C.** $p=\frac{3}{20}$. **D.** $p=\frac{5}{158}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

\+ Viết ngẫu nhiên một số có 6 chữ số khác nhau từ các số đã cho $\Rightarrow n(\Omega)=6.A_6^5=4320$.

\+ Theo giả thiết $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=3k\Rightarrow a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=3k\,\vdots\,3$.

Mà $15\le a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6\le 21$ nên có 3 trường hợp là tổng của 6 chữ số bằng 21; 18 và 15.

Trường hợp 1: $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=21\Rightarrow a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=7$ nên ta không chọn số 0.

Khi đó a_1 có 6 cách chọn nên a_2 có 1 cách chọn ứng với a_1; $(a_3;a_4)$ có 2 cách chọn để tổng bằng 7 và có 2! cách xếp a_3,a_4; $(a_5;a_6)$ có 2! cách xếp. Vậy có 6.2.2.2 = 48 số.

(**C**ó thể viết: **B**ộ (a_1,a_2) có 3 cách chọn, bộ (a_3,a_4) có 2 cách chọn, bộ (a_5,a_6) có 1 chọn, sau đó hoán vị mỗi bộ ta được $3.2.1.2.2.2=48$)

Trường hợp 2: $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=18\Rightarrow a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=6$ nên ta không chọn số 3.

Do $a_1\ne 0$ nên có 2 khả năng sau xảy ra

Nếu $a_1 = 6$ thì $a_2 = 0$.

Khi đó $(a_3;a_4)$ có 2 cách chọn để tổng bằng 6 và có 2! cách xếp a_3, a_4; $(a_5;a_6)$ có 2! cách xếp. Vậy có 2.2.2 = 8 số.

Nếu $a_1 \neq 6$ thì $a_1 \in \{1;2;4;5\}$ khi đó a_1 có 4 cách chọn; a_2 có 1 cách chọn theo a_1; $(a_3;a_4)$ có 2 cách chọn để tổng bằng 6 và có 2! cách xếp a_3, a_4; (a_5; a_6) có 2! cách xếp. Có 4.2.2.2 = 32 số.

Vậy trường hợp 2 có 8 + 32 = 40 số.

(Đề xuất viết: Lập luận như trường hợp 1 có: 48 cách (kể cả $a_1 = 0$). Xét $\overline{06a_3a_4a_5a_6}$, tương tự có $2.1.2.2 = 8$. **D**o đó có $48 - 8 = 40$)

Trường hợp 3: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 15 \Rightarrow a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 5$ nên ta không chọn số 6. Làm tương tự trường hợp 2 có 40 số.

Kết hợp 3 trường hợp ta có 48 + 40 + 40 = 128 số.

Suy ra $n(A) = \dfrac{p(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{128}{4320} = \dfrac{4}{135}$.

Câu 84: Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 viên bi được rút ra với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số lẻ là

A. $\dfrac{226}{462}$. **B.** $\dfrac{118}{231}$. **C.** $\dfrac{115}{231}$. **D.** $\dfrac{103}{231}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Bước 1: Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi trong 11 viên bi thì số cách chọn là $n(\Omega) = C_{11}^6 = 462$

Bước 2: Tìm số phần tử thuận lợi cho biến cố.

Gọi A là biến cố: "Chọn 6 viên bi cộng các số trên 6 viên bi đó thu được là số lẻ".

Trong 11 viên bi có 6 viên bi mang số lẻ đó là $\{1;3;5;7;9;11\}$ và 5 viên bi mang số chẵn $\{2;4;6;8;10\}$.

*** Trường hợp 1:** 1 viên bi mang số lẻ và 5 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 1 là $C_6^1.C_5^5$ cách.

*** Trường hợp 2:** 3 viên bi mang số lẻ và 3 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 2 là $C_6^3.C_5^3$ cách.

*** Trường hợp 3:** 5 viên bi mang số lẻ và 1 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 3 là $C_6^5.C_5^1$ cách.

Suy ra $n(A)=C_6^1.C_5^5+C_6^3.C_5^3+C_6^5.C_5^1=6+200+30=236.$

$\Rightarrow|\Omega_A|=3!.C_6^2C_4^2.1=540.$

Bước 3: Tính xác suất $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{236}{462}=\dfrac{118}{231}$.

Câu 85: Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn.

A. $\dfrac{212}{221}$. **B.** $\dfrac{9}{221}$. **C.** $\dfrac{59}{1326}$. **D.** $\dfrac{1267}{1326}$.

Hướng dẫn giải

Chọn 8 học sinh bất kì trong 18 học sinh thì số cách chọn là $n(\Omega)=C_{18}^8$ cách.

Tương tự với dấu hiệu mà STUDY TIP đưa ra thì ta tìm số trường hợp thuận lợi cho biến cố đối của biến cố cần tìm.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 10, có C_{13}^8 cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 11, có C_{12}^8 cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 12, có C_{11}^8 cách.

Gọi A là biến cố " 8 học sinh được chọn, mỗi khối có ít nhất 1 học sinh". Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A)=C_{18}^8-\left(C_{13}^8+C_{12}^8+C_{11}^8\right)=41811$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{41811}{C_{18}^8}=\dfrac{1267}{1326}$.

Câu 86: Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư và 4 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ là.

A. $\dfrac{5}{8}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Gọi 4 lá thư lần lượt là A, B, C, D và 4 phong bì thư có địa chỉ đúng với các lá thư trên lần lượt

là $1;2;3;4$

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=4!=24$.

Gọi X là biến cố “ có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ”.

Ta có các trường hợp sau:

***TH1:** Cả 4 lá thư đều bỏ đúng địa chỉ: Chỉ có một trường hợp duy nhất

***TH2:** Có đúng 2 lá thư bỏ đúng địa chỉ. Có 6 trường hợp xảy ra là: $A1-B2-C4-D3$; $A1-B4-C3-D2$; $A4-B2-C3-D1$; $A1-B3-C2-D4$; $A3-B2-C1-D4$; A3 hoặc $A2-B1-C3-D4$.

***TH3:** Có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ: Chỉ có lá thư A bỏ đúng địa chỉ thì có 2 trường hợp $A1-B3-C4-D2$; $A1-B4-C2-D3$

Tương tự với lá thư B có 2 trường hợp.

Lá thư C chỉ có đúng 2 trường hợp.

Lá thư D chỉ có đúng 2 trường hợp.

Suy ra có 8 trường hợp chỉ có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ.

Vậy số phần tử của biến cố X là $n\left(X\right)=1+6+8=15$

Nên $P\left(X\right)=\dfrac{15}{24}=\dfrac{5}{8}$.

thức nhân phù hợp.

Câu 87: Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 3, 5, 7, 9. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{60}$. **C.** $\dfrac{59}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu là: $n\left(\Omega\right)=5!$.

Gọi A là biến cố “số tìm được không bắt đầu bởi 135”.

Thì biến cố $\overline{A}$ là biến cố “số tìm được bắt đầu bởi 135”

Buộc các số 135 lại thì ta còn 3 phần tử. Số các số tạo thành thỏa mãn số 135 đứng đầu là $1.2.1=2$ cách $\Rightarrow n\left(A\right)=120-2=118$ cách

Nên $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{118}{120}=\dfrac{59}{60}$

Câu 88: Một chiếc ôtô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kĩ thuật. Xác suất để động cơ 1 gặp trục trặc là 0,5. Xác suất để động cơ 2 gặp trục trặc là 0,4. Biết rằng xe chỉ không thể chạy được khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

A. $0,2$. **B.** $0,8$. **C.** $0,9$. **D.** $0,1$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố "động cơ 1 bị hỏng", gọi B là biến cố "động cơ 2 bị hỏng".

Suy ra AB là biến cố "cả hai động cơ bị hỏng" $\Leftrightarrow$ " xe không chạy được nữa".

Lại thấy hai động cơ hoạt động độc lập nên A và B là hai biến cố độc lập.

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta được xác suất để xe phải dừng lại giữa đường là $P(AB)=0,5.0,4=0,2$.

Vậy xác suất để xe đi được là $1-0,2=0,8$.

Câu 89: Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

A. $\frac{207}{625}$. **B.** $\frac{72}{625}$. **C.** $\frac{418}{625}$. **D.** $\frac{553}{625}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A_t, A_d, A_x lần lượt là biến cố bi rút được từ túi I là trắng, đỏ, xanh.

Gọi B_t, B_d, B_x lần lượt là biến cố bi rút được từ túi II là trắng, đỏ, xanh.

Các biến cố A_t, A_d, A_x độc lập với B_t, B_d, B_x.

Vậy xác suất để lấy được hai bi cùng màu là

$$P(A_tB_t\cup A_dB_d\cup A_xB_x)=P(A_tB_t)+P(A_dB_d)+P(A_xB_x)$$
$$=P(A_t)P(B_t)+P(A_d)P(B_d)+P(A_x)P(B_x)=\frac{3}{25}.\frac{10}{25}+\frac{7}{25}.\frac{6}{25}+\frac{15}{25}.\frac{9}{25}=\frac{207}{625}.$$

Câu 90: Ba xạ thủ A, B, C độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của A, B, C tương ứng là $0,4; 0,5$ và $0,7$. Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng mục tiêu.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Hướng dẫn giải

Gọi A, B, C tương ứng là các biến cố "A bắn trúng"; "B bắn trúng"; "B bắn trúng".

A, B, C là ba biến cố độc lập. Do A, B, C là các biến cố đôi một nên:

Xác suấy để cả ba người đều bắn trượt là

STUDY TIP

Nhắc lại chú ý phần lý thuyết nhân xác suất, tôi có đưa ra: Nếu A, B, C là hai biến cố độc lập thì $P\left(\overline{A}.\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right)$

Và bài toán ở ví dụ 9 này là bài toán mở rộng của chú ý đó đối với ba biến cố đối một cách độc lập

$P(\overline{ABC})=P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right).P\left(\overline{C}\right)\ =(1-0,4)(1-0,5)(1-0,7)\ =0,09$

Vậy xác suất để có ít nhất một trong ba người bắn trùng là $1-0,09=0,91$.

Câu 91: Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Hướng dẫn giải

Đặt A là biến cố " Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt chấm chẵn";

B là biến cố " Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt chấm chẵn";

C là biến cố " Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn".

Ta có $C=(A\cap B)\cup\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$.

Ta thấy $(A\cap B)$ và $\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$ là hai biến cố xung khắc nên

$P\left[(A\cap B)\cup\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)\right]=P(A\cap B)+P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$

$P\left[(A\cap B)\cup\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)\right]=P(A\cap B)+P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên theo STUDY TIP ở trên thì

$P(A\cap B)=P(A).P(B)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

Vậy $P(C)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

Câu 92: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là $0,2$; vòng 9 là $0,25$ và vòng 8 là $0,15$. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xả thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhấ 28 điểm. Xác suất để xả thủ này đạt loại giỏi

A. $0,0935$. **B.** $0,0755$. **C.** $0,0365$. **D.** $0,0855$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi H là biến cố: "Xạ thủ bắn đạt loại giỏi". A; B; C; D là các biến cố sau:

A: "Ba viên trúng vòng 10"

B: "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 9"

C: "Một viên trúng vòng 10 và hai viên trúng vòng 9"

D: "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 8"

Các biến cố $A;\ B;\ C;\ D$ là các biến cố xung khắc từng đôi một và $H = A \cup B \cup C \cup D$

Suy ra theo quy tắc cộng mở rộng ta có $P(H) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$

Mặt khác $P(A) = (0,2).(0,2).(0,2) = 0,008$

$P(B) = (0,2).(0,2).(0,25) + (0,2)(0,25)(0,2) + (0,25)(0,2)(0,2) = 0,03$

$P(C) = (0,2).(0,25).(0,25) + (0,25)(0,2)(0,25) + (0,25)(0,25)(0,2) = 0,0375$

$P(D) = (0,2).(0,2).(0,15) + (0,2)(0,15)(0,2) + (0,15)(0,2)(0,2) = 0,018$

Do đó $P(H) = 0,008 + 0,03 + 0,0375 + 0,018 = 0,0935$

Câu 93: Một lớp học có 100 học sinh, trong đó có 40 học sinh giỏi ngoại ngữ; 30 học sinh giỏi tin học và 20 học sinh giỏi cả ngoại ngữ và tin học. Học sinh nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhien một trong các học sinh trong lớp, xác suất để học sinh đó được tăng điểm là

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi A là biến cố "học sinh chọn được tăng điểm".

Gọi B là biến cố "học sinh chọn học giỏi ngoại ngữ".

Gọi C là biến cố "học sinh chọn học giỏi tin học".

Thì $A = B \cup C$ và BC là biến cố "học sinh chọn học giỏi cả ngoại ngữ lẫn tin học".

Ta có $P(A) = P(B) + P(C) - P(BC) = \frac{30}{100} + \frac{40}{100} - \frac{20}{100} = \frac{1}{2}$

Câu 94: Một lớp có 25 học sinh, trong đó có 15 em học khá môn Toán, 16 em học khá môn Văn. Biết rằng mỗi học sinh trong lớp đều khá ít nhất một trong hai môn trên. Xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn

A. $\frac{21}{575}$. **B.** $\frac{7}{11}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi X là tập hợp những em học khá môn Toán, Y là tập hợp những em học khá môn Văn.

$\Rightarrow$ Tập hợp những em học khá cả Toán và Văn là $X \cap Y$ $X \cap Y = 15 + 16 - 25 = 6$ học sinh.

Gọi A là biến cố "chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn".

Ta có $n(\Omega) = C_{25}^3 = 2300$

Số học sinh học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn là $|X \setminus (X \cap Y)| = 15 - 6 = 9$.

$\Rightarrow n(A) = C_9^3 = 84$ cách.

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{84}{2300} = \dfrac{21}{575}$.

Câu 95: Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$. Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là

A. $\dfrac{11}{420}$. **B.** $\dfrac{11}{360}$. **C.** $\dfrac{349}{360}$. **D.** $\dfrac{409}{420}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Số các số có 5 chữ số khác nhau lập được từ tập A là $6.6.5.4.3 = 2160$ (số) $\Rightarrow |\Omega| = 2160$

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$ ta có $e = 0$ hoặc $e = 5$ (do số đó phải chia hết cho 5). Khi đó ta có các trường hợp:

a) $e = 0$, chọn vị trí cho 3 số $1, 2, 3 \Rightarrow$ có 2 cách chọn, ngoài ra trong 3 số $1, 2, 3$ còn có $3! = 6$ hoán vị trong đó. Cuối cùng ta chọn số còn lại có 3 cách chọn. Vậy số các số thuộc trường hợp này có $2.3.6 = 36$ số.

b) $e = 5$, các số $1, 2, 3$ thuộc $b, c, d \Rightarrow$ có $3!.2 = 12$ số thỏa (do $a \neq 0$ nên chỉ có 2 cách chọn)

c) $e = 5$, các số $1, 2, 3$ thuộc $a, b, c \Rightarrow$ có $3.3! = 18$ số thỏa mãn.

Số các số thỏa mãn yêu cầu là $36 + 12 + 18 = 66$ số. $\Rightarrow |\Omega_A| = 66$

Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{66}{2160} = \dfrac{11}{360}$.

Câu 96: Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn mộ ban cán sự lớp gồm 4 em. Xác suất để 4 bạn đó có ít nhất một nam và 1 nữ

A. $\frac{15475}{18278}$. **B.** $\frac{2083}{18278}$. **C.** $\frac{11}{360}$. **D.** $\frac{349}{360}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi B là biến cố "Chọn 4 em có ít nhất một nam và một nữ".

Số cách chọn 4 bạn bất kì vào ban cán sự lớp là C_{40}^4 cách.

Số cách chọn 4 bạn nam vào ban cán sự lớp là C_{25}^4 cách.

Số cách chọn 4 bạn nữ vào ban cán sự lớp là C_{15}^4 cách.

Vậy số cách chọn ban cán sự lớp có cả nam lẫn nữ là $C_{40}^4 - C_{25}^4 - C_{15}^4 \Rightarrow |\Omega_B| = 77375$

Vậy xác suấtcần tìm là $P = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{77375}{91390} = \frac{15475}{18278}$.

Câu 97: Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi.

A. $\frac{9}{1225}$. **B.** $\frac{1216}{1225}$. **C.** $\frac{12}{1225}$. **D.** $\frac{1213}{1225}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Số cách chọn ra 3 học sinh mà không có điều kiện gì là C_{50}^3 cách $\Rightarrow |\Omega| = C_{50}^3$

Ta sẽ loại trừ các trường hợp có 1 cặp anh em sinh đôi. Đầu tiên ta chọn 1 cặp sinh đôi có 4 cách chọn. Sau đó chọn 1 học sinh còn lại từ 48 học sinh, có 48 cách chọn.

Vậy số cách chọn 3 em học sinh thỏa yêu cầu đề bài là: $C_{50}^3 - 4.48 = 19408$

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{19408}{C_{50}^3} = \frac{1213}{1225}$.

Câu 98: Một hội nghị bàn tròn có phái đoàn các nước: Mỹ có 5 người, Nga có 5 người, Anh có 4 người, Pháp có 6 người, Đức có 4 người. Xếp ngẫu nhiên các đại biểu vào bàn tròn. Xác suất sao cho các người quốc tịch ngồi cùng nhau

A. $\frac{6}{23!}$. **B.** $\frac{4!}{24!}$. **C.** $\frac{4!5!5!4!6!4!}{24!}$. **D.** $\frac{23!-6}{23!}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Số cách xếp 24 người vào bàn là $23! \Rightarrow |\Omega| = 23!$ (do ở đây là hoán vị vòng quanh).

Gộp các thành viên cùng quốc tịch vào cùng nhóm, trước tiên ta tính số cách xếp mọi người trong các nhóm đó.

Theo nguyên tắc "buộc" các phần tử, ta buộc thành các phần tử lớn là Mỹ, Nga, Anh, Pháp.

Lúc này bài toán trở thành xếp bốn phần tử vào bốn ghế trên bàn tròn.

Cố định nhóm Mỹ, có 3 cách xếp chỗ cho nhóm Nga, 2 cách xếp chỗ cho nhóm Anh, 1 cách xếp chỗ cho nhóm Pháp.

Vậy có $3! = 6$ cách xếp.

Vậy xác suất để xếp cho các vị cùng quốc tịch ngồi cạnh nhau là $\dfrac{6}{23!}$.

Câu 99: Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự $(x; y; z)$ với $x; y; z$ lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để $x + y + z < 16$ là

A. $\dfrac{5}{108}$.　　**B.** $\dfrac{23}{24}$.　　**C.** $\dfrac{1}{24}$.　　**D.** $\dfrac{103}{108}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Nhận xét: Do con xúc xắc chỉ có 6 mặt và để ý rằng $3.6 = 18$ là giá trị tối đa của tổng $x + y + z$. Và 18 không lớn hơn 16 là bao nhiêu nên ta sẽ sử dụng phương pháp tính phần bù.

Số các bộ thứ tự $(x; y; z)$ với $x; y; z$ là số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 6 là $|\Omega| = 6^3 = 216$.

Xét các bộ thứ tự $(x; y; z)$ có tổng $x + y + z \geq 16$. Ta có:

$16 = 5+5+6 = 5+6+5 = 6+5+5 = 6+6+4 = 6+4+6 = 4+6+6.$

$17 = 5+6+6 = 6+5+6 = 6+6+5$

$18 = 6+6+6$

Như vậy có tổng cộng 10 bộ $(x; y; z)$ thỏa mãn $x + y + z \geq 16$.

Số bộ $(x; y; z)$ thỏa mãn $x + y + z < 16$ là $216 - 10 = 206$.

Xác suất cần tính là $P = \dfrac{206}{216} = \dfrac{103}{108}$.

Câu 100: Viết 6 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 lên 6 mảnh bìa như nhau. Rút ngẫu nhiên ra 3 tấm bìa và xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất sao cho 3 tấm bìa đó xếp thành số có 3 chữ số là

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{33}{40}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Số cách chọn 3 tấm bìa trong 6 tấm bìa và xếp thành một hang ngang là $|\Omega| = A_6^3 = 120.$

Số cách xếp 3 tấm bìa để không có được số có ba chữ số tức là vị trí đầu tiên là chữ số 0 là A_5^2 Số cách xếp 3 tấm bìa để tạo được số có ba chữ số là $A_6^3 - A_5^2 = 100.$

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}$.

Câu 101: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau lập từ $\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S. Xác suất để tích hai số chọn được là một số chẵn

A. $\frac{41}{42}$. **B.** $\frac{1}{42}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có điều kiện chủ chốt "tích hai số được chọn là một số chẵn" $\Leftrightarrow$ Tồn tại Doít nhất một trong hai số được chọn là chẵn.

Gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập từ các số đã cho

Số cách chọn a: 6 cách; Số cách chọn b: 6 cách $\Rightarrow$ Số các số có hai chữ số khác nhau tạo được là $6.6 = 36$ số$\Rightarrow S$ có 36 phần tử.

Số cách lấy ngẫu nhiên 2 số từ tập S: $C_{36}^2 = 630$ cách

Gọi biến cố A: "Tích hai số được chọn là một số chẵn"

Gọi biến cố $\overline{A}$: "Tích hai số được chọn là một số lẻ"

Số các số lẻ trong S: $3.5 = 15$ (3 cách chọn chữ số hàng đơn vị là lẻ, 5 cách chọn chữ số hang chục khác 0).

Số cách lấy ngẫu nhiên 2 số lẻ trong 15 số lẻ: $C_{15}^2 = 105$ cách

$P(\overline{A})=\frac{|\Omega_{\overline{A}}|}{|\Omega|}=\frac{105}{630}=\frac{1}{6}$. Vậy $P(\text{A})=1-P(\overline{A})=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

Câu 102: Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 (kg). Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong số đó. Xác suất để trọng lượng 3 quả không nhỏ hơn 10 (kg) là

A. $\frac{3}{28}$. **B.** $\frac{25}{28}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{7}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Chọn ba quả cân có $|\Omega|=C_8^3=56$ cách.

Chọn ba quả cân có tổng trọng lượng nhỏ hơn hoặc bằng 9 có các trường hợp sau:

TH1: Trong các quả được lấy ra không có quả cân trọng lượng 1 kg.

Ta có $2+3+4=9$ là tổng trọng lượng nhỏ nhất có thể. Do đó trong trường hợp này có đúng 1 cách chọn.

TH2: Trong các quả được lấy ra có quả cân trọng lượng 1 kg. Khi đó ta có:

$1+2+3=6;1+2+4=7;1+2+5=8;1+2+6=9;1+3+4=8;1+3+5=9.$

Trường hợp này ta có 6 cách chọn.

Vậy số cách chọn thỏa mãn ycbt là $56-1-6=49$.

Xác suất cần tính là: $\frac{49}{56}=\frac{7}{8}$.

Câu 103: Trong một hộp đựng 20 viên bi trong đó có 12 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi xanh khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 7 viên bi. Xác suất để 7 viên bi được chọn ra không quá 2 viên bi đỏ

A. $\frac{84}{1615}$. **B.** $\frac{101}{1938}$. **C.** $\frac{1882}{1983}$. **D.** $\frac{1531}{1615}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Số cách lấy ra tùy ý 7 viên bi trong 20 viên bi đã cho là: $|\Omega|=C_{20}^7=77520.$

Để chọn ra không quá 2 viên bi đỏ từ 7 viên lấy ra là:

Lấy ra được 0 viên bi đỏ, 7 viên bi xanh: $C_8^7=8$ cách.

Lấy ra được 1 viên bi đỏ, 6 viên bi xanh: $C_{12}^1C_8^6=336$ cách.

Lấy ra được 2 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh: $C_{12}^2C_8^5=3696$ cách.

Vậy xác suất để 7 viên bi chọn ra không quá 2 viên bi đỏ là $\frac{8+336+3696}{77520}=\frac{101}{1938}$.

Câu 104: Có 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm chia hết cho 10 là

A. $\frac{634}{667}$. **B.** $\frac{33}{667}$. **C.** $\frac{568}{667}$. **D.** $\frac{99}{667}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi biến cố A: "Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10"

Số cách lấy ngẫu nhiên 10 tấm thẻ trong 30 tấm thẻ: C_{30}^{10} cách $\Rightarrow |\Omega| = C_{30}^{10}$.

Trong 30 tấm thẻ có 15 tấm thẻ mang số lẻ, 15 tấm thẻ mang số chẵn, 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 (chú ý là các thẻ chia hết cho 10 đều là số chẵn)

Số cách chọn 5 tấm thẻ mang số lẻ: $C_{15}^{5} = 3003$ cách.

Số cách chọn 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 $C_3^1 = 3$ cách

Số cách chọn 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10: $C_{12}^{4} = 495$ cách

Số cách lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ chia hết cho 10: $3003.3.495 = 4459455$ cách.

$\Rightarrow \Omega_A = 4459455$

Vậy $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{4459455}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$.

Câu 105: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số 1 đến 9. Hỏi phải rút bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\frac{5}{6}$

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Trong 9 thẻ đã cho có hai thẻ ghi số chia hết cho 4 (các thẻ ghi số 4 và 8), 7 thẻ còn lại có ghi số không chia hết cho 4.

Giả sử rút $x(1 \le x \le 9; x \in \mathbb{N})$, số cách chọn x từ 9 thẻ trong hộp là C_9^x, số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_9^x$.

Gọi A là biến cố "Trong số x thẻ rút ra có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 "

Số cách chọn tương ứng với biến cố $\overline{A}$ là $|\overline{A}| = C_7^x$

Ta có $P(\overline{A}) = \frac{C_7^x}{C_9^x} \Rightarrow P(\text{A}) = 1 - \frac{C_7^x}{C_9^x}$

Do đó $P(\text{A}) > \frac{5}{6} \Leftrightarrow 1 - \frac{C_7^x}{C_9^x} > \frac{5}{6} \Leftrightarrow x^2 - 17x + 60 < 0 \Rightarrow 5 < x < 12 \Rightarrow 6 \le x \le 9$

Vậy giá trị nhỏ nhất của x là 6. Vậy số thẻ ít nhất phải rút là 6.

Câu 106: Năm đoạn thẳng có độ dài 1cm; 3cm; 5cm; 7cm; 9cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành 1 tam giác là

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phân tích: Cần nhớ lại kiến thức cơ bản về bất đẳng thức tam giác.

Ba đoạn thẳng với chiều dài a,b,c có thể là 3 cạch của một tam giác khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a+b>c \\ a+c>b \\ b+c>a \end{cases}$$

Hướng dẫn giải:

Số phần tử của không gian mẫu là: $C_5^3 = 10$

Gọi A là biến cố “lấy ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác”

Các khả năng chọn được ba đoạn thẳng lập thành một tam giác là $[3;5;7];[3;5;9];[5;7;9]$

Số trường hợp thuận lợi của biến cố A là 3. Suy ra xác suất của biến cố A là $P(\text{A}) = \frac{3}{10}$.

Câu 107: Người ta sử dụng 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Vật lý, 7 cuốn Hóa học (các cuốn cùng loại thì giống nhau) để làm giải thưởng cho 9 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 9 học sinh có 2 bạn X và Y. Xác suât để hai bạn đó có giải thưởng giống nhau là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi A là biến cố "A và B có giải thưởng giống nhau". Vì mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách các loại, nên giả sử có a học sinh nhận sách (Lí và Hóa) và $5-a$ học sinh nhận sách (Toán và Hóa).

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_9^2.C_7^3.C_4^4 = 1260.$

TH1: X và Y nhận sách (Toán, Lí), số khả năng là $C_7^3.C_4^4 = 35.$

TH2: X và Y nhận sách (Toán, Hóa), số khả năng là $C_7^1.C_6^2.C_4^4 = 105.$

TH1: X và Y nhận sách (Lí, Hóa), số khả năng là $C_7^2.C_5^3.C_2^2 = 210.$

$$\Rightarrow |\Omega_A| = 25+105+210 = 350 \Rightarrow P(\mathrm{A}) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{5}{18}$$

Câu 108: Xếp ngẫu nhiên 5 bạn nam và 3 bạn nữ vào một bàn tròn. Xác suất để không có ba bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

A. $\frac{5}{7}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{1}{84}$. **D.** $\frac{5}{84}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Theo công thức hoán vị vòng quanh ta có: $|\Omega| = 7!$

Để xếp các bạn nữ không ngồi cạnh nhau, trước hết ta xếp các bạn nam vào bàn tròn: có $4!$ cách, giữa 5 bạn nam đó ta sẽ có được 5 ngăn (do ở đây là bàn tròn). Xếp chỉnh hợp 3 bạn nữ vào 5 ngăn đó có A_5^3 cách.

Vậy xác suất xảy ra là: $P = \frac{4!.A_5^3}{7!} = \frac{2}{7}$.

Câu 109: Đạt và Phong tham gia chơi trò một trò chơi đối kháng, thỏa thuận rằng ai thắng 5 ván trước là thắng chung cuộc và được hưởng toàn bộ số tiền thưởng của chương trình (không có ván nào hòa). Tuy nhiên khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi thì xảy ra sự cố kĩ thuật và chương trình buộc phải dừng lại. Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức. Hỏi phải chia số tiền thưởng như thế nào cho hợp lý (dựa trên quan điểm tiền thưởng tỉ lệ thuận với xác suất thắng cuộc của mỗi người)

A. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $4:3$.

B. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $1:7$.

C. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $7:1$.

D. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $3:4$.

Chọn C.

Phân tích: Đề bài cho các điều kiện khá dài dòng, ta cần đưa chúng về dạng ngắn gọn dễ hiểu hơn.

+) "Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức": xác suất để Phong và Đạt thắng trong một ván là như nhau và bằng $0,5$.

+) "Khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi": nghĩa là Đạt chỉ cần thắng một ván nữa là được 5 ván, còn Phong phải thắng 3 ván nữa mới đạt được.

Hướng dẫn giải:

Để xác định xác suất thắng chung cuộc của Đạt và Phong ta tiếp tục chơi thêm các ván "giả tưởng". Để Phong có thể thắng chung cuộc thì anh phải thắng Đạt 3 ván liên tiếp (vì Đạt chỉ còn một ván nữa là thắng).

Như vậy xác suất thắng cuộc của Phong là: $P(\mathrm{P}) = 0,5^3 = \dfrac{1}{8}$.

$\Rightarrow$ Xác suất thắng cuộc của Đạt là $P(\text{Đ}) = 1 - \dfrac{1}{8} = \dfrac{7}{8}$

$\Rightarrow$ Tỉ lệ chia tiền phù hợp là $\dfrac{7}{8} : \dfrac{1}{8} = 7:1$

Câu 110: An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là $0,4$ (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

A. $0,064$. **B.** $0,1152$. **C.** $0,13824$. **D.** $0,31744$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phân tích: Bài này điểm mấu chốt là phải liệt kê được các trường hợp mà An thắng Bình ching cuộc. Ví dụ như: Séc 1: An thắng; Séc 2: An thắng; Séc 3: Bình thắng; Séc 4: An thắng.

$\Rightarrow$ An thắng chung cuộc.

Lưu ý là ta phải tính cả thứ tự các séc An thắng hoặc thua. Như ở ví dụ trên là An thua ở séc thứ 3.

Hướng dẫn giải:

Giả sử số séc trong trân đấu giữa An và Bình là x. Dễ dàng nhận thấy $3 \le x \le 5$.

Ta xét các trường hợp:

TH1: Trận đấu có 3 séc$\Rightarrow$ An thắng cả 3 séc. Xác suất thắng trong trường hợp này là:

$P_1 = 0,4.0,4.0,4 - 0,064$

TH2: Trận đấu có 4 séc$\Rightarrow$ An thua 1 trong 3 séc: $1,2$ hoặc 3 và thắng séc thứ 4.

Số cách chọn 1 séc để An thua là: C_3^1 (Chú ý xác xuất để An thua trong 1 séc là $0,6$.)

$\Rightarrow P_2 = C_3^1.0,4^3.0,6 = 0,1152$

TH3: Trận đấu có 5 séc $\Rightarrow$ An thua 2 séc và thắng ở séc thứ 5.

Số cách chọn 2 trong 4 séc đầu để An thua là C_4^2 cách.

$\Rightarrow P_3 = C_4^2.0,4^3.0,6^2 = 0,13824$

Như vậy xác suất để An thắng chung cuộc là: $P = P_1 + P_2 + P_3 = 0,31744$

Nhận xét: Trong bài này các bạn rất dễ mắc sai lầm sau: ở trường hợp 3 lại tính số cách chọn 2 ván An thua là C_5^2 mà không để ý rằng séc thứ 5 chắc chắn phải là An thắng.

Câu 111: Một đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu có 3 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một thí sinh chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời, hỏi xác suất thí sinh có được điểm nào là cao nhất? Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

A. điểm 3. **B.** điểm 4. **C.** điểm 5. **D.** điểm 6.

Chọn D.

Phân tích: Với một bài yêu cầu tìm giá trị lớn nhất như thế này thì cách mà ta nghĩ đến đầu tiên là đặt ẩn (là số điểm) rồi sau đó tính biểu thức cần tính (xác suất đạt được số điểm) rồi sau đó tính biểu thức cần tính (xác suất đạt được số điểm) theo ẩn đó, việc còn lại là xử lí biểu thức.

Hướng dẫn giải:

Gọi x là số điểm bạn đó đạt được ($0 \le x \le 10$)($x \in \mathbb{N}$)

$\Rightarrow$ Bạn đó trả lời đúng x câu và trả lời sai $10 - x$ câu.

+) Xác suất mỗi câu bạn đó đúng là: $\frac{1}{3}$; sai là $\frac{2}{3}$.

+) Có C_{10}^x cách chọn ra x câu đúng. Do đó xác suất được x điểm là:

$$P(x) = C_{10}^x.\left(\frac{1}{3}\right)^x.\left(\frac{2}{3}\right)^{10-x} = \frac{10!}{3^{10}}.\frac{2^{10-x}}{x!(10-x)!}$$

Do $P(x)$ là lớn nhất nên $\begin{cases} P(x) \geq P(x+1) \\ P(x) \geq P(x-1) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{10-x}}{x!(10-x)!} \geq \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{9-x}}{(x+1)!(9-x)!} \\ \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{10-x}}{x!(10-x)!} \geq \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{11-x}}{(x-1)!(11-x)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+1}{10-x} \geq \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2(x+1) \geq 10-x \Leftrightarrow x \geq \dfrac{8}{3} \\ \dfrac{x}{11-x} \leq \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2x \leq 11-x \Leftrightarrow x \leq \dfrac{11}{3} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \dfrac{8}{3} \leq x \leq \dfrac{11}{3}$. Mà $x \in \mathbb{N}$ nên $x = 3$

Nên xác suất bạ đó đạt 3 điểm là lớn nhất.

Câu 112: Một xạ thủ bán từ khoảng cách 100m có xác suất bắn trúng đích là:

- Tâm 10 điểm: 0,5.
- Vòng 9 điểm: 0,25.
- Vòng 8 điểm: 0,1.
- Vòng 7 điểm: 0,1.
- Ngoài vòng 7 điểm: 0,05.

Tính xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ đó được 27 điểm

A. $0,15$. **B.** $0,75$. **C.** $0,165625$. **D.** $0,8375$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $27 = 10 + 10 + 7 = 10 + 9 + 8 = 9 + 9 + 9$

Với bộ $(10;10;7)$ có 3 cách xáo trộn điểm các lần bắn

Với bộ $(10;9;8)$ có 6 cách xáo trộn điểm các lần bắn

Với bộ $(9;9;9)$ có 1 cách xáo trộn điểm các lần bắn.

Do đó xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ được đúng 27 điểm là:

$P = 3.0,5^2.0,1 + 6.0,5.0,25.0,1 + 0,25^3 = 0,165625.$

Câu 113: Nam tung một đồng xu cân đối 5 lần liên tiếp. Xác suất xảy ra để Nam tung cả 5 lần đồng xu đều là mặt sấp

A. $0,5$. **B.** $0,03125$. **C.** $0,25$. **D.** $0,125$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vì đồng xu là cân đối nên xác suất sấp – ngửa của mỗi lần tung là như nhau và bằng $0,5$.

Xác suất để 5 lần tung đồng xu đều sấp là $0,5^5 = 0,03125$

Câu 114: Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là

A. $0,188$. **B.** $0,024$. **C.** $0,976$. **D.** $0,812$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi A_j là biến cố "Xạ thủ thứ j bắn trúng". Với $j = \overline{1;3}$.

$\Rightarrow P\left(\overline{A_1}\right) = 1 - 0,6 = 0,4$; $\Rightarrow P\left(\overline{A_2}\right) = 1 - 0,7 = 0,3; P\left(\overline{A_3}\right) = 1 - 0,8 = 0,2$

Gọi A là biến cố "Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng" thì $P(\overline{\mathrm{A}}) = P(\overline{\mathrm{A}_1}).P(\overline{\mathrm{A}_2}).P(\overline{\mathrm{A}_3}) = 0,4.0,3.0,2 = 0,024$

$\Rightarrow P(\mathrm{A}) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - 0,024 = 0,976$

Câu 115: Trong dịp nghỉ lễ 30-4 và 1-5 thì một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi "Ném vòng cổ chai lấy thưởng". Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vào cổ trai lần đầu là 0,75. Nếu ném trượt lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là 0,6. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

A. $0,18$. **B.** $0,03$. **C.** $0,75$. **D.** $0,81$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi K là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai", A_1 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần đầu", A_2 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần thứ 2", A_3 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần thứ ba".

$\Rightarrow P\left(K\right) = P(A_1) + P(\overline{A_1}A_2) + P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3) = P(A_1) + P(\overline{A_1})P(A_2) + P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(A_3)$;

$= 0,75 + 0,25.0,6 + 0,25.0,4.0,3 = 0,81$.

Câu 116: Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 6 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn và 4 học sinh giỏi cả 2 môn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 em. Xác suất 2 em đó là học sinh giỏi

A. $\dfrac{11}{20}$. **B.** $\dfrac{169}{190}$. **C.** $\dfrac{21}{190}$. **D.** $\dfrac{9}{20}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi X là tập hợp các học sinh giỏi Toán, Y là tập hợp các học sinh giỏi Văn.

$\Rightarrow X \cap Y$ là tập hợp các học sinh giỏi cả 2 môn và $X \cup Y$ là tập hợp những học sinh giỏi một trong hai môn (tập hợp các học sinh giỏi). Theo quy tắc cộng tổng quát ta có

$|X \cup Y| = |X| + |Y| - |X \cap Y| = 5 + 6 - 4 = 7$

Gọi A là biến cố "chọn được 2 em là học sinh giỏi" $\Rightarrow |\Omega| = C_{20}^2 = 190$ và

$|\Omega_A| = C_7^2 = 21 \Rightarrow P(A) = \dfrac{21}{190}$.

Câu 117: Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, và 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

A. $\dfrac{8005}{8008}$. **B.** $\dfrac{11}{14}$. **C.** $\dfrac{6289}{8008}$. **D.** $\dfrac{1719}{8008}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ngẫu nhiên 6 dây từ 16 dây thì số cách chọn là $n(\Omega) = C_{16}^6 = 8008$

Gọi A là biến cố " 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ".

Do đó nếu tính trực tiếp sẽ có quá nhiều trường hợp, và từ STUDY TIP ở ví dụ 7, ta sẽ sử dụng biến cố đối để giải quyết bài toán:

Trường hợp 1: Không có dây nào vàng, số cách lấy là: C_{13}^6.

Trường hợp 2: Có 1 dây vàng và 5 dây đỏ, số cách lấy là: $C_3^1.C_5^5$.

Suy ra $n(A) = C_{16}^6 - C_{13}^6 - C_3^1.C_5^5 = 6289$

Nên $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_{16}^6 - C_{13}^6 - C_3^1.C_5^5}{C_{16}^6} = \dfrac{6289}{8008}$.

Câu 118: Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được lập từ 1, 3, 5, 7, 9. Xác suất để viết được số bắt đầu bởi 19 là

A. $\dfrac{59}{60}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{19}{20}$. **D.** $\dfrac{1}{20}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đặt 19 là một số a. Ta có số các số có các chữ số khác nhau tạo thành từ $a,\ 3,\ 5,\ 7$ với a là chữ số đứng đầu là $1.3.2.1=6$ (số) $\Rightarrow |\Omega_B|=96 \Rightarrow P(B)=\dfrac{6}{120}$

Câu 119: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{418}{455}$. **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{12}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^3=445$.

Gọi A là biến cố "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ" thì là biến cố $\overline{A}$ " cả ba viên bi lấy ra đều không có màu đỏ" (tức là lấy ra cả ba viên bi đều màu xanh"

Số cách chọn ra 3 viên bi mà 3 viên bi đó đều màu xanh là $C_7^3=35 \Rightarrow n\left(\overline{A}\right)=35$

$\Rightarrow$ Số cách chọn ra 3 viên bi mà trong đó có ít nhất một viên bi màu đỏ là $455-35=420$ cách $\Rightarrow n(A)=420$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{420}{455}=\dfrac{12}{13}$

Câu 120: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{418}{455}$. **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{12}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^3=445$.

Gọi A là biến cố "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ". Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

***Trường hợp 1:** Lấy được 1 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^1.C_7^2$.

***Trường hợp 2:** Lấy được 2 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^2.C_7^1$.

***Trường hợp 3:** Lấy được 3 viên màu đỏ, số cách lấy là: C_8^3.

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=C_8^1.C_7^2+C_8^2.C_7^1+C_8^3=420$

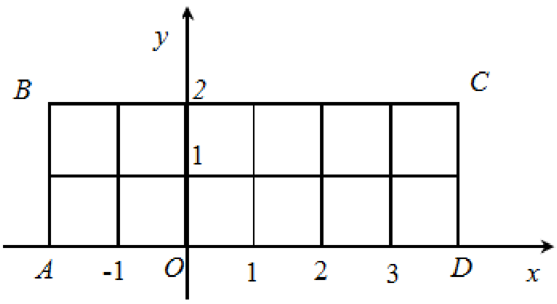
Vậy $P(A)=\dfrac{C_8^1.C_7^2+C_8^2.C_7^1+C_8^3}{C_{15}^3}=\dfrac{12}{13}$.

Câu 121: Trong hệ trục tọa độ Oxy cho $A(-2;0),B(-2;2),C(4;2),D(4;0)$. Chọn ngẫu nhiên một điểm có tọa độ $(x;y)$; (với x,y là các số nguyên) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$ (kể cả các điểm nằm trên cạnh).

Gọi A là biến cố: "x,y đều chia hết cho 2". Xác suất của biến cố A là

A. $\dfrac{7}{21}$. **B.** $\dfrac{13}{21}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{8}{21}$.

Hướng dẫn giải



Ta có $\Omega=\{(x;y),-2\le x\le 4,0\le y\le 2\}$, với $x,y\in\mathbb{Z}$.

Vậy $x\in\{-2;-1;;1;2;3;4\}$ và $y\in\{0;1;2\}$.

Suy ra $n(\Omega)=7.3=21$ (mỗi điểm là một giao điểm trên hình).

Ta có A: "x,y đều chia hết cho 2". Nên ta có $A=\{(x;y):x\in\{-2;0;2;4\};y\in\{0;2\}\}$

Theo quy tắc nhân ta có $n(A)=4.2=8\Rightarrow n(A)=8\Rightarrow P(A)=\dfrac{8}{21}$

Câu 122: Một tổ gồm 9 em, trong đó có 3 nữ được chia thành 3 nhóm đều nhau. Tính xác xuất để mỗi nhóm có một nữ.

A. $\dfrac{3}{56}$. **B.** $\dfrac{27}{84}$. **C.** $\dfrac{53}{56}$. **D.** $\dfrac{19}{28}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Bước 1: Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên 3 em trong 9 em đưa vào nhóm thứ nhất có số khả năng xảy ra là C_9^3

Chọn ngẫu nhiên 3 em trong 6 em đưa vào nhóm thứ hai có số khả năng xảy ra là C_6^3.

Còn 3 em đưa vào nhóm còn lại thì số khả năng xảy ra là 1 cách.

Vậy $|\Omega| = C_9^3 C_6^3.1 = 1680$

Bước 2: Tìm số kết quả thuận lợi cho A.

Phân 3 nữ vào 3 nhóm trên có $3!$ cách.

Phân 6 nam vào 3 nhóm theo cách như trên có $C_6^2 C_4^2.1$ cách khác nhau.

$\Rightarrow |\Omega_A| = 3!.C_6^2 C_4^2.1 = 540.$

Bước 3: Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{540}{1680} = \dfrac{27}{84}$.

Câu 123: Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội củaViệt nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$ mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 3 đội Việt nam nằm ở 3 bảng đấu là

A. $P = \dfrac{2C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **B.** $P = \dfrac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **C.** $P = \dfrac{3C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **D.** $P = \dfrac{C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

+ Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^4.C_8^4.C_4^4.3!$.

(bốc 4 đội từ 12 đội vào bảng A – bốc 4 đội từ 8 đội còn lại vào bảng B – bốc 4 đội từ 4 đội còn lại vào bảng C – hoán vị 3 bảng)

Gọi A: “3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu”

Khi đó: $n(A) = C_9^3.C_6^3.C_3^3.3!.3!$.

(bốc 3 đội NN từ 9 đội NN vào bảng A – bốc 3 đội NN từ 6 đội NN còn lại vào bảng B – bốc 3 đội NN từ 3 đội NN còn lại vào bảng C – hoán vị 3 bảng – bốc 1 đội VN vào mỗi vị trí còn lại của 3 bảng)

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_9^3.C_6^3.C_3^3.3!.3!}{C_{12}^4.C_8^4.C_4^4.3!} = \dfrac{6.C_9^3.C_6^3}{C_{12}^4.C_8^4}$.

Câu 124: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P = \dfrac{13}{68}$. **B.** $P = \dfrac{55}{68}$. **C.** $P = \dfrac{68}{81}$. **D.** $P = \dfrac{13}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số có 4 chữ số có dạng: $\overline{abcd}$.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(S)=9.9.8.7=4536$.

Gọi A: " tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt và lớn hơn 2500."

TH1. $a>2$

Chọn a: có 7 cách chọn.

Chọn b: có 9 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $7.9.8.7=3528$ (số).

TH2. $a=2$, $b>5$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 4 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.4.8.7=224$ (số).

TH3. $a=2$, $b=5$, $\mathrm{c}>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 7 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.7.7=49$ (số).

TH4. $a=2$, $b=5$, $\mathrm{c}=0$, $d>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 1 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.1.7=7$ (số).

Như vậy: $n(A)=3528+224+49+7=3808$.

Suy ra: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{3508}{4536}=\dfrac{68}{81}$.

Câu 125: Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

A. $P=\dfrac{1}{55}$. **B.** $P=\dfrac{1}{220}$. **C.** $P=\dfrac{1}{4}$. **D.** $P=\dfrac{1}{14}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{12}^3=220$.

(chọn 3 đỉnh bất kì từ 12 đỉnh của đa giác ta được một tam giác)

Gọi A: "3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều ".

(Chia 12 *đỉnh thành* 3 *phần. Mỗi phần gồm* 4 *đỉnh liên tiếp nhau. Mỗi đỉnh của tam giác đều ứng với một phần ở trên.Chỉ cần chọn 1 đỉnh thì 2 đỉnh còn lại xác định là duy nhất).*

Ta có: $n(A)=C_4^1=4$.

Khi đó: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{220}=\dfrac{1}{55}$.

Câu 126: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P=\dfrac{13}{68}$. **B.** $P=\dfrac{55}{68}$. **C.** $P=\dfrac{68}{81}$. **D.** $P=\dfrac{13}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số có 4 chữ số có dạng: $\overline{abcd}$.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(S)=9.9.8.7=4536$.

Gọi A: " tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt và lớn hơn 2500."

TH1. $a>2$

Chọn a: có 7 cách chọn.

Chọn b: có 9 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $7.9.8.7=3528$ (số).

TH2. $a=2$, $b>5$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 4 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d : có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.4.8.7=224$ (số).

TH3. $a=2$, $b=5$, $c>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 7 cách chọn.

Chọn d : có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.7.7=49$ (số).

TH4. $a=2$, $b=5$, $c=0$, $d>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 1 cách chọn.

Chọn d : có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.1.7=7$ (số).

Như vậy: $n(A)=3528+224+49+7=3808$.

Suy ra: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3508}{4536}=\frac{68}{81}$.

Câu 127: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số chỉ chứa 3 số lẻ là

A. $P=\frac{16}{42}$. **B.** $P=\frac{16}{21}$. **C.** $P=\frac{10}{21}$. **D.** $P=\frac{23}{42}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=A_9^6=60480$.

(mỗi số tự nhiên $\overline{abcdef}$ thuộc S là một chỉnh hợp chập 6 của 9- số phần tử của S là số chỉnh hợp chập 6 của 9).

Gọi A: "số được chọn chỉ chứa 3 số lẻ". Ta có: $n(A)=C_5^3.A_6^3.A_4^3=28800$.

(bốc ra 3 số lẻ từ 5 số lẻ đã cho- chọn ra 3 vị trí từ 6 vị trí của số $\overline{abcdef}$ xếp thứ tự 3 số vừa chọn – bốc ra 3 số chẵn từ 4 số chẵn đã cho xếp thứ tự vào 3 vị trí còn lại của số $\overline{abcdef}$)

Khi đó: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{28800}{60480}=\frac{10}{21}$.

Câu 128: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{115}{231}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{118}{231}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$n(\Omega)=C_{11}^{6}=462$. Gọi A:"tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có: $6.C_5^5=6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3.C_5^3=200$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^5.5=30$ cách.

Do đó $n(A)=6+200+30=236$. Vậy $P(A)=\frac{236}{462}=\frac{118}{231}$.

Câu 129: Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và $0,6$ (với $x>y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi ban là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P(C)=0,452$. **B.** $P(C)=0,435$. **C.** $P(C)=0,4525$. **D.** $P(C)=0,4245$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi A_i là biến cố "người thứ i ghi bàn" với $i=1,2,3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1)=x,\ P(A_2)=y,\ P(A_3)=0,6$.

Gọi A là biến cố: " Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn"

B: " Cả ba cầu thủ đều ghi bàn"

C: "Có đúng hai cầu thủ ghi bàn"

Ta có: $\overline{A}=\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}\Rightarrow P(\overline{A})=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3})=0,4(1-x)(1-y)$

Nên $P(A)=1-P(\overline{A})=1-0,4(1-x)(1-y)=0,976$

Suy ra $(1-x)(1-y)=\frac{3}{50} \Leftrightarrow xy-x-y=-\frac{47}{50}$ (1).

Tương tự: $B=A_1.A_2.A_3$, suy ra:

$P(B)=P(A_1).P(A_2).P(A_3)=0,6xy=0,336$ hay là $xy=\frac{14}{25}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} xy=\frac{14}{25} \\ x+y=\frac{3}{2} \end{cases}$, giải hệ này kết hợp với $x>y$ ta tìm được

$x=0,8$ và $y=0,7$.

Ta có: $C=\overline{A_1}A_2A_3+A_1\overline{A_2}A_3+A_1A_2\overline{A_3}$

Nên $P(C)=(1-x)y.0,6+x(1-y).0,6+xy.0,4=0,452$.

Câu 130: Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hú họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. $P(A)=0,7124$. **B.** $P(A)=0,7759$. **C.** $P(A)=0,7336$. **D.** $P(A)=0,783$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có xác suất để học sinh trả lời câu đúng là $\frac{1}{4}$ và xác suất trả lời câu sai là $\frac{3}{4}$.

Gọi x là số câu trả lời đúng, khi đó số câu trả lời sai là $10-x$

Số điểm học sinh này đạt được là: $4x-2(10-x)=6x-20$

Nên học sinh này nhận điểm dưới 1 khi $6x-20<1 \Leftrightarrow x<\frac{21}{6}$

Mà x nguyên nên x nhận các giá trị: $0,1,2,3$.

Gọi A_i ($i=0,1,2,3$) là biến cố: "Học sinh trả lời đúng i câu"

A là biến cố: " Học sinh nhận điểm dưới 1"

Suy ra: $A=A_0\cup A_1\cup A_2\cup A_3$ và $P(A)=P(A_0)+P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$

Mà: $P(A_i)=C_{10}^i.\left(\frac{1}{4}\right)^i\left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$ nên $P(A)=\sum_{i=0}^{3}C_{10}^i.\left(\frac{1}{4}\right)^i\left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}=0,7759$.

Câu 131: Cho tập $A=\{1;2;3;4;5;...;100\}$. Gọi S là tập các tập con của **A.** Mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân là?

A. $\frac{4}{645}$ **B.** $\frac{2}{1395}$ **C.** $\frac{3}{645}$ **D.** $\frac{1}{930}$

Hướng dẫn giải:

"Bài toán chia kẹo của Euler: Cho k cái kẹo chia cho t đứa trẻ hỏi có bao nhiêu cách? Bài toán tương đương với số nghiệm nguyên dương của phương trình $x_1+x_2+...+x_t=k$. Giả sử có $k-1$ chỗ trống tại k cái kẹo. Xếp $t-1$ vách ngăn vào $k-1$ chỗ trống có C_{k-1}^{t-1} cách."

Nếu $\begin{cases} a=b=c \\ a+b+c=91 \end{cases}$, loại. Nếu $\begin{cases} a=b\neq c \\ a+b+c=91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\neq c \\ 2a+c=91 \end{cases}$.

Vậy chọn a có 45 cách từ 1 đến 45 và chọn c chỉ có 1 cách.

Tương tự cho $b=c, c=a$ nên số phần tử không gian mẫu:

$$|\Omega|=\left(\frac{C_{90}^2-45.3}{3!}\right)=\frac{3870}{6}=645$$

Nếu $a+qa+qa^2=91 \Rightarrow 1+q+q^2 \in Ư(91)=\{1;7;13;91\} \Rightarrow q\in\{2;3;9\}$

$\Rightarrow (a;b;c)\in(1;9;81);(7;21;63);(13;26;52)$. Vậy $|\Omega_A|=3$.

Chọn C.